



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)

На правах рукописи.

СТАРОСТИН Игорь Евгеньевич

**НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ
ОЦЕНИВАНИЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ПЕРСПЕКТИВНЫХ
АВИАЦИОННЫХ ХИМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ
ЛЕТНОЙ ГОДНОСТИ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ**

Специальность: 05.22.14 – Эксплуатация воздушного транспорта

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук

Научные консультанты
д.т.н., профессор Халютин С. П.
д.т.н., с.н.с. Давидов А. О.

Москва-2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПРОБЛЕМ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВИАЦИОННЫХ ХИМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ.....	30
1.1. Перспективы развития авиационной техники – повышение уровня электрификации летательных аппаратов, создание самолетов на электрической тяге.....	30
1.2. Анализ влияния новых химических источников электроэнергии на обеспечение летной годности воздушных судов.....	36
1.3. Водородно-воздушные топливные элементы с протонообменной мембраной	53
1.4. Расчетная схема водородно-воздушного топливного элемента с протонообменной мембраной	62
1.5. Устройство и принцип действия литий-ионных аккумуляторов.....	69
1.6. Расчетная схема литий-ионного аккумулятора	80
1.7. Связь свойств новых химических источников электрической энергии с летной годностью воздушных судов.....	82
1.8. Выбор объекта и постановка задач исследования.....	83
ГЛАВА 2. КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРЕМА СОВРЕМЕННОЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ И ПОТЕНЦИАЛЬНО-ПОТОКОВЫЙ МЕТОД.....	85
2.1. Структура реальных физико-химических систем	85
2.2. Аксиоматика современной термодинамики. Кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики.....	88
2.3. Получение формализма современной неравновесной термодинамики для решения практических задач.....	107
ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ИЗ УРАВНЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ ПОТЕНЦИАЛЬНО-ПОТОКОВЫМ МЕТОДОМ, ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИАГНОСТИКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ.....	118
3.1. Анализ систем, характеризующихся протеканием в них физико-химических процессов.....	118
3.2. Упрощенные уравнения физико-химических процессов	127
3.3. Вероятностные диагностические и прогностические модели	138
3.4. Формализм построения диагностических и прогностических моделей физико-химических систем.....	138

ГЛАВА 4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ И ПРОГНОСТИЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	141
4.1. Блочные схемы физико-химических процессов	141
4.2. Параллельная мультикомпьютерная реализация формализма построения математической модели пользовательской физико-химической системы	159
4.3. Использование баз данных для построения моделей пользовательских физико- химических систем	166
4.4. Концепция распределенной информационной системы построения математической модели сложной системы на основе анализа процессов в ней	172
ГЛАВА 5. ТЕХНОЛОГИЯ ФОРМИРОВАНИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ РАБОЧЕЙ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЛИТИЙ-ИОННОГО АККУМУЛЯТОРА	178
5.1. Этапы построения математической модели литий-ионных аккумуляторов	178
5.2. Модель физико-химических процессов в литий-ионном аккумуляторе	180
5.3. Критерии работоспособности литий-ионного аккумулятора	185
5.4. Функции состояния для свойств веществ и процессов литий-ионных аккумуляторов US18650VTC6	186
5.5. Оценка диапазонов параметров модели физико-химических процессов в литий-ионном аккумуляторе	190
ГЛАВА 6. АПРОБАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ НАУЧНЫХ ОСНОВ ОЦЕНИВАНИЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ХИМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ НА ПРИМЕРЕ ЛИТИЙ-ИОННЫХ АККУМУЛЯТОРОВ	222
6.1. Получение математической модели напряжения и температуры в режиме разряда постоянным током литий-ионного аккумулятора	222
6.2. Синтез диагностической модели для определения ёмкости и температуры литий- ионных аккумуляторов в батарее	288
6.3. Применение математической модели для прогнозирования предотказных состояний литий-ионного аккумулятора	290
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	292
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	294
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	295

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Современная гражданская авиация имеет тенденцию к существенному повышению уровня электрификации оборудования воздушных судов, мощности источников электроэнергии [1, 2], их энергоэффективности и экологичности [1]. В том числе встает вопрос поиска альтернативных вариантов энергоустановок [3], например, авиационных вспомогательных силовых установок (ВСУ), работающих на водородных топливных элементах (ТЭ) [4, 5].

В настоящее время существует следующая классификация современных самолетов по степени электрификации [1, 6]:

- традиционный самолет (в котором помимо электрической системы существуют также гидравлические и пневматические системы);
- «более электрический» самолет (в котором по сравнению с традиционным самолетом больше электрических подсистем);
- самолет с полностью электрифицированным оборудованием, в котором все оборудование электрифицированное, однако основная тяга осуществляется тепловыми маршевыми двигателями, а также ВСУ газотурбинная;
- полностью электрический самолет, который использует только электрическую энергию, в том числе и для создания основной тяги [6].

Совершенствование воздушных судов видится в применении высокоэффективных литий-ионных аккумуляторных батарей, а также замене газотурбинной ВСУ на электрическую, питаемую от батареи топливных элементов [4, 7, 8]. Электрическая ВСУ способна более эффективно выполнять основные функции (автономный запуск маршевых двигателей на любой высоте [4]) за счёт лучших удельных показателей, в частности, вдвое более высокого КПД (около 50-70%, против КПД тепловых двигателей 25-45%), и более низкой стоимости её жизненного цикла [4], а также обеспечить существенное улучшение экологичности. Электрическая ВСУ на базе ТЭ независима от маршевых двигателей [4]; масса ВСУ на базе ТЭ на 10-15% меньше приведенной массы традиционной газотурбинной ВСУ той же мощности. Последнее преимущество электрической ВСУ позволит снизить массу самолета и повысить мощность двигателей, повысить дальность полета и снизить расход топлива [4].

Электрификация современных самолетов имеет следующие преимущества [1, 4]:

- экологические (обусловлены более высоким КПД и применением экологически чистых видов топлива), что приводит к уменьшению загрязнения окружающей среды, а также отсутствием вредных выбросов ТЭ и низким уровнем шума;

- энергетические (обусловлены более высоким КПД электрической ВСУ на основе батареи ТЭ по сравнению газотурбинной ВСУ, возможностью рекуперации энергии при использовании электроприводов, возможностью одновременного использования разных видов электрической энергии для питания потребителей);
- эксплуатационные (обусловлены низким уровнем шума, низкими температурами, а также простотой технического обслуживания электрооборудования);
- экономические (обусловленные, в первую очередь существенным снижением стоимости технического обслуживания электрооборудования и простотой его диагностирования).

Электрические ВСУ могут выполняться на высокотемпературных твердооксидных ТЭ (ТОТЭ) [9 – 11], или на низкотемпературных ТЭ на основе твердополимерной мембраны (ТПТЭ) [3, 10]. ТОТЭ работает при высоких температурах (порядка $800 \div 1000^\circ\text{C}$) [9 – 11], отсюда на запуск таких ТЭ требуется нескольких часов [10], что нежелательно для воздушных судов (ВС). Также для ТОТЭ необходим компрессор воздуха [3], в то время как для ТПТЭ такой нужды нет [3]. Отсюда очевидны перспективы применения авиационных ВСУ на основе ТПТЭ [1, 10]; тем не менее, имеются проекты использования ТОТЭ на борту ВС [12]. ТОТЭ, имеющие более высокий КПД по сравнению с ТПТЭ, работающие на любых существующих в настоящее время топливах, могут использоваться для обеспечения электроэнергией аэропортов, для которых в силу их географического расположения недоступно централизованное электроснабжение [11, 13, 14].

Основная роль аккумуляторной батареи на борту традиционных ВС – аварийный источник электропитания приемников электроэнергии первой категории [1, 15]. Еще аккумуляторные батареи на борту ВС могут выполнять функции запуска ВСУ, а также работать в буферном режиме, сглаживая импульсы тока, и обеспечивая тем самым требуемое качество электроэнергии [15]. В настоящее время наиболее перспективными для применения в авиации являются литий-ионные аккумуляторные батареи (ЛИАБ) [1, 16]. Литий-ионные аккумуляторы (ЛИА) имеют по сравнению с никель-кадмиевыми и свинцово-кислотными более высокие удельные энергетические характеристики, что делает перспективным их применение на борту ВС [1, 16].

На полностью электрическом самолете ЛИАБ может выполнять функцию основного источника электроэнергии или работать в паре с батареей ТЭ [1, 6]. На прочих перечисленных выше типах самолетов (по степени электрификации) ЛИАБ может выполнять функции [1, 15]:

— образование перекиси водорода с последующим химическим разрушением мембраны.

Литий-ионный аккумулятор, имея высокие удельные энергетические показатели, имеет достаточно узкий диапазон нормальной работы [16]. Так при перезаряде ЛИА входит в тепловой разгон, обусловленный выделением металлического лития на отрицательном электроде и последующим химическим взаимодействием лития с органическим электролитом [16, 20]. Тепловой разгон может привести к пожару на борту ВС [16]. Примерами являются пожары на борту ВС серии Боинг-787, вызванные ЛИАБ на борту этих ВС [21 – 30], а также пожары на борту электрического самолета Alice [31 – 34]. При переразряде имеет место разрушение положительного электрода, что существенно снижает емкость ЛИА [35, 36]. Отсюда возникает необходимость недопущения перезаряда или переразряда с целью предотвращения описанных явлений [16].

Одним из путей решения описанных проблем эксплуатации ТПТЭ является разработка новых материалов [18, 19, 37 – 67]. При разработке новых материалов необходимо проблемы решать в комплексе, т.к. улучшение одних свойств материалов сопровождается ухудшением других [18, 37]. Отсюда встает проблема поиска оптимального набора свойств материалов [18, 37]. Также немаловажное значение имеет выбор параметров оптимального (в плане повышения энергоэффективности, надежности, безопасности и долговечности) режима работы батареи ТПТЭ. Т.к., например, увеличение давления водорода в анодной области ТЭ в батарее приводит к увеличению электродного потенциала анода, но одновременно повышает утечку водорода к катоду [18]. В свою очередь увеличение электродного потенциала анода приводит к более интенсивному растворению платины [18].

Аналогичное касается и разработки новых материалов для ЛИА [67 – 130]. Материалы электродов, мембраны, электролита (в т.ч. и соли электролита) имеют свои преимущества и недостатки [67 – 130], что также приводит к проблеме поиска оптимальных материалов.

Помимо разработки новых материалов для ЛИА и ТПТЭ и выбора оптимального режима (в плане повышения энергоэффективности, надежности, безопасности и долговечности) [131] работы батареи ТПТЭ [18, 19], режимов разряда и заряда ЛИАБ [16, 20, 35, 36], а также выбора оптимальных параметров этих химических источников электрической энергии (ХИЭЭ), немаловажное значение имеет диагностика и прогнозирование технического состояния ХИЭЭ [131]. Так, например, в процессе расследования инцидента на Boeing 787 в Бостоне, обусловленном тепловым разгоном ЛИАБ на борту этого ВС, экспертами отмечалось, что не было выявлено проблем, относящихся к качеству производства аккумуляторов [25]; причем, как сообщалось NSTB, перенапряжение не было причиной этого инцидента, т.к.

напряжение не превышало предельного значения батареи 32 В, и зарядный блок прошел испытания [27]. Причины теплового разгона установить не удалось [25]. Также не удалось определить причины теплового разгона ЛИАБ на Боинг-787, имевшему место 14 января 2014 года [27].

Для борьбы с последствиями теплового разгона ЛИА применялись меры по укреплению корпуса [27, 28], а также использование систем охлаждения [28]. Однако эти меры не решили основной проблемы – возникновения и развития теплового разгона [28]. Как отметил Джефф Дан, профессор физики из Канадского университета Далхаузи, а также следователи NTSB, сбой в работе ЛИАБ является признаком проблем внутри ячеек ЛИА, обусловленных физико-химическими процессами (ФХП) в них [28, 30]. Это приводит к необходимости диагностирования и прогнозирования технического состояния каждого ЛИА в батарее, исходя из особенностей протекания ФХП в каждой такой ячейке ЛИАБ.

Обеспечение упомянутых оптимальных режимов работы, диагностика и прогнозирование возникновения аварийных режимов работы ЛИАБ и батареи ТПТЭ должно осуществляться соответствующей системой управления батареями ТПТЭ [18] и ЛИАБ [20, 132]. Задачи управления ЛИАБ включают в себя [132]:

- балансировку ЛИА в батарее с целью выравнивания степени близости каждого аккумулятора к перезаряду или переразряду (необходимость балансировки обусловлена тем, что каждый ЛИА в батарее (в силу своих «индивидуальных» свойств) разряжается и заряжается по-разному);
- отключение ЛИАБ в случае начала перезаряда или переразряда с целью предотвращения теплового разгона при перезаряде и падения емкости при переразряде;
- стабилизацию требуемого выходного напряжения или тока ЛИАБ.

Задачи управления батареями ТЭ включают в себя [18, 19]:

- управление увлажнением мембраны;
- управление отдачей электроэнергии каждого ТПТЭ в батарее ТПТЭ путем запасаания электрической энергии с этих ТЭ и ее дальнейшей отдачей во внешнюю цепь (необходимо для повышения энергоэффективности батареи ТПТЭ, т.к. к каждому ТПТЭ топливо (водород) и окислитель (кислород, в том числе и в составе воздуха) поступают по-разному, то и токовую нагрузку тоже надо сбалансировать);
- управление подачей водорода и отводом воды.

В основе работы этих систем управления лежат соответствующие алгоритмы [131]. Таким образом, совершенствование режимов работы ЛИАБ и батареи ТПТЭ осуществляется совершенствованием как архитектуры этих систем управления, так и алгоритмов управления. Т.к. функционирование этих ХИЭЭ определяется ФХП в элементах, причем у каждого такого элемента «своя» динамика протекания этих процессов, то алгоритм управления необходимо строить, исходя из диагностики и прогнозирования технического состояния каждого элемента ХИЭЭ, обусловленного особенностями динамики протекания ФХП в конкретном элементе ХИЭЭ [131]. Для этого необходимы диагностические и прогностические модели элементов ХИЭЭ, получаемые из анализа динамики ФХП в них [131].

В частном случае для эффективного управления ЛИАБ и батареями ТЭ, обеспечивающих недопущение отказов, аварийных режимов и максимальное использования их энергоэффективности, необходимы диагностические и прогностические модели ЛИА и ТЭ. Эти модели также строятся на основе анализа динамики происходящих в них ФХП.

Т.к. в различных ХИЭЭ протекают ФХП различной природы, то необходима единая методология построения моделей ХИЭЭ, получаемых на основе анализа динамики их ФХП. Таким образом, задача разработки единой методологии построения диагностических и прогностических моделей авиационных ХИЭЭ различной природы на основе анализа динамики ФХП в этих источниках, является актуальной.

Степень разработанности темы работы. В настоящее время направление, связанное с заменой традиционной газотурбинной ВСУ на ТПТЭ, является перспективным [7, 8, 17]. В течение 2008 – 2010 годов ОАО «Электропривод» в рамках Федеральной целевой программы выполнило большой объем работ с целью создания научно-технического задела по разработке электрических систем генерирования и запуска маршевых двигателей самолета с полностью электрифицированным оборудованием [133]. Вопросами создания самолета на электрической тяге с использованием традиционных газотурбинных генераторов электроэнергии занимается объединение «Аэросила» [134].

Компании Airbus и Институт технической термодинамики DLR (Германия) ставили целью замену рассматриваемых ВСУ энергоустановкой на ТЭ [135]. Компания Boeing 3 апреля 2008 г реализовала первый пилотируемый полёт самолета с силовой установкой на твёрдо-полимерных ТЭ (производства компании UQM Technologies) мощностью 20 кВт [135]. Силовая установка мощностью 440 кВт на базе ТОТЭ, разработанная компанией Boeing, позволит сократить потребление керосина на 75% во время стоянки на земле [135].

Перспективная основная силовая установка на ТЭ с криогенным хранением жидкого водорода на борту ТЭ может теоретически иметь шестикратное превосходство над традици-

онными силовыми установками с газотурбинными двигателями (ГТД), работающими на керосине [134]. Для таких установок в объединении «Гелиймаш» [134, 136] разработаны проекты криогенных баков для жидкого водорода, которые отличает низкая стоимость, высокая эффективность, безопасность и простота. Разработаны относительно простые и дешёвые ожижители, которые могут быть положены в основу аэродромной сети заправок жидким водородом [134]. На экспериментальном самолёте ОКБ Туполева Ту-155 отработана технология использования жидкого водорода в качестве топлива [134].

Самолёт с гибридной силовой установкой – промежуточный этап перехода от традиционного самолёта к полностью электрическому [137]. Существуют проекты таких электрических самолётов, в которых маршевыми двигателями являются бесконтактные двигатели постоянного тока с высококоэффициентными редкоземельными постоянными магнитами, питаемые ТЭ, аккумуляторными батареями и электрогенераторами [137], а также проекты гибридных самолётов, в которых суммируется механическая энергия от электрических и турбинных двигателей [138, 139]. Например, компания Airbus в рамках европейского проекта New Configured Aircraft (CELINA) разрабатывает конструкцию самолёта A330-300, где 40...60 % электроэнергии будут вырабатывать ТЭ [138].

В настоящее время беспилотные летательные аппараты и малая авиация являются преимущественными кандидатами на переход их основных силовых установок с двигателей внутреннего сгорания на электрическую тягу (например, проект Nasa «Helios», который в 2003 г. завершился полётом беспилотного самолёта с обратимым топливным элементом и фотобатареями) [135]. Тем не менее, рассматриваются также и варианты полной электрификации дальнемагистральных и широкофюзеляжных самолётов [135].

Примерами беспилотных летательных аппаратов также являются [135]:

- планер «Antares DLR-H2», приводимый в движение системой ТЭ; мощность энергоустановки составляла 25 кВт;
- беспилотный вертолёт на водородных ТЭ компании Fraunhofer Institute (Германия); вес топливного элемента – 30 г, мощность – 12 Вт;
- моторный планер на ТЭ с использованием композитных баллонов (Институт технической термодинамики DLR).

В России в НИЦ «Курчатовский институт», ОАО «Объединённая авиастроительная корпорация», ЗАО «АЭРОКОН», Институте проблем химической физики РАН (ИПХФ) были созданы энерго-установки для беспилотных летательных аппаратов (например, типа Inspector-401B) с твёрдополимерными ТЭ, имеющими рабочую температуру $20 \div 80^\circ\text{C}$ (воз-

возможен запуск и при отрицательных температурах), с оптимизированным самоувлажнением мембраны [135]. Разработанная батарея с 56 мембранными электродными блоками (МЭБ) и работает при напряжении 36 В [135].

Также в России в Институте проблем химической физики РАН (г. Черноголовка) впервые была разработана, создана и испытана отечественная сверхлёгкая батарея ТПТЭ для беспилотного летательного аппарата [135, 139]. Было показано увеличение времени полёта по сравнению с батареей на литий-полимерных аккумуляторах: в 2 раза (при комплектации баллоном на 300 атм); в 4 раза (в перспективе) при совершенствовании системы хранения водорода и вспомогательной аппаратуры [135]. Pipistrel совместно с компанией Hydrogenics и учеными из Ульмского университета разработан работающий на водороде четырехместный одномоторный самолет [139]. В компании «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт» разрабатывается самолет АВФ-32НС, работающий на ЛИАБ, ТЭ и солнечных элементах [139].

ЛИАБ применялись на самолетах Боинг-787. Однако из-за теплового разгона ЛИАБ на борту Боинг-787 эксплуатация этих самолетов была приостановлена [16].

Также на базе НИЦ «Курчатовский институт» Барановым И.Е., Фатеевым В.Н., Порембским В.И., Калининковым А.А. была проанализирована возможность использования ТЭ как резервного источника электропитания критических агрегатов самолета, а также были проанализированы возможности компенсации низкой удельной мощности батареи ТЭ, а также режим работы с оптимальным увлажнением мембраны [134]. Одним из путей компенсации низкой мощности батареи ТЭ является снижение мощности электрических двигателей, что приводит к снижению скорости полета, увеличению дальности полета, либо снижению числа пассажиров [134]. Другим путем компенсации низкой мощности батареи ТЭ является переход на сжиженный водород или новые капиллярные системы хранения этого топлива, имеющие более высокие характеристики по массовому содержанию водорода [134]. Такой подход позволяет снизить в 3 раза массу топлива при сохранении запаса энергии, что позволит компенсировать возросшую массу двигателей при переходе на электрическую тягу [134].

Также Порембским В.И., Калининковым А.А., Барановым И.Е., Коробцевым С.В., Цыриным А.А., Островским С.В., Каргопольцевым В.А., Устиновым А.В. была разработана батарея ТЭ, обладающая техническими преимуществами [140]:

- упрощение конструкции и улучшение технологии изготовления топливных элементов и батареи ТЭ;
- возможность ремонта и замены, вышедших из строя ТЭ;
- снижение массогабаритных характеристик батареи не менее чем в два раза;

– охлаждение воздухом.

Фирмой «Ballard Power System Company» (Канада) были разработаны мембраны ВAM3G, более дешевые Нафион и имеющие более высокие степени набухания по сравнению с мембранами Нафион, т.к. мембраны ВAM3G характеризуются большими значениями обменной емкости [37]. Благодаря этому ТЭ на базе мембраны ВAM3G при низких плотностях тока демонстрируют те же характеристики, что и ТЭ на базе Нафион, и более высокие характеристики при более высоких плотностях тока [37].

Компанией «Ballard Advanced Materials» (Канада) разработаны мембраны на основе сульфированных поли(фенилхиноксалинов), характеризующихся хорошими механическими свойствами, их протонная проводимость достигает протонной проводимости мембран Нафион [37]. Но эти мембраны отличаются высокой степенью набухания [37].

Мембраны, производимые компаниями PEMEAS (Германия) и «Celanese» обладают хорошей термостабильностью [37]. Однако эти мембраны обладают недостатками [37]: низкая механическая прочность и вымывание водой фосфорной кислоты, что приводит к снижению протонной проводимости мембраны, закупорке газовых пор. Для снижения вымывания фосфорной кислоты и повышения протонной проводимости мембран на основе фенилзамещенных полифениленов с фосфонатными группами в боковой цепи авторами Лысовой А.А., Пономаревым И.И., Ярославцевым А.Б. была выполнена модификация таких мембран оксидом кремния [37]. Авторами Li Q.F., He R.H., Jensen J.O., Vjertum N.J. исследованы протонпроводящие свойства гибридных материалов на основе поливинилфосфорной кислоты и азотсодержащих гетероциклов [37]. Эти мембраны обладают высокой протонной проводимостью в сухой атмосфере [37].

Важное значение для обеспечения приемлемой мощности топливного элемента является катализатор. В настоящее время в качестве катализатора используется платиновое напыление, нанесенное на некоторую основу [37]. Сам носитель тоже может участвовать в каталитическом процессе на трехфазной границе [37]. Среди компаний, выпускающие платиновые катализаторы на носителе из сажи наиболее известны [37]: E-TEK и «Johnson Matthey» (марка «Hispek»), а также BASF (марка «Selectra Catalysts»). Коммерчески доступны катализаторы на носителе из углеродных нанотрубок, выпускаемые немецкой фирмой HAT [37]. Фирма 3M (США) производит платиновые катализаторы, нанесенные на нановискеры [37].

Платина – дорогой металл, ее запасы в природе ограничены [37]. Поэтому в настоящее время в качестве катализаторов используют сплавы платины с более дешевыми металлами [37]. Авторами Kotaro S., Minhua S., Adzik R., Roen L.M., Paik C.H., Jarvi T.D., Gasteiger H.A. и др. показано, что легирующие металлы платины подавляют ее растворение, обладают бо-

лее высокой толерантностью к монооксиду углерода [37]. Тем не менее для большинства сплавов характерна недостаточная стабильность в процессе работы ТЭ [37].

Исследователями Gasteiger H.A., Markovic N., Ross P.N., Gairns E.J. предложен электрохимический бифункциональный механизм удаления с поверхности платины адсорбированного монооксида углерода с целью освобождения на поверхности платины участков для окисления водорода [37]. Металл (это может быть *Sn*, *Mo* и др), находящийся в сплаве с платиной, является катализатором реакции восстановления платины [37]. Этот эффект был также подтвержден исследователями Ivase M., Kawatsu S., Oetjen H.F., Schmidt V.M., Stimming U., Trila F., Brankovic S.R., Wang J.X., Adzi R.R. и др. [37].

Авторами Гутерманом В.Е., Беленовым С.В., Ластовиной Т.А., Фокиной Е.П., Пруцаковой Н.В., Константиновой Я.Б., Wang X., Li W., Chen Z., Waje M., Ya Y. и др. было показано, что наноструктурированные углеродные материалы в качестве основы для катализаторов позволяют повысить эффективность катализаторов, снизить расход металлов платиновой группы, продлить срок службы катализаторов и снизить их чувствительность к монооксиду углерода [37].

Исследователями Wang M., Guo D., Li H., Macak J.M., Barczuk P.J., Tsuchiya H., Nowakowska M.Z., Chicov A., Chojak M., Bauer S., Virtanen S., Kulesza P.J., Schmuki P. и др. показана высокая каталитическая активность в реакциях восстановления кислорода, а также высокая электрохимическая стабильность платиновых катализаторов, нанесенных на наноструктурированный диоксид титана [37].

Как было показано исследователями China H., Campbell S., Lesler O., Chang G., Oyama M., Hirao G., Kulprathipanja A., Falconer J.L., Ganesh V., Maheswari D.L., Berchmans S., Kim B.K. и др. оксид индия-олова дает более высокую термическую и электрохимическую устойчивость, чем у коммерческого катализатора Hispec-4000 производства фирмы «Johnson Matthey» и платины на саже, а также увеличение электрохимической активности [37]. Также использование оксида иридия как индивидуального носителя платины, либо добавки к диоксиду олова или рутения, как было показано авторами Chen A., Daniel J., Russa L., Miller B. и др., позволило повысить каталитическую активность и устойчивость к монооксиду углерода [37].

Платиновые катализаторы на основе оксидов вольфрама и молибдена, как было показано исследователями Chhina H., Campbell S., Kesler O., Zhang Z., Wang X., Cui Z., Liu C., Lu T., Xing W. и др., дает увеличение каталитической активности, стабильности по сравнению с коммерческим платиновым катализатором Hispec-4000 [37]. Также такие оксиды не только устойчивы к коррозии, но и повышают толерантность к монооксиду углерода [37].

Также авторами Maiyalagan T., Viswanathan B., Mazza F., Trassati S., Kim J.Y., Oh T.K., Shin Y., Bonnett J., Weil K.S. было показано, что карбид вольфрама, титана, также проявляют электрокаталитическую активность в реакциях электровосстановления кислорода [37].

Выбор материалов для мембраны, электрокатализаторов ТЭ имеет важное значение для повышения удельной мощности, КПД, надежности и долговечности этих элементов. Но для выбранных таких материалов необходимо выбрать режим работы батареи ТЭ, который обеспечит наибольшую мощность, КПД этой батареи. А также надежность и долговечность этих топливных элементов.

Для этого, в частности, нужно решить вопрос с увлажнением мембраны [18, 134, 141]. С этой целью Барановым И.Е., Фатеевым В.Н., Порембским В.И., Калининковым А.А. из НИЦ «Курчатовский институт» была получена зависимость влажности катодного каталитического слоя от температуры и плотности тока [134]. Также авторами Барановым И.Е., Фатеевым В.Н., Порембским В.И., Акелькиной С.В., Лютиковой Е.К. было получено условие самоувлажнения мембраны [141]. Была получена зона нормальных режимов работы батареи ТЭ [134]. Было показано, что эта зона довольно узка, что обуславливает необходимость точной системы управления по части влажности мембраны [134]. Был предложен импульсный режим работы ТЭ, позволяющий расширить зону нормальных режимов в сторону осушения [134]. На базе НИЦ «Курчатовский институт» было предложено использование в качестве катализаторов смеси платинированной сажи и графена, что позволило повысить стабильность работы ТЭ, а также несколько увеличить его ресурс [134].

Автором Ивасе Массайоши (Япония) была предложена система управления топливными элементами, основанная на измерении расхода газа, дальнейшем определении точки наивысшего КПД и распределения нагрузки между ТЭ в батарее в соответствии с этой точкой наивысшего КПД [142]. Также автором Моги Сатоси (Япония) была предложена система топливного элемента, в которую входит алгоритм управления продувкой [143].

Авторами Джанолио Джузеппе, Керки Пьерпаоло, Педраццо Франческо (Италия) была разработана система управления батареями ТПТЭ, которая в зависимости от измеряемого на каждом ТЭ напряжении и тока через этот элемент эффективно распределяет нагрузку на ТЭ, а также задает оптимальное увлажнение элементов, управляет продувкой блока этих ТЭ [144]; причем для каждого режима работы батареи используется свой алгоритм управления [144].

Авторами Бенсон Пол Алан, Грейндж Нэйтан, Дейвиз Дамиан была разработана система управления импульсными режимами работы водородными ТПТЭ в составе батареи с це-

лью эффективного увлажнения мембраны [145]. Также в этой системе управления ТЭ в батарее осуществляется эффективное распределение нагрузки между элементами [145].

Авторами Ко Сеунг-Тае, Парк Миунг-Сеок (Южная Корея) был создан ТЭ, для которых вычисляется величина требуемой мощности и величина электрической мощности, производимой в этом ТЭ и в зависимости от результата регулируется работа этого элемента [146]. Благодаря этому предотвращается потребление ненужного количества топлива [146].

Авторами Ким Тае-Вон, Ко Сеунг-Тае (Южная Корея) был разработан модуль управления батареей ТЭ для нахождения его рабочей точки, исходя из увеличения эффективности ТЭ [147]. Этот алгоритм гарантирует стабильность работы батареи ТЭ [147].

Авторами ГУ Бон-Гван, КО Сеунг-Тае (Южная Корея) также был разработан модуль управления подачи водорода и кислорода в ТЭ в батарее ТЭ в зависимости от требуемой мощности на ТЭ [148]. Этим также достигается эффективность преобразования топлива в электричество [148].

В целях оптимизации выработки электроэнергии в зависимости от тепловыделения ТЭ авторами Ко Сеунг-Тае, Чой Хонг (Южная Корея) была предложена система управления ТЭ в батарее, основанная на измерении теплового потока с ТЭ с поледующим определенем мощности тепловыделения и в зависимости от результата выбору мощности ТЭ в батарее [149]. Благодаря этому достигается повышение коэффициента полезного действия рассматриваемой батареи ТЭ [149].

Для алгоритмов, положенных в основу систем управления ХИЭЭ, необходимы модели рассматриваемых ХИЭЭ. Наиболее адекватными моделями ХИЭЭ в настоящее время являются модели, получаемые из анализа динамики ФХП в рассматриваемых ХИЭЭ [150, 151], т.к. именно ФХП определяют функционирование ХИЭЭ. Что и объясняет адекватность моделей, основывающихся на ФХП в ХИЭЭ, по сравнению с имитационными моделями, основывающихся на экспериментальных данных для конкретных режимов работы различных экземпляров конкретной марки конкретного типа ХИЭЭ, соответственно экстраполяция имитационных моделей на прочие режимы работы ХИЭЭ в общем случае некорректна [150, 151]. Поэтому далее будут рассматриваться только модели ХИЭЭ, основанные на анализе ФХП в них.

В настоящее время модели ФХП в ТПТЭ основаны на электрохимической кинетике, законах диффузии [152 – 162]. Эти модели были получены авторами: Чирковым Ю.Г., Андреевым В.Н., Ростокиным В.И., Кузовым А.В., Станкевичем М.М., Василенко В.А., Тютиным А.О., Кольцовой Э.М., Богдановской В.А., Тарасевичем М.Р., Щербаковым А.И., Costamagna P., Титовым В.Г., Абрамовым С.В., Модестовым А.Д., Franco A.A., Temberly M.,

Darling R.M., Meyers J.P., Bi W., Fuller T.F., Holby E.F., Sheng W., Shao-Horn Y., Morgan D., Ferreira P.J., Mazumder S., Cole J.V., Springer T.E., Zawodzinski T.A., Gottesfeld S. и др. [152 – 162]. Также авторами Титовым В.Г., Абрамовым С.В. были получены схемы замещения ТПТЭ на основе уравнений электрохимической кинетики [157].

Электродные реакции в ТПТЭ описываются, в частности, моделью Балтера-Фольмера [153 – 155, 163], моделью Тафеля [18]. Из [163] нетрудно видеть, что область применения модели Бултера-Фольмера ограничена не сильным удалением состояния электрохимической системы от равновесного состояния (не большими токами), т.к. перераспределение концентраций в этой модели не учитывается [163], а также при достаточно больших токах зависимость тока от перенапряжения может быть более сложной, о чем упоминалось Бахаревой И.Ф. в ее работе [164], а также Полаком Л.С. в работе [165]. Перераспределение концентраций электролита может быть учтено приведенным в [163] расширенном уравнении Балтера-Фольмера, но это уравнение в общем случае является термодинамически некорректным (видно из [163]). Это перераспределение концентраций в общем случае частично учитывается в зависимости электродного потенциала от концентрации электролита [154, 155]. Но, тем не менее, коэффициенты модели Балтера-Фольмера в общем случае зависят и от концентрации электролита; поэтому в общем случае перераспределение концентраций нужно учитывать, используя зависимость коэффициентов уравнения Балтера-Фольмера от концентрации электролита, как было учтено в общем случае химических реакций Бахаревой И.Ф. в ее монографии [164]. Доработанные описанным образом модели Балтера-Фольмера, как нетрудно видеть из [154, 155, 164] являются термодинамически корректными, т.е. заряд переносится от большего электрохимического потенциала к меньшему. Зависимость одного из коэффициентов уравнения Балтера-Фольмера от концентрации водорода и кислорода соответственно была учтена в [154], а от ионов растворенной платины – в [155]. Также по мере удаления от равновесия в общем случае необходимо дорабатывать зависимость Балтера-Фольмера от перенапряжения электрода (вытекает из [164, 165]).

Уравнение Тафеля также имеет ограниченную область применения [18]. Модели [152 – 162] описывают преимущественно электрохимические процессы в ТПТЭ; однако помимо этих процессов в ТПТЭ протекают процессы старения неэлектрохимической природы [18, 19].

Гирке были предложены общие особенности строения ионообменных мембран ХИЭЭ, в том числе и ЛИА [67]. Робсоном была предложена диаграмма, по которой можно судить о свойстве мембран, таких как газоразделение, проводимость [67]. Авторами Wilson A.M., Dahn J.R. было исследовано внедрение ионов лития в различные материалы электродов ЛИА

[69]. Авторами Park M., Zhang X., Chung M., Less G.B., Sastry A.M., Чуудиновым Е.А., Ткачуком С.А., Шишко В.С., Кедринским И.А., Бахваловым В.Г., Кокориным А.Н., Сангинов Е.А., Евщиком Е.Ю., Каюмовым Р.Р., Добровольским Ю.А. и др. были исследованы кинетические и транспортные характеристики различных электролитов [72, 73, 92].

Авторами Стениной И.А., Шайдулиным Р.Р., Десятовым А.В., Ярославцевым А.Б., Першиной С., Корниловым Д.Ю., Ильиной Е., Дружининым К., Мо М., Chen H., Hong X., Hui K., Ye C., Lai K., Chen W., Hsieh C., Weng Y., Li F., Wu H., Wu N., Ferrari A. C., Евщиком Е.Ю., Журавлевым В.Д., Шиховцевой А.В., Журавлевым В.Д., Ермаковой Л.В., Бушковой О.В., Зюбиным А.С., Зюбиной Т.С., Добровольским Ю.А., Волоховым В.М., Poizot P., Laruelle S., Grugeon S., Lee H.Y., Lee S.M., Wang C.S., Appleby A.J., Kamaya N., Homma K., Yamakawa Y., Kato Y., Kawamoto K., Kanno R., Hirayama M., Evshchik E., Levchenko A., Shikhovtseva A.V. и др. были исследованы различные материалы электродов и электролитов ЛИА [75 – 89], в том числе и с использованием квантово-химического моделирования [80, 82 – 84, 86 – 88, 93].

Помимо выбора материалов электродов и электролитов ЛИА важное значение имеет система управления ЛИАБ. Компанией Texas Instruments (США) была предложена технология PowerPump активной балансировки ЛИАБ [132]. В соответствии с этой технологией в индуктивном элементе, подключаемом попеременно к различным ЛИА в батарее, осуществляется запасание тока и передача тока от одного ЛИА к другому [132]. Благодаря этому становится возможным передача электрического заряда от ЛИА с меньшим напряжением к ЛИА с большим напряжением [132]. Также в рамках технологии PowerPump осуществляется мониторинг напряжения, тока и температуры каждого ЛИА в батарее, состоящей из последовательно соединенных ЛИА [132]. И в соответствии с этим мониторингом осуществляется передача электрического заряда между ЛИА в ЛИАБ [132].

Технология активной балансировки PowerPump поддерживает алгоритмы [132]:

- балансировки по напряжению, заключающийся в выравнивании напряжений последовательно соединенных ЛИА в батарее;
- балансировки по напряжению холостого хода, также заключающийся в выравнивании напряжений последовательно соединенных ЛИА в батарее, но с учетом внутренних сопротивлений ЛИА;
- балансировки на основе прогнозирования степени заряда каждого ЛИА в батарее.

Последний алгоритм балансировки позволяет наиболее полностью получить энергию из ЛИАБ при разряде и затратить минимум энергии на заряд ЛИАБ [132].

Также технология PowerPump позволяет отключать ЛИАБ в случае ее полного разряда или полного заряда и имеет интерфейс обмена данными с внешними устройствами [132].

Другой подход активной балансировки ЛИАБ был предложен фирмой Linear Technology [166]. Этот подход подразумевает передачу заряда между ЛИА в батарее с использованием трансформатора. Одна такая подсистема балансировки обслуживает до 6 ЛИА, причем имеется возможность использования сколь угодно большего числа таких подсистем [166]. Такая система тоже имеет вычислительное устройство, которое позволяет прогнозировать состояние заряда каждого ЛИА в батарее [166]. Также рассматриваемая система балансировки позволяет отключать ЛИАБ в случае ее полного разряда или полного заряда и имеет интерфейс обмена данными с внешними устройствами [166].

Система активной балансировки ЛИАБ, основанная на запасании энергии более заряженных аккумуляторов в емкостном элементе, была предложена Рыковановым А.С. [167]. В соответствии с этой схемой емкостной элемент подключается к группе аккумуляторов, заряжается до напряжения этих аккумуляторов, а затем разряжается на группу менее заряженных аккумуляторов [167]. На основе мониторинга напряжения микроконтроллер принимает решение о подключении конденсатора [167].

Также авторами Isaacson M. J. и др. были исследованы различные алгоритмы балансировки ЛИАБ [168].

Таким образом, приведенные эффективные системы активной балансировки ЛИАБ, входящие в состав системы управления ЛИАБ, основываются на прогнозировании состояния заряда ЛИА в батарее. Для прогнозирования состояния каждого ЛИА в батарее необходимо иметь математические модели ЛИА.

Как отмечалось выше, ЛИА, как и любые ХИЭЭ, могут быть описаны путем моделирования макрокинетики процессов в них, так и на основе статистической модели [150, 151]. Также на основе статистических данных и модели макрокинетики процессов в ЛИА строятся схемы замещения ЛИА [150, 151]. Как и отмечалось выше, модели, основанные на макрокинетике, являются наиболее адекватными для различных режимов работы ЛИА в отличие от статистических моделей, которые адекватны для тех режимов работы ЛИА, для которых были получены статистические данные результатов испытаний различных экземпляров ЛИА рассматриваемой модели [150, 151]. Поэтому далее речь пойдет о моделях, основанных на анализе макрокинетики процессов в ЛИА.

Авторами Чирковым Ю.Г., Ростокиным В.И., Скундиным А.М., Venkatasailanathan Ramadesigan, Paul W. C. Northrop, Sumitava De, Shriram Santhanagopalan, Richard D. Braatz, Venkat R. Subramaniana, Klein R., Chaturvedi N.A., Christensen J., Ahmed J., Findeisen J., Kojic A.,

Fang H., Wang Y., Sahinoglu Z., Wada T., Hara S., Smith K., Wang C.Y. были получены математические модели электрохимических процессов в ЛИА [169 – 174]. Электродные процессы в ЛИА также моделировались уравнением Балтера-Фольмера [163, 169 – 174], которое имеет описанные выше ограничения. Частично концентрации ионов лития в зернах интеркаляторов были учтены в работах [169, 170]; однако необходимо получить связь этих концентраций с концентрациями в приэлектродной области электролита. Также, как было отмечено выше, необходимо в соответствие с работой Бахаревы И.Ф. [164] задавать зависимости коэффициентов уравнения Балтера-Фольмера от концентрации электролита в приэлектродных областях и от температуры, а также в соответствие с работой Полака Л.С. [165] зависимость тока через двойной слой электродов ЛИА от перенапряжения.

Авторами Smith K., Wang C.Y., Zhao J., Wang L., He X., Wan C., Jiang C., Jiang Y., Zhang C., Zhang W., Shi Wei, Liu Q., Rahmoun A., Biechl H., He H., Xiong R., Fan J., Hu X., Li S., Peng H., Rahimian S.K., Rayman S., White R.E. были получены различные схемы замещения ЛИА. Характеристики (сопротивления, емкости, напряжения, и т.д.) которых (в общем случае в виде функций) определяются из экспериментальных данных [175 – 180]. Эти схемы замещения [175 – 180], как и электрохимические модели ЛИА описывают только электрохимические процессы в ЛИА; однако в ЛИА протекают процессы старения, в том числе и неэлектрохимической природы [20, 36].

В общем случае зависимость коэффициентов модели Балтера-Фольмера [163], коэффициента диффузии от концентрации ионов лития при электроде и температуре электролита, параметров схем замещения от соответствующих аргументов задается в виде функциональных разложений (теорема Вейерштрасса о равномерном приближении функции полиномами) [181, 182]. Также в виде функциональных разложений задается более сложная зависимость тока через электродный двойной слой от перенапряжения электродов (с сохранением термодинамической корректности). Затем коэффициенты этих функциональных разложений определяются методами теории идентификации [182]. Причем, в общем случае в силу задания описанных функциональных разложений искомым коэффициентов будет много [182]. Поэтому для определения этого множества коэффициентов необходимо путем упрощения полученной системы уравнений электрохимических процессов в ЛИА и ТПТЭ определять эти коэффициенты по частям (предложенный Ивахненко А.Г. метод группового анализа коэффициентов) [182].

Ланцовым В.Н. был предложен метод численно-аналитического преобразования сложных систем уравнений, при котором уменьшается порядок систем уравнений [183]. В результате предложенного Ланцовым В.Н. численно-аналитического преобразования сложных си-

стем уравнений динамики электрохимических процессов в ЛИА и ТПТЭ (с заданными вышеуказанными функциональными разложениями для свойств веществ и процессов) эта система уравнений упрощается и преобразовывается к виду, представляющему собой связь контрольных параметров ЛИА и ТПТЭ, по которым делается вывод о техническом состоянии этих ХИЭЭ, о входе ЛИА и ТПТЭ в аварийные режимы работы, с параметрами этих ХИЭЭ, непосредственно поддающихся измерению (с наблюдаемыми параметрами) [183]. Часть этих входных параметров (наблюдаемых параметров) представляют собой наблюдаемые параметры контрольных режимов работы рассматриваемых ХИЭЭ. Такие преобразованные модели являются идентифицируемыми [182, 183], в то время как параметры функциональных разложений, входящих в упомянутые выше уравнения, полученные вышеуказанным способом из уравнений химической кинетики, далеко не всегда наблюдаемые; в общем случае, задав с использованием описанных выше функциональных разложений и уравнений химической кинетики, диффузии класс моделей электрохимических процессов в ЛИА и ТПТЭ [182], мы из экспериментальных данных получаем более узкий класс моделей. В процессе предложенных Ланцовым В.Н. численно-аналитических преобразований параметры функциональных разложений уходят [183].

Получение описанными методами модели ЛИА и ТПТЭ, основанное на задании функциональных разложений параметров, входящих в модели электрохимической кинетики, по своей сути является методологией современной неравновесной термодинамики [184 – 187], причем модели электрохимической кинетики (в том числе и упомянутые выше) [152] являются частным случаем моделей современной неравновесной термодинамики [184 – 187]. В соответствии с современной неравновесной термодинамикой причиной и необходимым условием протекания ФХП являются термодинамические силы (ТС) (или термодинамические сродства [188, 189]) [184 – 187]. Связь термодинамических сил со скоростями протекания ФХП в состояниях, близких к устойчивому равновесию, дается теорией Онзагера [188]. В соответствии с этой теорией вектор-столбец скоростей протекания ФХП дается как произведение постоянной симметричной положительно определенной матрицы на вектор-столбец ТС [188]. Эта теория справедлива для процессов различной физической и химической природы и ограничивается околоравновесным состоянием [188]. В частности, эта теория не способна объяснить возникновение описанных Пригожиным И., Эбелингом В. диссипативных структур, возникающих в открытых системах вдали от равновесного состояния [190 – 192].

С целью расширения теории Онзагера на нелинейную область Бахарева И.Ф. было предложено ввести нелинейную энтропию, которая в линейной области сводится к линейной

энтропии, далее ТС определять через нелинейную энтропию [164]. Произведение постоянной положительно определенной матрицы на вектор-столбец ТС (полученных из нелинейной энтропии) дает вектор-скоростей протекания ФХП [164]. Однако эта теория имеет лишь ограниченное применение [164].

Для большего расширения теории Онзагера на нелинейную область Эткиным В.А. была предложена положительно-определенная матрица (в общем случае не симметричная), зависящая от состояния системы [185]. Произведение этой матрицы на вектор-столбец ТС дает вектор-столбец скоростей протекания ФХП [185]; причем такая матрица может быть введена для любого состояния произвольной ФХС, сколь угодно далекого от состояния термодинамического равновесия [186] (в общем случае введя параметры состояния, характеризующие отклонение от локального термодинамического равновесия [184, 185]). Такая положительно-определенная матрица (кинетическая матрица (КМ)) может быть задана в виде функциональных разложений, гарантирующих положительную определенность этой матрицы [187]. Задав функциональные разложения для КМ, потенциалов взаимодействия, через которые определяются ТС [184 – 189], получив, помножив КМ на вектор столбец ТС, функциональные разложения для вектора-столбца скоростей протекания ФХП [184 – 187], а затем, используя законы сохранения, получим функциональные разложения для правой части системы уравнений динамики ФХП [185 – 187] – класс моделей [182] динамики ФХП различной природы, протекающих в рассматриваемой системе [185 – 187]. Затем вышеописанным способом методами теории идентификации [182] получим из экспериментальных данных подкласс этих моделей ФХП. Имея этот класс (подкласс) моделей динамики ФХП, можно анализировать условия возникновения диссипативных структур и переходные процессы к ним [192]. Положительная определенность КМ, гарантирующая выполнение второго начала термодинамики [185, 186], использование законов сохранения – важные условия, гарантирующие корректность заданного класса моделей ФХП. В состояниях, близких к термодинамическому равновесию, КМ вырождается в онзагеровскую матрицу [185, 186].

Также Грмелой был предложен GENERIC-подход [184], применимый для сколь угодно далеких от равновесия состояний системы и тождественный описанному выше подходу, основанному на кинетической матрице, зависящей от состояния системы [186].

Подход, основанный на КМ, зависящей от состояния системы, в частных случаях задания соответствующих функций состояния для КМ, сводится к соответствующим корректно заданным (с точки зрения начал термодинамики) моделям этих процессов [186], в том числе корректно заданным (с точки зрения начал термодинамики) моделям химической

кинетики. Термодинамический анализ моделей химической кинетики (в том числе и только что упомянутая корректность задания моделей химической кинетики) был выполнен Горбанем А.Н. [193]. Более того, такой подход является развитием этих моделей [186, 187].

Таким образом, как и видно из описанного подхода, основанного на положительно-определенной КМ, зависящей от состояния системы, этот подход позволяет из экспериментальных данных получить класс моделей ФХП в системе, вбирающий в себя частные модели (в том числе и вышеуказанные модели) этих процессов, а также учитывающий сколь угодно много различных нелинейных эффектов (видно из [188]), путем предложенного Ланцовым В.Н. численно-аналитического преобразования моделей ФХП, даваемых рассматриваемым подходом, можем получить сколь угодно точные и адекватные модели системы для заданных режимов ее работы, учитывающие имеющие значение для рассматриваемой практической задачи особенности протекания ФХП в системе [194, 195]. Эти модели представляют связь контролируемых параметров с наблюдаемыми [194, 195].

В частности, подход, основанный на КМ, позволяет получать модели динамики ФХП старения в ЛИА и ТПТЭ, имеющих неэлектрохимическую природу. Т.к. нетрудно видеть, что преимущество этого подхода перед традиционной химической кинетикой заключается в том, что подход, основанный на переменной положительно-определенной КМ не требует знания детального механизма химических превращений [196 – 198].

Таким образом, подход построения моделей динамики ФХП, основанный на положительно-определенной КМ, зависящей от состояния системы, и предложенный Ланцовым В.Н. метод численно-аналитического преобразования сложных систем является единым подходом, дающим возможность построения математических моделей любой системы произвольной физико-химической природы. Это особенно важно для построения моделей ФХП в ЛИА и ТПТЭ, учитывающих сколь угодно много эффектов протекания этих процессов, в том числе и нелинейных эффектов, которые наблюдаются в перспективных авиационных ХИЭЭ – литий-ионных аккумуляторах и топливных элементах.

Авторами А. А. Нечитайлов, Н. В. Глебова, А. А. Томасов, Н. К. Зеленина был разработан метод диагностики активности катализатора и диффузионных свойств каталитических слоев [199]. В соответствие с этим методом путем снятия кривых напряжения ТПТЭ при различных токах определяется активность катализатора и диффузионные свойства [199]. Затем, зная эти характеристики ТПТЭ, анализируется работа ТПТЭ в интересующих режимах его работы [199]. В основу этого метода положено моделирование электрохимических процессов в ТПТЭ методами электрохимической кинетики [199]. Также авторами Wu J., Yuan X.Z., Wang H. и др. были разработаны

алгоритмы диагностики ТПТЭ, в основу которых также были положены электрохимические процессы [200].

Авторами Timmons J.V., Koss E.F., Кадигроб Т.С., Безручко К.В., Давидов А.О., Ченина Е., Гасанова В., Лазненко В.И., Ширинский С.В. были сформулированы диагностические параметры аккумуляторов и методики диагностики и прогнозирования их технического состояния [201 – 209].

Отсюда видно, что использование описанных выше методов современной неравновесной термодинамики (на основе положительно-определенной КМ, зависящей от состояния системы) вкупе с предложенными Ланцовым В.Н. методами численно-аналитического преобразования больших систем уравнений позволяет построить более точную модель ТПТЭ и ЛИА, по которой определяются интересующие характеристики элемента и соответственно более точную модель, по которой прогнозируются режимы работы этих ТПТЭ и ЛИА соответственно.

Авторами Барзилович В.Ю., Каштанов В.А., Гнеденко Б.В., Соловьев А.Д., Барлоу Р., Прошан Ф., Беляев Ю.К., Чинючин Ю.М., Воробьев В.Г., Герасимова Е.Д., Смирнов Н.Н., Ойдов Н., Кузнецов С.В., Шаров В.Д., Колодежный Л.П., Черnodаров А.В. были разработаны математические модели и методики технического обслуживания авиационных систем и компонентов [210 – 222], базирующиеся на алгоритмах диагностики и прогнозирования технического состояния, принимающие на вход математические модели этих систем и компонентов [210 – 223], в том числе и авиационных перспективных ХИЭЭ.

Из описанного видно, что для успешной реализации методик технического обслуживания перспективных авиационных ХИЭЭ (в том числе и алгоритмов диагностики и прогнозирования технического состояния этих ХИЭЭ) необходимы адекватные и достаточно точные математические модели требуемых режимов работы перспективных авиационных ХИЭЭ (как следствие, вбирающие в себя все определяющие особенности протекания ФХП в заданных режимах работы, в том числе и нелинейные эффекты). Эти модели могут быть получены методами современной неравновесной термодинамики (с использованием положительно-определенной кинетической матрицы, зависящей от состояния системы) с последующим численно-аналитическим преобразованием полученной модели динамики ФХП к модели рассматриваемого ХИЭЭ. Такая модель представляет собой связь контролируемых параметров с наблюдаемыми параметрами рассматриваемых ХИЭЭ. Далее на основе имеющихся статистических данных результатов испытаний различных экземпляров рассматриваемых ХИЭЭ методами теории вероятностей и математической статистики строится вероятностная модель этих ХИЭЭ, используемая непосредственно для

решения практических задач [210, 223]. Таким образом, учитывая описанное выше разнообразие материалов электродов и электролитов перспективных авиационных ХИЭЭ, необходимо на базе упомянутых выше методов разработать единый подход построения моделей перспективных авиационных ХИЭЭ, непосредственно используемых для решения задач технической эксплуатации, включая задачи диагностики и прогнозирования технического состояния этих ХИЭЭ.

Обоснование научной проблемы. Описанные выше тенденции повышения уровня электрификации и связанные с ними перспективы внедрения на борт летательных аппаратов новых высокоэффективных ХИЭЭ – ЛИАБ и батарей водородных ТПТЭ, являются причиной снижения общего уровня безопасности полетов и увеличения вероятности отказов и аварий.

Отсюда, существует противоречие между жесткими требованиями к безопасности полетов воздушных судов, стремлением к снижению эксплуатационных затрат и нестабильностью ФХП в перспективных ХИЭЭ, а также отсутствия методов оценивания их работоспособности. Это противоречие порождает **научную проблему** – разработки научных основ оценивания работоспособности перспективных авиационных бортовых ХИЭЭ (рисунок 2).



Рисунок 2 – Обоснование научной проблемы

Наиболее приемлемый путь решения указанной научной проблемы – это синтез законов управления новыми ХИЭЭ (и каждым элементом в них) на основе непрерывного определения параметров физико-химических процессов в них для недопущения отказов, аварийных режимов и достижения максимальной энергоэффективности.

Любая задача управления требует математического описания объекта управления, а в нашем случае это математическое описание получается из системы уравнений динамики ФХП.

Учитывая нестабильность физических и химических процессов, протекающих в рассматриваемых ХИЭЭ, для синтеза законов управления необходимо использовать математические модели ЛИА и ТПТЭ, которые получаются из уравнений ФХП, которые и обеспечивает функционирование этих элементов. Уравнения ФХП получаются методами современной неравновесной термодинамики [184 – 187, 224 – 227], в том числе и потенциально-потокным методом [186, 196 – 198, 228 – 231], полученным автором в рамках современной неравновесной термодинамики [184 – 187, 224 – 227].

Цели и задачи работы. Целью настоящей диссертационной работы является сохранение летной годности воздушных судов в процессе их эксплуатации путем своевременного выявления предотказных состояний новых бортовых химических источников электроэнергии на основе непрерывного контроля и прогнозирования их технического состояния.

Для достижения поставленной цели в настоящей диссертационной работе решены следующие задачи:

- анализ влияния новых химических источников электроэнергии на сохранение летной годности ВС;
- обзор методов диагностирования, прогнозирования и моделирования химических источников электроэнергии;
- обзор физико-химических процессов в химических источниках электрической энергии, обоснование допущений при моделировании этих процессов;
- разработка потенциально-потокного метода синтеза уравнений динамики физико-химических процессов, основанного на современной неравновесной термодинамике;
- адаптация уравнений динамики физико-химических процессов в химических источниках электроэнергии, полученных потенциально-потокным методом, для решения задач оценки их работоспособности;

- формирование математической модели динамики физико-химических процессов в литий-ионных аккумуляторах;
- апробация применения научных основ оценивания работоспособности химических источников электрической энергии на примере литий-ионных аккумуляторов.

Научная новизна работы. Научная новизна настоящей диссертационной работы заключается в следующем:

- впервые разработаны научные основы оценивания работоспособности перспективных авиационных ХИЭЭ, включающие в себя единый подход получения диагностических и прогностических моделей авиационных ХИЭЭ различной физической и химической природы;
- впервые сформулирована и доказана кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики, которая явилась основой потенциально-поточного метода моделирования физико-химических процессов в авиационных химических источниках электрической энергии;
- на основе современной неравновесной термодинамики разработан новый потенциально-поточный метод формирования математических моделей неравновесных физико-химических процессов в перспективных авиационных химических источниках электрической энергии;
- получена полная математическая модель литий-ионных аккумуляторов, являющаяся основой для создания диагностических и прогностических моделей, в которой в отличие от известных моделей учитывается динамика физико-химических процессов.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость настоящей диссертационной работы заключается в разработке методологии анализа и математического моделирования динамики ФХП различной физической и химической природы в авиационных ХИЭЭ, основанного на ППМ [186, 196 – 198, 228 – 231], который в свою очередь был разработан в рамках современной неравновесной термодинамики [184 – 187, 224 – 227]. Также теоретическая значимость настоящей работы заключается в разработке методологии построения (используя экспериментальные данные) диагностических и прогностических моделей систем, характеризующихся протеканием в них ФХП различной физической и химической природы, в том числе в авиационных ХИЭЭ, основанной на ППМ анализа и математического моделирования ФХП в этих системах.

Приводится пример построения системы уравнений динамики ФХП в ЛИА серии US18650VTC6 и построения из этой системы уравнений диагностической и прогностической моделей на основе результатов испытаний конкретных экземпляров этих ЛИА.

Практическая значимость диссертационной работы:

- разработана методика диагностики и прогнозирования технического состояния авиационных литий-ионных аккумуляторов, позволяющая выявлять их предотказные состояния в процессе эксплуатации в составе авиационной аккумуляторной батареи;
- выполнена программная реализация методов современной неравновесной термодинамики с использованием модельно-ориентированного подхода (свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018666596, № 2019616182);
- выполнена программная реализация методов численно-аналитического преобразования (свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021614958, № 2021614877);
- на примере экспериментальных исследований типовых литий-ионных аккумуляторов серии Sony US18650VTC6 продемонстрирована технология получения математических моделей для диагностирования и прогнозирования фактической емкости, напряжения и температуры каждого элемента авиационных литий-ионных аккумуляторных батарей в процессе их эксплуатации с учетом старения.

Используемые в работе методология и методы исследования. Моделирование различных динамик ФХП в системах, характеризующихся протеканием ФХП в них различной физической и химической природы, осуществляется на основе потенциально-поточного метода [186, 196 – 198, 228 – 231], разработанного автором в рамках современной неравновесной термодинамики [184 – 187, 224 – 227]. Функциональные разложения для свойств веществ и процессов задаются на основе теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении функции полиномами [181]. Диапазоны значений коэффициентов, входящих в систему потенциально-поточных уравнений, оцениваются из экспериментальных данных с использованием методов наименьших квадратов [182, 232]. Численно-аналитическое преобразование потенциально-поточных уравнений (в общем случае с использованием упрощения этих уравнений методами [231]) на основе имеющихся статистических данных в диагностические и прогностические модели осуществляется с использованием методов

Монте-Карло [183, 232, 194, 195, 233], методов аппроксимации [234, 194, 233], методов символьной регрессии [235 – 238, 194, 233], методов классического машинного обучения [239, 194, 233], нейронных сетей [240 – 249, 194, 233], методов теории вероятностей и математической статистики [250 – 252, 233].

Положения, выносимые на защиту.

1. Кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики.
2. Потенциально-поточковый метод синтеза уравнений динамики физико-химических процессов в авиационных химических источниках электрической энергии.
3. Методика получения диагностических и прогностических моделей авиационных химических источников электрической энергии из потенциально-поточковых уравнений динамики физико-химических процессов в них.
4. Программная реализация методики построения диагностических и прогностических моделей авиационных химических источников электрической энергии.
5. Результаты апробации применения научных основ оценивания работоспособности химических источников электрической энергии на примере авиационных литий-ионных аккумуляторных батарей.

Степень достоверности и апробация результатов работы. Достоверность результатов работы подтверждается совпадением результатов расчетов с экспериментальными данными, а также применением известных методов современной неравновесной термодинамики и теории идентификации. Результаты работы докладывались на:

- международной конференции «Инфо», г. Сочи, 2010 – 2014 гг, 2019 – 2021 гг.
- I международном симпозиуме «Компьютерные измерительные технологии», г. Москва, 2015 г.
- международном симпозиуме «Надежность и качество», г. Пенза, 2011, 2012, 2014, 2015, 2018, 2020 гг.
- всероссийской научно-технической конференции «Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского», г. Москва, 2013 – 2015 гг, 2019 г.
- научно-технической конференции «Электрификация летательных аппаратов», г. Москва, 2016 г.

- научном семинаре по проблемам авиационно-космической электроэнергетики им. академика В.С. Кулебакина, г. Москва, ИПУ РАН, 2017 г.
- Семинаре по синергетике, г. Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2013 г.
- международной конференции молодых специалистов по микро/нанотехнологиям и электронным приборам «EDM», г. Новосибирск, 2019, 2021 гг.
- международной конференции «ПИЭР 2020», г. Новосибирск, 2020 г.
- международной конференции «Информационные технологии и инновации на транспорте», г. Орел, 2021 г.

Результаты диссертационной работы опубликованы в 95 научных работах; из них 30 в рецензируемых научных журналах из перечня ВАК при Минобрнауки РФ, 3 монографии, 7 свидетельств о регистрации программы для ЭВМ, 9 из перечня Scopus.

Диссертация состоит из: введения, 6 разделов, заключения, списка обозначений и сокращений и перечня используемой литературы. Основная часть работы содержит 293 страницы текста, включая 215 рисунков, 21 таблицу. Общий объем работы 328 страниц. Библиографический список включает 355 наименований работ российских и зарубежных авторов.

Реализация результатов работы проводилась при выполнении инициативных НИР в МГТУ ГА и НИР, выполняемых компанией «НаукаСофт» в рамках работ по созданию самолёта на электрической тяге. Основные результаты диссертационной работы внедрены в ООО «Экспериментальная мастерская НаукаСофт», Институте биохимической физики имени Н. М. Эмануэля РАН, что подтверждено актами внедрения. Полученные теоретические результаты приняты к использованию в учебном процессе в МГТУ ГА.

ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПРОБЛЕМ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВИАЦИОННЫХ ХИМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.1. Перспективы развития авиационной техники – повышение уровня электрификации летательных аппаратов, создание самолетов на электрической тяге

1.1.1. Полностью электрифицированный самолет

На рубеже конца 70-х и начала 80-х годов 20-го века человечество столкнулось с первым глобальным энергетическим кризисом, вызванном увеличением цен на нефть и минеральное топливо [6]. Это увеличение цен обусловлено ростом энергопотреблением на транспорте и соответственно в авиации [6]. Первый глобальный энергетический кризис привел к проблеме повышения энергоэффективности [6], одно из решений которой заключалось в совершенствовании конструкции двигателей внутреннего сгорания, которое привело к улучшению топливной эффективности [6]. Другие инженерные решения направлялись в сторону создания альтернативных источников энергии [6], чему способствовали экологические проблемы [6]. В частности в авиации начались и ведутся работы по концепции полностью электрифицированного самолета [6, 253], в котором все виды бортового оборудования используют только электрическую энергию [6]. В полностью электрифицированном самолете только электрическую энергию использует только вторичный энергетический комплекс – без маршевого двигателя ВС [6].

Опыт эксплуатации ВС показывает, что электрическая энергия с точки зрения универсальности, удобства обслуживания и надежности обладает существенными преимуществами перед доминирующими в настоящее время гидравлической и пневматической вспомогательными энергиями [6]. Эти преимущества заключаются [6] в:

- возможности использования электрической энергии для любого оборудования ВС (гидравлическая и пневматическая энергии могут применяться лишь для ограниченного числа устройств)
- более высоком КПД трансформации электрической энергии в другие виды энергий;

- возможности передачи электрической энергии на большие расстояния;
- возможности автоматизации электрического оборудования ВС на базе использования электроэнергии.

Развитие силовой электроники в начале 80-х годов 20-го века, снизившее остроту проблемы регулирования электропривода, а также редкоземельных постоянных магнитов высокой энергии, благодаря которым стало возможным существенно снизить массу и габариты электропривода при существенном повышении его быстродействия, также способствовали повышению уровня электрификации современных ВС [6]. Благодаря этому работы по созданию полностью электрифицированного самолета у ряда зарубежных фирм, в частности Боинг, Грумман, Локхид, перешли из разряда поисковых НИР в ранг прикладных работ [254, 255]. Так специалистами фирмы Боинг были показаны (даже при приближенном подходе, используемом в этой работе) ощутимые преимущества реализации концепции полностью электрифицированного самолета в первую очередь с точки зрения стоимости жизненного цикла оборудования [254].

Фирма «Локхид» на основе своих исследований показала следующие преимущества полностью электрифицированного тяжелого транспортного самолета [255]:

- в случае полностью электрифицированного самолета суммарная расчетная масса электроэнергетического комплекса на 17% ниже базового комплекса традиционного самолета;
- расчетная экономия топлива полностью электрифицированного самолета составляет около 1 тонны;
- стоимость жизненного цикла для парка из 300 самолетов в течение 16 лет снижается в сравнении с базовым вариантом на 2.8 млрд. долларов.

Снижение расчетной массы полностью электрифицированного самолета достигается за счет [6, 253, 255]:

- автономности электропривода воздушных компрессоров, в то время как в традиционном самолете система кондиционирования воздуха с точки зрения массы и энергопотребления составляет существенную часть от энергетического комплекса в целом;
- передаче энергии от маршевых двигателей к потребителям через электрическую сеть повышенного напряжения, в то время как у крупных традиционных самолетов магистрали передачи энергии от маршевого двигателя к потребителям обла-

дают большей протяженностью и также составляют значительную долю энергетического комплекса.

Подобного рода работы проводились и в России [6, 256 – 260], выводы в которых практически совпали с выводами зарубежных исследователей [6, 256 – 260]. В частности ОАО АКБ «Якорь» (ОАО «Авиационное оборудование») разработало в 2010 году демонстрационный образец стартер-генераторной системы для запуска авиадвигателя АИ-25ТЛ и последующего генерирования постоянного тока для обеспечения питания электроагрегатов систем автоматического управления газотурбинных двигателей [6, 261]. Этот образец обеспечил устойчивый запуск и последующее электропитание оборудования [6, 261].

Следующим этапом повышения электрификации современных самолетов является полностью электрический самолет [6].

1.1.2. Полностью электрический самолет

Проблема охраны окружающей среды ставит на повестку дня вопрос создания экологически чистого транспорта, в том числе и авиационного [6]. Это расширяет рамки первоначальной концепции полностью электрифицированного самолета, включая в энергетический комплекс самолета электродвигатель [6] – полностью электрический самолет [6].

Фирмой Yuneec International (США) был разработан легкий спортивный полностью электрический самолет E430 взлетной массой не более 430 кг с электрическим приводом несущего винта [6, 262] мощностью 40 кВт, питаемом от литий-полимерной высоковольтной аккумуляторной батареи массой 72 кг [6, 262]; время полета 1.5 часа [6, 262]. Полностью электрический самолет Rapid 200-FC на базе батареи ТЭ мощностью 20 кВт и ЛИАБ приводится в движение электродвигателем мощностью 40 кВт [6]. В начале 2010 года опытный образец такого самолета успешно прошел наземные отработки, включая режим руления, и был готов к проведению летных испытаний [6]. Окончательной целью работ является создание экологически чистого самолета для региональных линий на 20 – 30 пассажиров [6].

Основная проблема создания полностью электрических региональных и магистральных самолетов заключается в рекордных массогабаритных показателях современных турбовентилляторных двигателях по сравнению с современными источниками, накопителями и преобразователями электрической энергии [6, 263]. В настоящее время на базе этих источников электрической энергии возможно создание только полностью электрических воздушных су-

дов массой до 1.5 т, летающих на крейсерской скорости 200 км/ч и с аэродинамическим качеством не менее 16 [263]. Однако использование современных достижений водородной энергетики в сочетании с использованием электродвигателей с примененем высокотемпературных сверхпроводников, может составить конкуренцию традиционным двигателям в ближайшем будущем [6]. Моделирование структуры электроэнергетического комплекса показало возможность реализации полностью экологически чистого самолета с общей массой электроэнергетического оборудования на 40% больше, чем у традиционного образца [6]. Это способствовало уменьшению расхода топлива [6].

Существенным толчком к созданию полностью электрических самолетов стало начало серийного выпуска литий-ионных аккумуляторных батарей (ЛИАБ) (в начале 2000-х годов) [263]. Однако время полета полностью электрических самолетов на ЛИАБ ограничено удельной энергоемкостью этих ЛИАБ [263]. В настоящее время с целью увеличения дальности и времени полёта, грузоподъёмности электрических воздушных судов ведутся исследования в области альтернативных бортовых источников электрической энергии [263]:

- солнечных батарей, дающих электрическую энергию путем прямого преобразования солнечного излучения; использование энергии солнечного излучения ограничено погодными условиями, режимами полёта и массогабаритными характеристиками, и эффективностью этих преобразователей;
- водородные ТЭ, применение которых ограничено их ресурсом и сложностью получения чистого водорода на борту ВС.

Водород – самый лучший конкурент углеводородным топливам, однако удельные характеристики электрохимических генераторов пока недостаточно высоки (лучшие образцы имеют удельную мощность до 1 кВт/кг) [139, 264, 265].

Швейцарский пилотируемый самолет Solar Impulse, использующий исключительную солнечную энергию, обладает рекордными характеристиками и возможностями [139]:

- размах крыла – 72 м (как у Airbus-380);
- суммарная мощность электродвигателей силовой установки – 70 л.с.;
- высота полета – до 12 км;
- возможность нахождения в воздухе практически неограниченное время за счет использования необходимого числа накопителей электроэнергии, которые используются в период отсутствия солнечного излучения.

В ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт» разрабатывается самолет на электрической тяге АВФ-32НС, питаемый от ЛИАБ, ТЭ, солнечных батарей [139].

1.1.3. Самолеты на электрической тяге

Переходным к электрическому самолету этапом является самолет с гибридной силовой установкой, в котором часть электрической энергии вырабатывается электрическим генератором, приводимом в движение электрическим двигателем, а остальная часть – вышеупомянутыми альтернативными источниками электрической энергии. Электрический привод может иметь КПД до 90%, в то время как двигатель внутреннего сгорания или газотурбинный двигатель имеет КПД, не превышающий 40% [264]. Более того, электрический привод может работать в перегрузочном режиме, что позволяет проектировать силовые установки на меньшую мощность [264].

Обратимость маршевых электрических двигателей дает возможность использования режима рекуперации электрической энергии [263, 264]. В частности, рекуперативная электроэнергия (получаемая в режиме генераторного торможения) используется для зарядки аккумуляторных батарей [263], а также для питания потребителей электроэнергии [263].

Отсюда, преимущества применения гибридных технологий обусловлены [139, 263, 264]:

- более экономичным режимом работы двигателей внутреннего сгорания;
- оптимизированным соотношением номинальных мощностей первичных преобразователей энергии;
- возможностью рекуперации электрической энергии;
- возможностью использования распределённой силовой установки с оптимизацией аэродинамических характеристик всего ВС.

1.1.4. Перспективы и проблемы повышения электрификации летательных аппаратов

Итак, авиация в своём развитии подошла к тому рубежу, когда традиционные принципы создания ВС исчерпали свои возможности по повышению энергетической и экологической эффективности [263]. Крупнейшие мировые производители ВС занимаются вопросами электрификации уже на протяжении не менее 30 лет и прошли этапы от частичной электрификации оборудования до практически полной замены гидравлических и пневматических

энергосистем на электрические, в том числе и рулевые приводы [264]. Электрификация бортового оборудования с существенным усложнением информационно-управляющих систем, улучшившая эти показатели, тоже имеет свои пределы [139, 263]. Электрификация современных ВС с повышенной электрификацией оборудования, несмотря на существенное увеличение установленной мощности источников электроэнергии, не превышает 25% [139, 263, 264], т.к. основная энергетическая установка – это маршевая силовая установка [264]. Отсюда, без перехода на электрическую тягу ВС решить вышеупомянутые экологические задачи не представляется возможным [264].

Однако переход ВС на электрическую тягу имеет ряд проблем. Во-первых, удельные массовые показатели газотурбинных двигателей (как и было отмечено выше), существенно лучше электрических [264]. Кроме создания высокоэффективных электроприводов не тривиальной является задача обеспечения силовых установок электрической энергией [264]. Эта задача не может быть решена прямой заменой авиационного топлива (керосина или бензина) и топливосистемы на источники, преобразователи и накопители электроэнергии, так как керосин – это один из наиболее энергоёмких видов топлива (источников энергии) [264]. Возможность применения электрической энергии может быть оправдана только при системном подходе к проектированию самолётов на электрической тяге и применении в качестве топлива для получения электроэнергии более эффективного источника (например, водорода) [264].

Наиболее сложной задачей является желательное совмещение высокой удельной мощности с высокой удельной энергией [264]. Например, ЛИАБ, в связи с этим, бывают либо с высокой удельной энергией, либо с высокой удельной мощностью [264]. Поэтому различные источники электрической энергии используются в совокупности [266]; необходимо выбирать удельные оптимальные режимы работы этих источников электрической энергии [264, 266]. Это – одна из основных задач совершенствования источников электроэнергии [264].

Кроме этого, более отдалённой перспективой является переход от лития к углероду при создании высокоэнергоёмких накопителей [264]. Электрические преобразователи – как правило полупроводниковые преобразователи, и их совершенствование в основном связано с совершенствованием электронных полупроводниковых компонентов [264].

Кроме совершенствования отдельных элементов необходимо решать оптимизационные задачи для всей энергосистемы системы и для самолёта в целом [264]. Только тогда можно будет получить оптимальный вариант электрического самолёта, который может составить конкуренцию традиционным и иметь лучшие экологические характеристики [264].

Проблема литий-ионных накопителей электрической энергии остается актуальной. Прогнозируемая энергоёмкость таких накопителей на 2035-2050гг – 500-700 Втч/кг [263].

Помимо проблемы повышения энергоэффективности указанных источников электрической энергии, имеет место быть проблемы безопасности эксплуатации этих источников электрической энергии [263]. С ростом показателей энергоэффективности и энергоемкости источников электрической энергии снижаются показатели надежности и безопасности эксплуатации этих источников электрической энергии [263]. Поэтому обе этих проблемы требуют совместного рассмотрения.

Отсюда видно, что исследования по созданию электрических самолетов будущего определили ряд актуальных направлений [139, 263]:

- создание распределенных электрических и гибридных силовых установок;
- разработка электромеханических преобразователей (генераторов и двигателей) с повышенной энергетической эффективностью;
- повышение эффективности статических электронных преобразователей;
- увеличение энергоемкости электрохимических накопителей;
- создание электрохимических преобразователей на основе использования водорода в качестве топлива;
- решения системных вопросов проектирования электрических и гибридных самолетов;
- повышение безопасности эксплуатации.

1.2. Анализ влияния новых химических источников электроэнергии на обеспечение летной годности воздушных судов

1.2.1. Анализ летных происшествий, связанных с использованием химических источников электрической энергии

1.2.1.1. Аварийная посадка самолета ТУ-154 на аэропорте Ижма

7 сентября 2010 года авиалайнер ТУ-154 авиакомпании «Алроса», следующий по маршруту Удача-Москва, совершил вынужденную посадку в аэропорту Ижма [267]. Причи-

ной этой вынужденной посадки стала потеря электропитания, которая привела к отключению бортовых навигационных систем [267], электропривода топливных насосов, что означало невозможность достижения аэропорта назначения или пригодного запасного аэродрома [267, 268]. Командир экипажа Евгений Новосёлов успел доложить на землю об отказе электрооборудования, после чего связь с лайнером была потеряна [268]. Пилоты приняли решение снизиться до 3 км, чтобы пробить облачность и попытаться запустить резервный генератор [268]. Первое удалось, а вот со вторым не вышло [268], что и привело к необходимости совершить вынужденную посадку [267, 268]. При посадке образовалась новая проблема [268]: из-за отсутствия электричества было невозможно управлять закрылками и предкрылками, вследствие чего посадочная скорость (380 км/ч) была почти на 100 км/ч выше нормы. Из-за чего длины взлетно-посадочной полосы не хватило, и самолет въехал в мелколесье [267, 268].

Как показало расследование, главной причиной полной потери электропитания стал тепловой разгон никель-кадмиевого аккумулятора [15], в результате чего произошло короткое замыкание [267 – 269]. «Тепловой разгон» аккумуляторов происходит спонтанно, предвидеть его невозможно. До сих пор неизвестно, что привело к тепловому разгону, тем не менее установлено, что эти процессы происходят на батареях с большим сроком эксплуатации [269]. Проанализируем возможные причины, которые могли привести к тепловому разгону авиационной аккумуляторной батареи на борту авиалайнера ТУ-154.

На борту летательного аппарата авиационная аккумуляторная батарея работает в буферном режиме обеспечивая требуемое качество электрической энергии в моменты включения и выключения мощных приемников электрической энергии [15]. Соответственно в момент включения мощных потребителей электрической энергии никель-кадмиевый аккумулятор разряжается, а в момент отключения – заряжается. При сообщении никель-кадмиевому аккумулятору в процессе заряда количества электричества, равного примерно половине фактической емкости аккумулятора на положительном электроде выделяется кислород, который, диффундируя через сепаратор, восстанавливается металлическим кадмием [15]. Эта реакция восстановления протекает с выделением большого количества тепла, из-за чего аккумулятор начинает нагреваться. По мере нагрева аккумулятора все большая доля зарядного тока идет на выделение кислорода, соответственно все больше кислорода реагирует на отрицательном электроде [15]. Что приводит к увеличению мощности тепловыделения [15]. Таким образом, мы имеем дело с лавинным нагревом никель-кадмиевого аккумулятора при перезарядке, которое носит название теплового разгона [15]. Отсюда, как нетрудно видеть, что

при сообщении никель-кадмиевому аккумулятору количества электричества, большего некоторого значения, которое мы назовем критической зарядной емкостью, начинается развитие теплового разгона. Причем, эта критическая зарядная емкость, как нетрудно видеть, уменьшается с падением фактической емкости никель-кадмиевого аккумулятора [15].

Никель-кадмиевая авиационная аккумуляторная батарея представляет собой 20 соединенных последовательно никель-кадмиевых аккумуляторов [15]. Соответственно при отказе хотя бы одного аккумулятора из строя выходит вся батарея. Фактические емкости никель-кадмиевых аккумуляторов в батарее разные, соответственно критические зарядные емкости этих аккумуляторов тоже разные. Отсюда, никель-кадмиевый аккумулятор, с наименьшей критической зарядной емкостью, имеет больше шансов войти в тепловой разгон, т.к. его критической зарядной емкости в этом случае не хватит для поглощения избыточного заряда [15, 269]. Более того, в результате протекания процессов старения в никель-кадмиевых аккумуляторах фактическая емкость, и соответственно критическая зарядная емкость снижаются [15].

С целью мониторинга фактической емкости проводится периодическое техническое обслуживание никель-кадмиевых аккумуляторных батарей [15]. Сначала никель-кадмиевая аккумуляторная батарея подвергается разряду до напряжения 20 В (при этом часть аккумуляторов в батарее разряжается до напряжения меньше 1.0В), затем батарея подвергается двухступенчатому заряду [15]. На первой степени батарея заряжается номинальным током до напряжения 31 В, при этом батарее сообщается количество электричества, не превышающего 150% ее номинальной емкости [15]. Затем идет переключение на вторую ступень заряда; на второй ступени идет заряд током $0.1 \div 0.2$ номинального тока в течение такого фиксированного времени, в течение которого батарее сообщается количество электричества, равное 40% ее номинальной емкости [15]. На первой ступени заряда в батарее запасается количество электричества, равное ее фактической емкости, а на второй ступени обеспечивается полный заряд кадмиевых электродов [15]. В процессе описанного технического обслуживания определяется емкость и разбаланс емкостных характеристик аккумуляторов в батарее [15]. Аккумуляторы, имеющие минимальную емкость, подлежат замене [15].

Также в конце первой и второй ступени разряда контролируется напряжение каждого аккумулятора [15]. В соответствии с регламентом в конце первой ступени заряда исправные аккумуляторы с минимальной емкостью должны иметь максимальные напряжения и наоборот [15]. Напряжения на аккумуляторах в конце второй ступени заряда должны быть не ниже минимального значения, установленным руководством по эксплуатации [15]. Если в батарее имеются аккумуляторы, напряжение на которых меньше минимальных значений, то такая батарея подвергается углубленному контролю, заключающегося в дополнительном заряде

током, не превышающем 0.1 номинальной емкости, в процессе которого аккумуляторы, у которых напряжение продолжает снижаться, а температура растет, подлежат замене [15].

Аналогично контролируется расход воды за межрегламентный период в аккумуляторах, по которому также выявляются неустойчивые к перезаряду аккумуляторы [15]. В аккумуляторах, которые выходят на режим перезаряда раньше других, расход воды за межрегламентный период больше [15]. При наличии в батарее аккумуляторов, у которых расход воды отличается более чем на 25% от среднего расхода по батарее, она также подвергается углубленному описанному выше контролю [15].

Таким образом, в процессе описанного контроля по вышеупомянутым наблюдаемым параметрам критическая зарядная емкость не определяется. По этим наблюдаемым параметрам, таким образом, лишь приближенно делаются выводы об устойчивости никель-кадмиевых аккумуляторов к перезаряду. Более того, в процессе старения критическая зарядная емкость также уменьшается, что может привести к тому, что наихудший элемент в батарее можно не успеть заменить до следующего контроля, что также повышает риск возникновения теплового разгона.

Инцидент с ТУ-154 в совокупности со сказанным выше наглядно показывает, что необходимо постоянно осуществлять контроль технического состояния авиационных аккумуляторных батарей, имея значения только наблюдаемых параметров. Для обеспечения такого контроля необходима математическая модель, по которой пересчитывается по упомянутым наблюдаемым параметрам эта критическая зарядная емкость. Такая модель должна получаться из анализа физико-химических процессов в никель-кадмиевых аккумуляторах (например, методами [184 – 187, 189, 194, 195, 224, 231, 232, 270]).

1.2.1.2. Воспламенение литий-ионных аккумуляторных батарей на самолетах Boeing-787

Боинг 787 — это первый в мире дальнемагистральный широкофюзеляжный пассажирский самолет, оснащенный двумя ЛИАБ, одна из них основная, вторая предназначена для ВСУ [21].

С момента первого полета коммерческого полета Boeing 787 в декабре 2009 года фиксируются случаи утечек масла, задымлений или неполадок в тормозной системе [22]. 16 января 2013, самолет Boeing 787 авиакомпании ANA совершал рейс из префектуры Ямагути в

токийский аэропорт Ханэда. По данным авиаперевозчика, на высоте около 9,75 км были приборы показали неисправность аккумуляторной батареи, в самолете произошло задымление [22 – 25]. Было принято решение об экстренной вынужденной посадке в аэропорту Такамацу (остров Сикоку) [22 – 24]. 7 января 2013 г., во время осмотра самолета после приземления и высадки пассажиров было зафиксировано задымление в задней нижней части салона [22, 26]. Как сообщает авиастроитель, произошло возгорание аккумулятора ВСУ [22, 26].

16 января на Dreamliner, принадлежащем авиакомпании All Nippon Airways, все 8 элементов ЛИАБ были уничтожены вследствие теплового разгона, что привело к экстренной посадке самолета [25]. На Boeing 787 в Бостоне были выявлены признаки аналогичного явления в загоревшемся аккумуляторе [25, 27]. Эксперты сообщили, что не выявили проблем, относящихся к качеству производства аккумуляторов [25]; также NTSB сообщалось, перенапряжение не было причиной инцидента в Бостоне, поскольку напряжение не превышало предельного значения батареи 32 В, и зарядный блок прошел испытания [27]. Причины теплового разгона установить не удалось [25].

14 января 2014 года Japan Airlines сообщила, что бригада технического обслуживания в аэропорту Нарита обнаружила дым, исходящий от основной батареи одного из ее самолетов Boeing 787, за два часа до того, как самолет должен был вылететь в Бангкок из Токио [27]. Рабочие по техническому обслуживанию обнаружили дым и неопознанную жидкость, исходящие от основной батареи, а сигнализация в кабине указывала на неисправности блока питания и его зарядного устройства [27]. Авиакомпания заявила, что инцидент не затронул другое оборудование [27]. Причина инцидента пока не известна [27].

В октябре 2014 года самолет 787 Qatar Airways был вынужден изменить направление из-за неисправности аккумулятора [28].

Аналогичные инциденты, обусловленные перегревом ЛИАБ, произошли 13 ноября 2017 года в самолете Boeing 787 United Airlines при полете к аэропорту Шарль-де-Голль [27], 12 июля в самолете Boeing 787 Dreamliner в лондонском аэропорту Хитроу [29], в самолетах ANA в Японии, где ЛИАБ достигла максимального напряжения 31 В (ниже предела 32 В, как у Boston JAL 787), а затем у нее произошло внезапное необъяснимое падение напряжения почти до нуля [27].

Одним из путей решения описанных проблем возгорания аккумуляторов является использование более прочного корпуса, благодаря чему ЛИАБ стала на 84 кг тяжелее, что сводит на нет потенциал легкой батареи [27]. Корпус не меняет характеристики батареи, и событие на рейсе United является явным признаком того, что он все еще летает с не диагностированной и нерешенной проблемой [28]. Также использовались системы охлаждения (вети-

ляционные системы) [28]. Однако это тоже не помогло предотвратить тепловой разгон литий-ионных аккумуляторных батарей (инцидент 13 ноября 2017 года самолета Boeing 787 United Airlines при полете к аэропорту Шарль-де-Голль [27, 28]) [28]. Инцидент 14 января 2014 года в аэропорту Нарита имел место после устранения описанных выше неисправностей [28].

Джефф Дан, профессор физики из Канадского университета Далхаузи, отметил, что сбой в работе батарей является признаком проблемы внутри ячеек ЛИА [28]. К этому же выводу пришли следователи NTSB, отметившие, что короткое замыкание в одной из ячеек аккумулятора, обслуживавшего вспомогательную силовую установку, привело к сильному перегреву и возникновению неконтролируемых химических реакций, которые каскадом перекинулись на другие ячейки аккумулятора и привели к его возгоранию [30].

Причиной возникновения теплового разгона литий-ионных аккумуляторов при перезаряде является выделение металлического лития на отрицательном электроде [20]. Этот металлический литий затем реагирует с электролитом в аккумуляторе с выделением большого количества теплоты [20], которое и приводит к нагреву аккумулятора. С повышением температуры аккумулятора объемы выделения лития увеличиваются, что приводит еще к большему увеличению мощности тепловыделения [20]. Отсюда наблюдается лавинообразное повышение температуры – тепловой разгон (тепловой пробой) литий-ионного аккумулятора [20]. Таким образом, для предотвращения теплового разгона литий-ионного аккумулятора необходимо своевременно диагностировать и прогнозировать начало выделения металлического лития. Для этого необходимо ввести некоторую критическую зарядную емкость, при сообщении количества электричества литий-ионной аккумуляторной батарее, выше которой начнется выделение металлического лития. Также можно ввести критерий начала выделения металлического лития при перезаряде ЛИА, основанный на химическом средстве выделения металлического лития [189].

При перезаряде ЛИА имеют место процессы разрушения положительного электрода [35], что приводит к его повышению температуры с последующим воспламенением [35]. Для диагностирования и прогнозирования этого процесса необходимо ввести также зарядную емкость, ниже которой ЛИА разряжать нельзя (т.к. начнется разрушение положительного электрода), а также ввести критерий работоспособности ЛИА, основанный на химическом средстве реакции разрушения положительного электрода [189].

Т.к. литий-ионные аккумуляторы подвержены перезаряду и перезаряду [16], то ЛИАБ в своем составе включают систему управления этими батареями [132, 271]. Эти системы управления включают в себя непрерывный мониторинг напряжений, температур, токов каж-

дого аккумулятора в батарее, балансировку этих аккумуляторов в батарее, а также аварийное отключение (в случае входа батареи в перезаряд или переразряд) [132, 271]. Балансировка ЛИАБ необходима для выравнивания степени перезаряда или переразряда аккумуляторов в батарее, а система отключения необходима для предотвращения вышеуказанных аварийных режимов работы ЛИА в батарее [132, 271].

В настоящее время существуют два вида балансировки ЛИАБ [132]:

- пассивная балансировка, основанная на рассеивании избыточной энергии; применяется преимущественно при заряде ЛИАБ;
- активная балансировка ЛИАБ, основанная на запасании энергии от более заряженного аккумулятора и передаче энергии менее заряженному аккумулятору в батарее; применяется, как в режиме заряда, так и в режиме разряда ЛИАБ.

На борту летательного аппарата целесообразна активная балансировка ЛИАБ.

Самым простейшим методом балансировки ЛИАБ является балансировка по напряжению, заключающаяся в выравнивании напряжения батарей [132]. Однако такой подход балансировки не позволяет учесть внутреннего состояния ЛИА (а различные экземпляры ЛИА имеют отличающиеся параметры) [132]. Поэтому при таком подходе какие-то ЛИА придут к состоянию переразряда или перезаряда раньше, какие-то позже [132]. Для частичного устранения этого недостатка используется балансировка по напряжению холостого хода, учитывающая различие внутренних сопротивлений батарей [132]. Однако этот подход не учитывает (и не прогнозирует) вышеупомянутые критерии выделения металлического лития при перезаряде и разрушение положительного электрода при переразряде. Перспективным методом в настоящее время представляется метод, основанный на определении состояния батарей при заряде. В соответствии с этим методом определяется заряд, который необходимо передать от одной батареи к другой и осуществляется в конце заряда [132]. Однако для получения наилучшего эффекта и предотвращения описанных аварийных режимов работы ЛИА в батарее необходимо оптимальный заряд передавать в процессе всего заряда или разряда, контролируя при этом состояние каждого аккумулятора в батарее. В работе [16] указываются диапазоны напряжений и температур ЛИА; однако эти диапазоны лишь приближенные, т.к. различные экземпляры ЛИА одной и той же марки различны. Более того, ЛИА при наибольших энергетических характеристиках обладают неустойчивостью к перезаряду и переразряду [16]. Поэтому, в силу того, что различные экземпляры ЛИА одной и той же марки различны, необходимо знать для каждого конкретного экземпляра такого ЛИА свои ограничения на напряжение и температуру этого экземпляра. Эти ограничения определяются вышеупомянутыми критериями работоспособности ЛИА. И балансировку ЛИАБ осуществлять, исходя из

этих критериев работоспособности. Т.е. необходима математическая модель, по которой возможно по текущему и предыдущим напряжениям, токам и температурам каждого ЛИА определить упомянутые критерии работоспособности каждого из этих ЛИА.

Эта математическая модель получается из анализа и моделирования ФХП в ЛИА (например, методами [184 – 187, 189, 194, 195, 224, 231, 232, 270]) и может быть зашита в систему управления ЛИАБ. При таком подходе более точно прогнозируется техническое состояние каждого ЛИА в батарее.

1.2.1.3. Воспламенение полностью электрического самолета Alice в аэропорту

Пожар пассажирского электросамолета Alice компании Eviation Aircraft случился в аэропорту Прескотта в Аризоне, где проходили наземные испытания этого устройства [31]. Причиной возгорания стала внешняя аккумуляторная батарея, которая подключалась к бортовой электрической сети прототипа во время этих испытаний [31, 32]. Разработчики указывают, что перед появлением огня батарейный блок (находящийся в пассажирской зоне самолета) был горячим, а позднее аккумуляторы взорвались [33В результате пожара летательный аппарат получил серьёзные повреждения и едва ли будет восстановлен [33].

Самолёт построен на 95% из композиционных материалов, имеет электродистанционную систему управления [34]. Оснащён 3 электродвигателями мощностью 350 л.с. (260 кВт) каждый фирмы Siemens [34]. В апреле было объявлено, что возможно также использование двигателей Magni250s фирмы MagniX мощностью 375 л.с. (280 кВт) [34].

Alice имеет два варианта. Первый, воздушное такси, планировалось сертифицировать в конце 2021 – начале 2022 гг [34]. Имеет ЛИА, способен преодолевать 1,046 км на скорости 482 км/ч [34]. Во втором, директорском самолёте планируется использовать более энергоёмкие алюминий-воздушные аккумуляторы с литий-полимерным буфер-аккумулятором, дальность 1,367 км на скорости 444 км/ч [34].

Инцидент с воспламенением электрического самолета Alice компании Eviation Aircraft также показывает описанную выше необходимость непрерывного мониторинга технического состояния ЛИАБ. Для этого вышеописанным способом необходимо получить модель, по которой можно судить о техническом состоянии ЛИАБ, которая будет зашита в систему управления этой батареей.

1.2.2. Особенности применения химических источников электроэнергии в современной авиации

Как отмечалось выше, преимущества ХИЭЭ обусловлено главным образом проблемами экологии, а также определённой экономией топлива, бесшумностью работы ХИЭЭ [135, 137]. Однако традиционные газотурбинные двигатели, как и отмечалось выше, в большой авиации имеют существенно превосходящие удельные энергетические характеристики, что и обуславливает преимущества ХИЭЭ исключительно для малой авиации.

Серьезные проблемы таких установок с ТЭ создаёт хранение водорода на борту [134, 135]. В настоящее время оптимальным является хранение водорода в жидком виде [134, 135] или в связанном виде [137]. Однако здесь возникают проблемы, связанные с существенными потерями водородного топлива в случае длительной задержки вылета или к необходимости использования более дорогих баков и дополнительным расходам электроэнергии [135, 147].

Другим путем получения водорода на борту ВС является конвертация традиционного топлива при условии достаточно высокого КПД конвертера [3, 4]. Однако в настоящее время создание легких и надежных энергоустановок на основе ТЭ оснащенных конвертером топлива, является пока не решённой задачей [135, 139, 265].

Существенным преимуществом ТЭ перед аккумуляторами является то, что общее количество энергии в них определяется, не весом гальванических ячеек, а запасом водорода [135, 272]. При энергосодержании выше 10 кДж на вес системы на ТЭ ниже веса аккумулятора с аналогичным энергосодержанием в 2-3 раза [135]. В малой и беспилотной авиации ТЭ конкурируют с двигателями внутреннего сгорания [135], а в большой авиации с газотурбинными двигателями, имеющими гораздо большую удельную мощность на единицу веса и более высокий КПД [139, 272]. Это и обуславливает в малой и беспилотной авиации переход на электрическую тягу, а в большой авиации – переход на электрические ВСУ на базе батареи ТЭ а также батареи ТЭ для бортового электроснабжения [3 – 5, 135].

Силовая энергоустановка с ТЭ имеет следующие преимущества перед энергоустановками на тепловых двигателях [1, 4, 8, 134, 135]:

- более высокий КПД топливных элементов: при рабочей температуре менее 100°C достигается КПД до 60-70%;
- простота конструкции установки и принципиальная надёжность, лёгкость технического обслуживания;

- водород, как топливо, имеет в 3 раза большую удельную энергию по отношению к массе;
- продуктом сгорания водорода в ТЭ является вода, что делает энергоустановку с ТЭ идеально экологически чистой;
- низкий уровень шума.

Отметим основные особенности газотурбинных ВСУ [4, 5]:

- работа на малых и средних высотах над уровнем моря (до 7000 м) и скоростях полёта не выше 550 км/ч;
- сложность запуска в условиях низкой температуры воздуха;
- сравнительно малый ресурс (до 2000 часов);
- невысокий коэффициент полезного действия (КПД) (до 35%);
- высокий уровень шума (80-90 дБА);
- сравнительно высокая стоимость жизненного цикла [3].

Газотурбинные ВСУ работают только на малых и средних высотах над уровнем моря и скоростях полёта не выше 550 км/ч [4, 5]. Электрическая ВСУ на базе батареи ТЭ обеспечивает возможность автономного запуска маршевых двигателей самолёта на любой высоте полёта [4].

В качестве альтернативы газотурбинным ВСУ используются ВСУ на основе высокотемпературных ТОТЭ [11] и низкотемпературных ТПТЭ [3, 10, 12, 135]. Отсюда, ТПТЭ имеют преимущества перед ТОТЭ в силу своей низкотемпературности и малого времени запуска [10]. Также для ТОТЭ необходим компрессор воздуха [3]; в то время как для ТПТЭ нужды в компрессоре воздуха нет [3]. Отсюда очевидны перспективы применения ВСУ на основе ТПТЭ.

Основная роль аккумуляторной батареи – аварийный источник электропитания приемников электроэнергии первой категории [1, 15]. Еще аккумуляторная батарея на борту ВС могут выполнять функции запуска ВСУ, а также работать в буферном режиме, сглаживая импульсы тока, и обеспечивая тем самым требуемое качество электроэнергии [15].

В настоящее время наиболее перспективными авиационными аккумуляторными батареями являются ЛИАБ [16]. ЛИА имеют по сравнению с никель-кадмиевыми аккумуляторами, свинцово-кислотными аккумуляторами более высокие удельные энергетические характеристики, отсутствие эффекта памяти, что делает их более перспективными для применения на борту ВС [16]. На полностью электрическом самолете ЛИАБ работают вместе с батареей ТЭ [1].

1.2.3. Перспективные авиационные химические источники тока

1.2.3.1. Проблемы эксплуатации перспективных авиационных химических источников тока

В случае эксплуатации ТПТЭ имеют место следующие проблемы [10, 18, 19]:

- ТПТЭ требует высокой очистки водорода – в противном случае имеет место вытравление платинового катализатора монооксидом углерода [10];
- падение мощности ТПТЭ вследствие растворения платинового катализатора;
- необходимость регулирования увлажнения мембраны вследствие испарения воды и набухания мембраны (с последующей ее пластической деформацией) вследствие поглощения воды;
- утечка топлива (вследствие диффузии водорода к катоду и реакции водорода на катоде и диффузии кислорода к аноду и реакции кислорода на аноде);
- ухудшение эксплуатационных характеристик ТПТЭ (вследствие образования перекиси водорода с последующим химическим разрушением мембраны, а также вследствие пластической деформации мембраны).

В случае эксплуатации ЛИА имеют место следующие проблемы [16, 35, 36]:

- падение емкости ЛИА при переразряде вследствие разрушения положительного электрода;
- тепловой разгон ЛИА при перезаряде вследствие выделения на этом электроде металлического лития и интерметаллидов лития и последующей химической реакции этих соединений с электролитом с выделением большого количества теплоты с последующим воспламенением ЛИА;
- падение емкости при циклировании ЛИА вследствие механического разрушения электродов ЛИА, обусловленного интеркаляцией/деинтеркаляцией ионов лития Li^+ в эти электроды;
- ухудшение эксплуатационных характеристик ЛИА:
 - снижение устойчивости ЛИА к перезаряду и переразряду вследствие высыхания электролита с последующим изменением концентрации электро-

- лита и обнажением пластин, а также вследствие разложения воды с последующим изменением состава и концентрации электролита;
- саморазряд ЛИА вследствие короткого замыкания, обусловленного прорастанием и механическим разрушением сепаратора;
 - ухудшение ресурсных характеристик вследствие коррозии электродов ЛИА, обусловленной контактом этих электродов с электролитом;
 - нарушение герметичности корпуса вследствие повышения давления внутри этого корпуса, обусловленного выделением газов (в частности, вследствие разложения воды).

Эксплуатации батарей ТПТЭ сопровождается следующими проблемами [18, 273]:

- неравномерная подача топлива и окислителя, обусловленная гидравлическим сопротивлением системы подачи топлива и окислителя;
- неравномерный подвод и отвод воды, обусловленный гидравлическим сопротивлением системы подвода и отвода воды;
- нагрев каждого ТПТЭ в батарее, обусловленный электрохимическими процессами в этих ТПТЭ;
- нестабильность выходного напряжения батареи.

Эксплуатация ЛИАБ сопровождается следующими проблемами [1, 36]:

- разбалансировка ЛИА в батарее, обусловленная различными характеристиками этих ЛИА;
- рост разбалансировки аккумуляторов в ЛИАБ, обусловленный процессами старения в этих ЛИА;
- необходимость поддержания заданной температуры ЛИАБ при различных температурах окружающей среды.

1.2.3.2. Пути решения проблем эксплуатации перспективных авиационных химических источников тока

Одним из путей решения описанных проблем ЛИА и ТПТЭ является разработка новых материалов этих ХИЭЭ [18, 19, 37 – 131]. Разрабатывая новые материалы, необходимо описанные проблемы решать в комплексе, т.к. улучшение одних свойств материалов сопровож-

дается ухудшением других свойств [18, 37 – 130]. Отсюда встает проблема поиска оптимального набора свойств материалов [18, 37 – 130] и параметров оптимального режима работы ТПТЭ [18] и ЛИА [16, 20, 35]. Т.к., например, увеличение давления водорода в анодной области ТПТЭ приводит к увеличению электродного потенциала анода ТПТЭ, но одновременно повышает утечку водорода к катоду ТПТЭ [18]. Аналогично увеличение электродного потенциала анода ТПТЭ приводит к более интенсивному растворению платины [18]. Таким образом, эксплуатация ТПТЭ ставит проблему выбора оптимальных параметров и оптимального режима работы [18, 19]. С этой целью возникает проблема контроля технического состояния ТПТЭ (в частности проблема контроля увлажнения мембраны [18, 19, 141, 274]) [18, 19].

Аналогично и при больших токах заряда ЛИА может войти в тепловой разгон при перезаряде быстрее, чем при малых токах заряда [16, 20]. Аналогичное касается и переразряда ЛИА. Однако большим токам разряда ЛИА соответствует отдаваемая этими аккумуляторами большая мощность, а большим токам заряда соответствует сокращенное время заряда ЛИА [16, 20, 275]. Таким образом, эксплуатация ЛИА ставит проблему выбора оптимальных токов заряда и разряда ЛИА [16], что приводит к проблеме контроля уровня заряда и разряда ЛИА (диагностики близости ЛИА к состоянию перезаряда и переразряда) [16].

Обеспечение оптимальных режимов работы ЛИА и ТПТЭ при выбранных материалах электродов, электролитов этих ХИЭЭ [18, 19, 37 – 130] осуществляется путем диагностики и прогнозирования технического состояния этих ХИЭЭ [131] и управления этими ХИЭЭ [131].

Аналогично решение описанных выше проблем эксплуатации батареи ТПТЭ (и проблем обеспечения оптимального режима работы каждого ТПТЭ в батарее) осуществляется путем управления батареей ТПТЭ [140 – 149, 273]. Также решение описанных выше проблем эксплуатации требуемого режима работы ЛИА в батарее и управления этой ЛИАБ осуществляется системой управления этой батареей [16, 20].

1.2.3.3. Контроль технического состояния и управление перспективными химическими источниками тока

Существующие в настоящее время методы диагностики ХИЭЭ (в частности, ЛИА и ТПТЭ) показаны на рисунке 3 [201 – 205, 276, 277]. Как видно из рисунка 3, для диагностики технического состояния ХИЭЭ необходимы их математические модели [201 – 205, 276, 277].

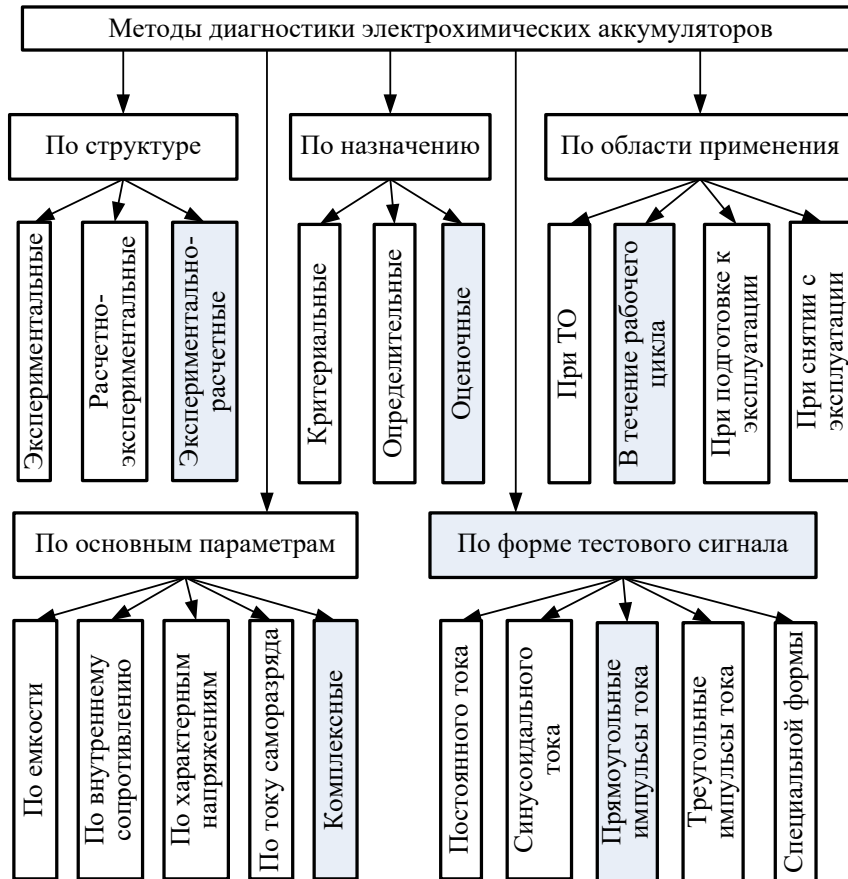


Рисунок 3 – Методы диагностики ХИЭЭ

Методы прогнозирования технического состояния ХИЭЭ (в том числе ЛИА и ТПТЭ) (таблица 1) [206 – 209] статистические, т.е. предполагают рассмотрение ХИЭЭ, как черный ящик [150, 151]. Такой подход позволяет моделировать лишь те режимы работы этих ХИЭЭ, для которых были получены экспериментальные данные [150, 151]. Экстраполяция полученных статистических моделей на прочие режимы работы этих ХИЭЭ дает в общем случае неадекватные модели этих режимов работы [150, 151].

Таблица 1 – Методы прогнозирования технического состояния ХИЭЭ

Название метода	Математическая запись
Прогноз по последнему значению	$\hat{X}(t_0 + \theta) = X(t_0).$
Прогноз по математическому ожиданию	$\hat{X}(t_0 + \theta) = m_x.$
Статистический прогноз по одной точке	$\hat{X}(t_0 + \theta) = m_{\frac{y}{x}}.$
Статистический прогноз по двум и более точкам	$\hat{X}(t_0 + \theta) = m_{\frac{y}{xz}}.$

Прогнозирование по модели Бокса–Дженкинса – скользящего среднего, ARMA(p, q):	$y_t = \sum_{j=1}^p \varphi_j y_{t-j} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}.$
Обратимость скользящего среднего и разложение Вольда	$y_t = \xi_t - \frac{1}{\theta} \xi_{t-1}.$
Прогнозирование стационарного процесса ARMA	$y_T(h) = \psi_h \varepsilon_T + \psi_{h+1} \varepsilon_{T-1} + \dots = \sum_{i=0}^n \psi_{h+i} \varepsilon_{T-i}.$
Прогнозирование процесса ARMA с детерминированными регрессорами	$y_t = X_t \beta + u_t.$
Прогнозирование процесса ARIMA – скользящего среднего ARIMA(p, d, q):	$\varphi(L)(1-L)^d y_t = \theta_j \varepsilon_{t-j}.$
Прогнозирование по модели Бокса–Дженкинса в конечных выборках	$y_t = \sum_{j=1}^p \varphi_j y_{t-j} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}.$
Построение оценок предсказания и фильтрации (фильтр Калмана)	$x_{k+1} = x_k + w_k.$

На основе этих методов диагностики и прогнозирования технического состояния ХИЭЭ и разрабатываются методы технического обслуживания этих ХИЭЭ [210]. Критерием, по которым мы выбираем те или иные методы технического обслуживания, является коэффициент оперативной готовности [210] – вероятность заставить систему в исправном состоянии в некоторый момент времени и проработать безотказно с этого момента времени в течение заданного промежутка времени [210]. Этот коэффициент готовности системы определяется, как интенсивностью отказов системы, так и программой эксплуатации системы [210 – 217]. Интенсивность отказов в подавляющем большинстве случаев определяется статистически [210 – 217] или вышеупомянутыми методами диагностики и прогнозирования [210 – 217]. Для разработки программы эксплуатации по состоянию необходима марковская модель случайных процессов изменения состояния системы [210 – 214].

Как видно из сказанного выше, причинами различных проблем эксплуатации ТПТЭ и ЛИА является протекание соответствующих описанных выше физико-химических процессов (ФХП) в этих ХИЭЭ. Это приводит к необходимости использовать для этих целей математические модели ХИЭЭ, основанные на физике протекающих в них процессов [151]. Нетрудно видеть, что контроль технического состояния рассматриваемых ХИЭЭ сводится к контролю соответствующих параметров, динамика которых характеризует протекание соответствующих ФХП, обуславливающих описанные проблемы эксплуатации этих ХИЭЭ. Т.к. эти параметры в подавляющем большинстве ненаблюдаемые, необходимы диагностические модели

для этих параметров, связывающие эти диагностируемые параметры с наблюдаемыми параметрами (в случае рассматриваемых ХИЭЭ это напряжение, ток и температура, а в случае ТПТЭ – еще и давление в приэлектродных областях). Эти диагностические модели получаются путем математического моделирования ФХП в рассматриваемых ХИЭЭ.

Подход построения математических моделей ХИЭЭ, основанный на физике протекающих в этих ХИЭЭ процессах, подразумевает использование математических моделей этих ФХП в ХИЭЭ [151]. Для математического моделирования ФХП в произвольных физико-химических системах (ФХС) соискателем был разработан в рамках современной неравновесной термодинамики [184 – 187, 224 – 227] потенциально-потокосый метод (ППМ) [186, 196 – 198, 228 – 231], сводящийся в частных случаях к соответствующим моделям динамики соответствующих ФХП [141, 152 – 156, 158 – 162, 164, 165, 169 – 174, 188, 225, 273, 278 – 288] – единый подход моделирования процессов различной физической и химической природы [186]. Более того, в силу ограниченности области применимости моделей химической и электрохимической кинетики [165] подход, основанный на современной неравновесной термодинамике, расширяет возможности метода химической и электрохимической кинетики [186, 187, 196 – 198, 227]. Моделирование динамики ФХП в соответствие с ППМ заключается в задании функциональных разложений (ФР) (равномерное приближение функций [181]) для свойств веществ и процессов (СВП), входящих в уравнения ППМ; причем диапазоны значений коэффициентов этих ФР оцениваются из экспериментальных данных [186, 187, 224]. Также подход, основанный на физике протекающих в этих ХИЭЭ процессов требует определения из экспериментальных данных коэффициентов [151]; однако число этих коэффициентов велико [151].

Поэтому полученная система уравнений динамики ФХП (в том числе и полученная ППМ) преобразовывается численно-аналитическими методами [183, 194, 195, 270] к виду, не содержащему динамические координаты (параметры состояния, однозначно определяющие состояние системы независимо от ее предыстории [185, 186, 289]), а также коэффициенты функциональных разложений [187, 194, 195, 224], используя в общем случае упрощение потенциально-потокосой модели [231]. Получится связь контролируемых параметров (имеющих практический смысл, в общем случае не поддающихся непосредственному измерению) рассматриваемых ФХС с наблюдаемыми (непосредственно поддающимися измерению) с точностью до параметров, получаемых из экспериментальных исследований лабораторных систем (ЛС) [194].

Т.к. вышеупомянутыми ФР можно сколь угодно точно приблизить СВП (теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции полиномами) [181, 186, 187,

224], то точность математического описания ФХП полностью определяется точностью и объемом экспериментальных данных [186, 187, 224]. Отсюда следует, что из уравнений ППМ можно построить сколь угодно точные модели произвольной рассматриваемой ФХС с точностью до параметров, получаемых из экспериментальных исследований ЛС [186, 187, 224, 228, 229, 194, 195]. Отсюда точность полученных диагностических моделей определяется точностью и объемом экспериментальных данных [186, 187, 224, 228, 229, 194, 195]. Таким образом, предлагаемый подход получения математической модели ЛИА, основанный на ППМ и исключении из этих уравнений неизвестных величин является развитием подхода моделирования ХИЭЭ, основанного на физике процессов в этом ХИЭЭ, [151], а также включает в себя преимущества статистического подхода моделирования ХИЭЭ [151].

Получив упомянутую математическую модель рассматриваемой ФХС, мы, используя статистические данные, полученные в процессе эксплуатации различных экземпляров рассматриваемой системы, строим математическую модель этой системы [233], используя методы теории вероятностей и математической статистики [250 – 252].

Таким образом, ППМ представляет собой единый подход математического описания динамики ФХП, сводящийся в частных случаях к соответствующим математическим моделям соответствующих ФХП [141, 152 – 156, 158 – 162, 164, 165, 169 – 174, 188, 225, 273, 278 – 288], область применения которых ограничена [165], и являющийся развитием этих моделей с учетом сколь угодно большего числа особенностей этих процессов, в том числе и нелинейных эффектов [186, 188]. Это имеет важное значение для описания ФХС, в которых протекают ФХП различной физической и химической природы (к этим ФХС, в частности, относятся рассматриваемые ТПТЭ и ЛИА). В случае ФХС, в которых протекают химические превращения, механизм которых неизвестен, ППМ, вбирающий в себя химическую кинетику этих химических реакций, является важной альтернативой традиционной химической кинетике [196 – 198]. Отсюда, используя ППМ и методы построения математической модели путем численно-аналитического преобразования уравнений ФХП [184 – 187, 194, 195, 224, 228 – 231, 233], мы получим единый подход построения математической модели произвольных ФХС различной физической и химической природы, вбирающий в себя все требуемые особенности протекания рассматриваемых ФХП в рассматриваемой системе, в том числе и различные нелинейные эффекты [188].

Именно поэтому ППМ целесообразно использовать для моделирования ФХП в ТПТЭ [290] и в настоящей работе ППМ будет использован для моделирования ФХП в ЛИА [291 – 294]. Затем из этих потенциально-поточных уравнений ФХП в ЛИА методами [194, 195, 233] получаем математические модели ЛИА.

1.3. Водородно-воздушные топливные элементы с протонообменной мембраной

1.3.1. Устройство и принцип действия водородно-воздушных топливных элементов с протонообменной мембраной

Основной частью любого ТЭ является МЭБ (рисунок 4) [18, 19]. В полимерных ТЭ он обычно представляет собой протоннообменную мембрану [18, 19], материалом которой является перфторированная сульфокислота (нафион (рисунок 5)) [18, 19, 37 – 39, 46, 51, 55, 56, 62, 67], углеводородные сульфокислоты [18, 19, 37], сульфированных ароматических конденсационных полимеров (поликонденсационные мембраны) [37], каликс[*n*]арены [40], а также на основе поливинилового спирта и фенол-2,4-дисульфокислоты [43], а также гетерополисоединения [52], на одну сторону которой нанесен катодный, а на другую – анодный катализаторы [18, 19]. Токосъем с анодной и катодной сторон, подвод исходных реагентов, отвод продуктов реакции осуществляется через пористые газодиффузионные слои, изготовленные, как правило, из углеродных материалов, имеющие электрический контакт с АС (рисунок 6) [18, 19]. В качестве катализаторов обычно используют композиты на основе платиновой черни или платины на каком-либо углеродном, катализаторы на основе титана, платиновые напыление [18, 19, 47 – 49, 53, 54, 56 – 60, 63 – 66]. Катализаторы могут быть нанесены, как на протонообменную мембрану, так и на газодиффузионные слои, или на то и на другое одновременно [18, 19, 63].

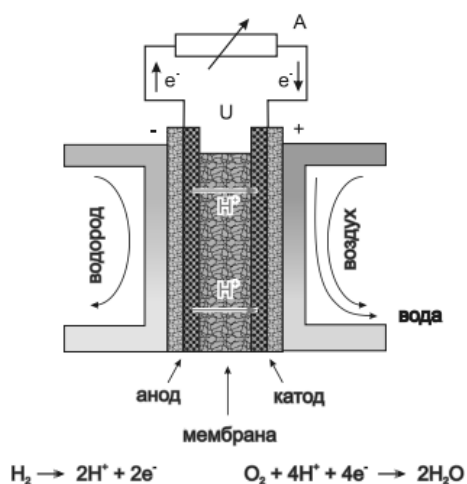


Рисунок 4 – Структура МЭБ ТЭ

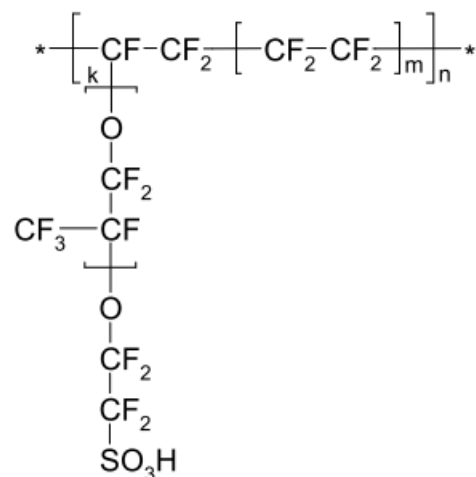


Рисунок 5 – Структура Нафиона и его аналогов

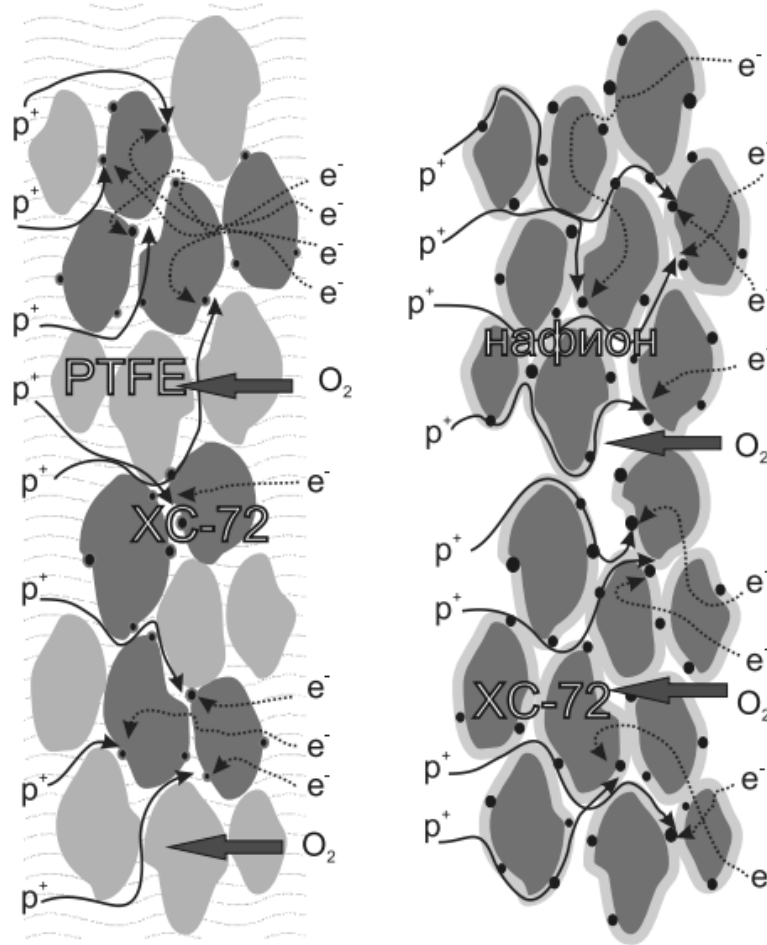


Рисунок 6 – Структура АС МЭБ ТЭ

В процессе работы водородно-воздушного ТЭ с протонообменной мембраной в каталитическом слое анода водород (на поверхности катализатора ионизируется) в соответствии с реакцией [18, 19]:



Образовавшиеся протоны H^+ диффундируют к катоду через протонообменную мембрану и на катоде рекомбинируют с молекулами кислорода в соответствии с [18, 19]:



Образующиеся электроны проходят через внешнюю цепь и на катоде в соответствии с реакцией 2 уходят на образование воды. Так МЭБ производит электроэнергию [18, 19].

Для того, чтобы в полимерной мембране МЭБ ТЭ образовалась протон-проводящая среда, необходим отрыв от материала полимера протона водорода H^+ и переход этого протона в водный электролит [18, 19, 37]:



где C_m^- - тот же соответствующий материал мембраны (рисунок 4) без протонов водорода. Таким образом, для протонной проводимости необходима вода, пропитывающая мембрану [18, 19, 141, 274]. Отсюда возникает проблема увлажнения мембраны [18, 19, 141, 274]. Также для обеспечения протонной проводимости вводят протонгенерирующие добавки (обычно сильные кислоты), в том числе и в непроводящую матрицу, а также твердые электролиты [18, 19]. Внедрение платины в мембрану позволяет также создать «самоувлажняемые» мембраны [55].

Мембрана МЭБ должна обеспечивать хорошую протонную проводимость ($10^{-3} \div 10^{-1}$ См/см) в условиях значительных колебаний температуры и влажности как топлива, так и окислителя [18, 19, 67]. Электронная проводимость мембраны должна быть минимальной (как минимум на 2 ÷ 3 порядка ниже, чем протонная проводимость) [18, 19, 67].

Протонообменная мембрана МЭБ выполняет также газораспределительную функцию. Поэтому, ее проницаемость по газам должна быть минимальной (меньше 10^{-2} мл/(мин·см²)) [18, 19, 67], достаточной для длительного функционирования ТЭ [18, 19, 67].

1.3.2. Материалы полимерных мембран

1.3.2.1. Мембраны на основе перфторированной полимерной сульфокислоты

Наиболее востребованным в качестве полимерной мембраны оказался продукт компании DuPont, разработанный в середине 60-х годов прошлого века и выпускаемый под торговой маркой Нафион (Nafion) [18, 19, 37 – 39, 46, 51, 61]. По своей природе этот материал является перфторированной полимерной сульфокислотой [18, 61]. Также материалы мембран Нафион представляет собой сополимер тетрафторэтилена и сульфосодержащего перфторированного винилового эфира [61]. Известен также ряд аналогов Нафиона – продуктов компании Asahi Glass (Flemion), Asahi Chemical (Aciplex), Diw Chemical, 3M, FuMA-Tech (Fumarem) и др., отличающихся незначительными вариациями в структуре боковой цепи полимерной молекулы [18].

Мембраны на основе перфторированной полимерной сульфокислоты характеризуется эквивалентным весом [18, 37]. Эквивалентный вес является параметром, характеризующим объемную концентрацию сульфогрупп – это вес полимера, в котором содержится 1 моль сульфогрупп – с уменьшением эквивалентного веса растет концентрация сульфогрупп в объеме полимера [18, 37]. Обратной величиной эквивалентного веса является катионообменная емкость [37].

Также имеются методы синтеза перфторированных ионообменников с карбоксильными и фосфоновыми группами и мембран на их основе, которые не получили широкого распространения [37]. Проводимость описанных мембран изменяется линейно со степенью сульфирования [37].

Описанные мембраны Нафион имеют разное строение пор и каналов [37, 39].

Мембраны из полимеров типа Нафион механически стабильны и достаточно газопроницаемы при эквивалентном весе 1000 – 1100 г/моль и толщине до ~25 мкм [18, 37]. Также они химически и электрохимически стабильны и инертны [18, 37, 46], а также имеют высокую механическую прочность [46]. Характеризуются высокой протонной проводимостью (около 0.1 – 0.2 См/см) [18, 39, 51], которая, однако, существенно зависит от степени увлажнения мембраны (сухая мембрана не проводит протоны, поскольку сульфогруппы не диссоциированы (уравнение (3))) [18, 37]. Эта особенность является общим недостатком всех полимерных сульфокислот [18, 37], поскольку требует специального контроля баланса воды в МЭБ при работе [18]. Перфторированные полимерные сульфокислоты типа Нафиона и его аналогов характеризуются резко выраженной гидрофобностью фактически всех участков макромолекул кроме сульфогрупп, поэтому резко теряют способность удерживать воду при экспозиции в сухой атмосфере [18, 61]. Это и приводит к проблеме необходимости увлажнения ТЭ [18, 37, 46, 61]. Способность удерживать воду резко теряется при превышении температуры выше 80°C - 90°C [18, 37], что ограничивает температурный режим работы МЭБ на основе перфторированных сульфокислот [18, 61].

Серьезным недостатком перфторированных сульфокислот является их высокая стоимость [18, 37, 61], а также их высокая проницаемость по водороду и кислороду [39, 61]. С целью решения последней проблемы такие мембраны модифицируются протонпроводящими добавками [39, 45, 61]. Такая модификация позволяет значительно повышает протонную проводимость при низком влагосодержании [39, 61]. В качестве таких модифицирующих добавок используют, например, оксид графена, функционализированный фосфоновой кислотой, а также сульфированный полистирол [39]. Особый интерес представляет использование в качестве допантов высокомолекулярных соединений, способных образовать

вать протяженные структуры в исследуемой матрице [45, 46, 61], в частности некоторых мономеров во вторполимерную основу [61], а также гетерополикислоты (фосфорно-, кремний-, борвольфрамовые и др.) [43], серную, сульфоновую, фосфорную и фосфоновые кислоты [43], а также фенол-2,4-дисульфокислоту [43], полифторэтилена [45], сополимеров тетрафторэтилена и гексафторпропилена [45], сополимеров этилена и тетрафторэтилена [45], поливинилиденфторида [45].

Авторами работы [37] были также получены протонпроводящие мембраны на основе поливинилового спирта, этерифицированного фенолсульфо кислотами [37]. Проводимость такой мембраны растет с ростом сульфокислоты [37]. Однако такие мембраны имеют низкую механическую прочность и высокую скорость деградации [37].

1.3.2.2. Мембраны на основе углеводородной сульфокислоты

Альтернативой мембран на основе перфторированных сульфокислот (Нафiona) являются мембраны на основе углеводородных полимерных сульфокислот, которые характеризуются большой дешевизной производства [18, 19, 37]. Типичными примерами углеводородных полимеров, используемых в качестве мембран ТЭ, являются сульфированные полиэфирэфиркетоны, полиариленэфиры, полисульфоны, полиимиды [18], а также сульфированные ароматические конденсационные полимеры [37], фенилзамещенных полифениленов с фосфонатными группами в боковой цепи [37]. Также имеется интерес к протонпроводящим мембранам на основе комплексов кислота – основной полимер [37].

В сравнении с Нафионом, углеводородные полимеры характеризуются рядом как преимуществ, так и недостатков [18, 19]. Как правило, синтез углеводородных полимеров дешевле, чем синтез полимеров фторсодержащих [18, 19, 37]. Проницаемость углеводородных полимеров по кислороду и метанолу ниже, чем фторполимеров [18, 19]. В силу меньшей гидрофобности макромолекул углеводородных полимеров в целом, чувствительность их протонной проводимости к степени увлажнения реагентов, подаваемых в ТЭ, не столь резко выражена, как у перфторированных сульфокислот [18, 37]. Это упрощает контроль баланса воды (water management) в МЭБ при работе [18]. Менее выраженная гидрофобность молекул углеводородных полимеров позволяет им также лучше удерживать воду при высоких темпе-

ратурах, что повышает возможный температурный диапазон работы ТЭ – в сравнении с ТЭ на основе мембран из Нафiona и его аналогов [18].

Мембраны на основе комплексов кислота – основной полимер имеют возможность эксплуатации в широком интервале температур как во влажной, так и в сухой атмосфере [37]. Допирование кислотами приводит к появлению протонной проводимости, сильно зависящей от степени допирования [37]. Однако баланс проводимости и механических свойств для углеводородных полимеров, в целом, хуже, чем для перфторированных полимерных сульфокислот [18]. Увеличение проводимости за счет увеличения степени сульфирования приводит к потере механической стабильности углеводородных мембран в присутствии воды [18, 37].

Также используются мембраны на основе органо-неорганических сополимеров [37, 48], полученных золь-гель-методом тетраэтоксилана и полимерных производных азотсодержащих гетероциклических соединений [37], каликсарена [40, 50].

1.3.3. Материалы катализаторов

Для обеспечения требуемой скорости электродных реакций (требуемой мощности ТПТЭ) в МЭБ вносятся каталитические центры [18]. В основе этих каталитических центров лежит платина [47, 49, 53, 54, 57 – 60, 63 – 66].

Для создания высокоэффективных и долговечных катализаторов на основе ультрадисперсной платины наиболее перспективны композитные системы, в которых наноразмерные (~2–3 нм) частицы металла нанесены на подложки различного типа [53]. Подходящие для этой цели носители должны быть химически стойкими, хорошо удерживать частицы металла и обладать электронной и протонной проводимостью, что весьма существенно для их использования в электрохимических устройствах [53]. Для этой цели применяются углеродные материалы (углеродные нанотрубки, в частности на основе оксида графена [63]) [47, 57, 63, 64]; однако эти материалы имеют два существенных недостатка [53]:

- легко окисляются;
- не обладают хорошей протонной проводимостью.

Отсюда становится целесообразным использование напыления платины на металлы [49, 53, 58 – 60, 65, 66], например, на основе никеля [65], на основе родия [66], диоксида олова [58, 60], оксида церия [59, 60], диоксида титана [53]. С целью минимизации описанных

проблем углеродные носитель модифицируют специальными прививками [53]. Использование напыления платины на описанные металлы (или оксиды металлов) существенно повышает надежность таких катализаторов (по сравнению с углеродным носителем) [53].

1.3.4. Паразитные и деградационные процессы в водородно-воздушных топливных элементах с протонообменной мембраной

МЭБ продолжает производить электроэнергию до тех пор, пока подводятся водород и воздух [18, 19]. В этом и заключается его преимущество перед гальваническими элементами [18, 135]. Однако это преимущество полностью не реализовано по причине деградационных процессов в ТЭ [18, 135]. Рассмотрим подробно эти деградационные процессы.

Т.к. мембрана частично пропускает водород и кислород [18], то на катализаторах также имеет место и прямая реакция водорода и кислорода в соответствии с уравнениями (1) и (2) [18, 285], а также в соответствии с реакцией [18, 285]:



Таким образом, в результате диффузии водорода к катоду на катоде протекает реакция (1), а на аноде результате диффузии кислорода к аноду – реакция (2). Таким образом, в результате протекания этих реакций (реакции (1) на катоде и реакции (2) на аноде и реакции (4)) расходуется электрический заряд, не пройдя через внешнюю цепь [18]. Таким образом, в результате описанных реакций расходуются топливо и окислитель [18].

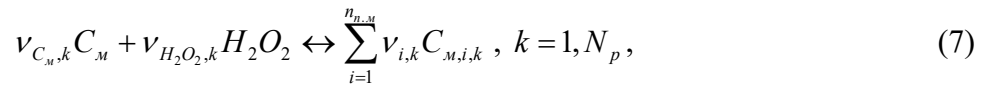
На катализаторах помимо воды образуется также и перекись водорода H_2O_2 [18, 285]. Это обусловлено переносом молекул кислорода и водорода и их осаждением на катализаторах [18, 285]. Образование перекиси водорода H_2O_2 в анодной и катодной областях происходят в соответствии с реакцией [285]:



а в катодной области еще и в соответствии с реакцией:



Образовавшаяся в соответствии с реакциями (5) и (6) перекись водорода H_2O_2 диффундирует по объему мембраны и распадается на радикалы $\cdot OH$, которые атакуют материал мембраны (рисунок 2) [18]. Эти ФХП можно представить в виде:



где C_m - материал мембраны; $C_{m,i,k}$, $i=1, n_k$, $k=1, N_p$ - образующиеся материалы мембраны; v с индексами – стехиометрические коэффициенты; $n_{m,m}$ - число побочных материалов; N_p - число реакций химической деградации мембраны.

Описанная химическая деградация мембраны осложняется еще и тем, что катализатор (платиновый) растворяется в соответствии с [18]:



а затем осаждается на каком-либо активном центре в мембране в соответствии с уравнениями реакций (1) и (8), протекающей в обратном направлении [18, 285]. Осевшая платина уже электрически не связана с электродами, а потому она не может уже катализировать токообразующие реакции (1) и (2), эффективная площадь активных каталитических центров уменьшается, но зато появляются дополнительные каталитические центры реакции (5) образования перекиси водорода H_2O_2 [18, 285]. Более того, описанное растворение и осаждение платины приводит к укрупнению каталитических центров, что приводит к уменьшению активной площади катализа основных токообразующих реакций (1) и (2) [18, 155].

На образующихся каталитических центрах также протекают реакции (1), (2) и (4) [18].

Помимо описанной химической деградации мембраны МЭБ ТЭ имеет место еще и физическая деградация мембраны МЭБ ТЭ [18, 19]. Т.к. мембрана МЭБ ТЭ находится под давлением, то в ней имеют место пластические деформации, в результате которых мембрана теряет требуемые свойства [18, 286]. Переход вещества мембраны из упругого в пластическое состояние описывается уравнением реакции:



где $C_m^{(nl)}$ - вещество мембраны МЭБ в пластическом состоянии. Более того, имеет также место и поглощения воды мембраной в соответствии с [18, 285]:



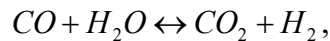
в результате чего мембрана набухает, что ухудшает ее свойства, а также способствует описанной физической деградации [18, 285].

Следует также отметить, что если в водороде (получаемом в результате риформинга исходного топлива), содержится монооксид углерода CO , то этот монооксид углерода вытравляет катализатор (хемосорбируется на катализатор) в соответствии с реакцией [285]:



где CO_c - хемосорбированная моноокись углерода. Из-за этого существенно уменьшается площадь активной поверхности катализатора (вытравление катализатора [18, 285]. Описанная хемосорбция монооксида углерода CO существенно уменьшается с повышением температуры ТЭ, что, однако, приводит к усилению интенсивности испарения воды [18, 141].

Монооксид углерода реагирует также с водой в соответствие с уравнением реакции [295]:



внося свой вклад в расход воды. Однако эта реакция протекает при температурах выше 200°C [295], поэтому далее рассматриваться не будет. Однако электрохимически монооксид углерода CO_c (хемосорбированный на катализатор) взаимодействует с водой согласно уравнению [37]:



Эта реакция (вместе с (2)) также дают ток, окисляя монооксид углерода CO до углекислого газа CO_2 . Однако, т.к. монооксида углерода в прианодной камере мало (чтобы не вытравлялся платиновый катализатор) [18, 19], то реакция (12) вносит лишь незначительный вклад в ток во внешней цепи. Вклад реакции (12) увеличивается с ростом температуры [18].

Также в результате диффузии кислорода через МЭБ кислород реагирует на аноде с монооксидом углерода и аналогично в результате диффузии монооксида углерода через МЭБ монооксид углерода реагирует с кислородом в соответствие с реакцией [295]:



Таким образом, в результате диффузии молекул монооксида углерода происходит также утечка монооксида углерода в соответствие с (12).

1.3.5. Требование к мембране мембранно-электродного блока водородно-воздушного топливного элемента

Итак, исходя из описанных выше процессов деградации МЭБ ТЭ, имеем следующие требования к МЭБ ТЭ [18, 19, 67]:

- высокая протонная проводимость и малая проницаемость для газовых реагентов;
- отсутствие электронной проводимости;

— долговременная механическая и химическая стабильность, в том числе и в присутствии воды;

Также немаловажным параметром является стоимость мембраны [18, 67].

1.3.6. Приемы улучшения рабочих характеристик мембран водородно-воздушного топливного элемента

Основные функциональные характеристики мембран МЭБ ТЭ необходимо оптимизировать в комплексе, т.к. они принципиально взаимосвязаны [18]. Например, не вполне корректно было бы просто улучшать протонную проводимость мембранного материала, без оглядки на механические свойства и стабильность мембраны в целом [18]. Увеличение механической стабильности мембраны и снижение ее проницаемости по отношению к реагентам – например, за счет дополнительного химического сшивания – всегда приводит к неизбежному падению проводимости [18]. Таким образом, разнообразие материалов дает возможность выбора тех или иных материалов и соответствующих режимов эксплуатации ТПТЭ.

1.4. Расчетная схема водородно-воздушного топливного элемента с протонообменной мембраной

1.4.1. Физико-химические процессы в водородно-воздушном топливном элементе с протонообменной мембраной

Рассмотрим ФХП в ТПТЭ, определяющие функционирование этих элементов, в том числе и процессы деградации. Основные токообразующие процессы в ТПТЭ следующие:

- анодная реакция (12) (незначительный вклад) и (1);
- катодная реакция (2);
- диффузия протонов водорода H^+ в МЭБ;
- перенос электронов с активного анодного слоя на отрицательную клемму;

— перенос электронов с активного катодного слоя на положительную клемму.

Вспомогательными ФХП (процессами, обеспечивающих условия протекания основных токообразующих процессов) являются следующие ФХП:

- диффузия воды H_2O в МЭБ;
- отрыв протона водорода H^+ от мембраны в соответствии с реакцией (3);
- диффузия кислорода O_2 в активный катодный слой;
- диффузия монооксида углерода CO в активный анодный слой;
- диффузия водорода H_2 в активный анодный слой;
- диффузия воды H_2O из прианодной камеры в активный анодный слой и в МЭБ (с целью увлажнения мембраны);
- диффузия углекислого газа CO_2 в МЭБ и из активных анодного и катодного слоев МЭБ;
- испарение воды из катодного активного слоя в прикатодную камеру;
- теплообмен между МЭБ и прианодной камерой;
- теплообмен между МЭБ и прикатодной камерой;
- отдача ТПТЭ теплоты в окружающую среду.

Функционирование ТПТЭ также сопровождается следующими физико-химическими процессами деградации:

- диффузия водорода H_2 через мембрану к активному катодному слою;
- диффузия кислорода O_2 через мембрану к активному анодному слою;
- утечка водорода H_2 в активном катодном слое в соответствии с реакцией (4);
- утечка кислорода O_2 в активном анодном слое в соответствии с реакциями (2), (4) и (13);
- диффузия монооксида углерода CO через мембрану к активному катодному слою;
- утечка монооксида углерода CO в активном анодном слое в соответствии с реакцией (13);
- образование перекиси водорода H_2O_2 в активных анодном и катодном слоях в соответствии с реакциями (5) и (6);
- диффузия перекиси водорода H_2O_2 в МЭБ;
- химическое разрушение мембраны в соответствии с реакциями (7);
- растворение платинового катализатора Pt в соответствии с реакцией (8);

- диффузия ионов платины Pt^{2+} в МЭБ;
- осаждение ионов платины Pt^{2+} в платину Pt (с образованием каталитических центров, не связанных электрически с электродами) (обратная реакция (8)) с одновременным окислением водорода H_2 (реакция (1)), монооксида углерода CO (реакция 12), а также на другие платиновые каталитические центры;
- переход вещества мембраны из упругого состояния в пластическое в соответствии с реакцией (9);
- поглощение воды мембраной в соответствии с реакцией (10);
- хемосорбция монооксида углерода CO на платину в соответствии с реакцией (13);
- перенос электронов через МЭБ.

1.4.2. Допущения при моделировании физико-химических процессов в водородно-воздушном топливном элементе с протонообменной мембраной

Итак, мы привели список ФХП в ТПТЭ. Рассмотрим теперь из особенностей протекания этих процессов допущения, из которых мы исходим, выполняя моделирование ФХП ППМ, исходя из задачи выбора оптимальных параметров ТПТЭ и оптимального режима работы этих элементов.

Мембранно-электродный блок ТПТЭ достаточно тонок (чтобы уменьшить электрическое сопротивление МЭБ), отсюда полагаем, то температура ТПТЭ одинакова по всему объему МЭБ.

Вещества, образующиеся в результате химического разрушения мембраны перекисью водорода H_2O_2 , не диффундируют (т.к. перекись водорода H_2O_2 разрушает только углеродные цепи). Мембрана деградирует (как химически, так и механически) областями (участками), эти области предполагаем однородными и идентичными. Отсюда, мембрана подразделяется на области:

- не деградированную;
- деградированную механически;
- деградированную химически;
- деградированную механически и химически.

Т.к. каждый участок поверхности электродов, активных слоев МЭБ равнозначен (в пределах описанных деградированных и не деградированных областей), то полагаем, что в плоскостях, параллельных плоскостям электродов, в пределах деградированных и не деградированных областей концентрации диффундируемых компонентов (воды H_2O , кислорода O_2 , водорода H_2 , перекиси водорода H_2O_2 , монооксида углерода CO , протонов водорода H^+ , ионов платины Pt^{2+}) одинаковы (равно как и химические и электрохимические потенциалы этих компонентов). Аналогично полагаем, что диаметры платиновых центров кристаллизации (как электрически связанных с электродами, так и электрически не связанных с электродами) в плоскостях, параллельных плоскостям электродов (в пределах деградированных и не деградированных областей), одинаковы. Более того, диаметры каталитических платиновых центров, связанных с электродами, так и диаметры не связанных с электродами платиновых каталитических центров между собой различаются.

Также свойства мембраны в каждой точке плоскости, параллельной плоскости электродов, в пределах деградированных и не деградированных областей одинаковые.

Анализируя диффузию компонентов в МЭБ, для описания картины ФХП в МЭБ, достаточно (без качественного нарушения картины диффузии описанных компонентов) МЭБ разбить (исходя из описанного выше допущения равенства концентраций и химических и электрохимических потенциалов компонентов в плоскости, параллельной плоскости электродов) на 6 слоев (видно из рисунка 1):

- отрицательный электрод (через него, как было отмечено выше, диффундирует к активному анодному слою водород, водяной пар; в нем также находятся катализаторы);
- активный анодный слой;
- слой мембраны, прилегающий к активному анодному слою;
- слой мембраны, прилегающий к активному катодному слою;
- активный катодный слой;
- положительный электрод (через него, как было отмечено выше, диффундирует от активного катодного слоя кислород, водяной пар; в нем также находятся катализаторы).

В пределах описанных слоев концентрации компонентов (воды H_2O , кислорода O_2 , водорода H_2 , перекиси водорода H_2O_2 , монооксида углерода CO , протонов водорода H^+ , ионов платины Pt^{2+}) одинаковы по всему объему этих слоев (равно как и химические и

электрохимические потенциалы этих компонентов) в пределах деградированных и не деградированных областей. Аналогично диаметры платиновых каталитических центров (как электрически связанных с электродами, так и электрически не связанных с электродами) по всему объему (в пределах деградированных и не деградированных областей) этих слоев предполагаются одинаковыми. Более того, как было отмечено выше, диаметры каталитических платиновых центров, связанных с электродами, так и диаметры не связанных с электродами платиновых каталитических центров между собой различаются.

Также аналогично свойства мембраны в объеме каждого из описанных слоев одинаковые (в пределах деградированных и не деградированных областей).

В пределах одного слоя деградированные и не деградированные области находятся в состоянии термодинамического равновесия (квазиравновесия).

Пространственные диффузионные эффекты не учитываются.

Диффузию кислорода и водорода через мембрану мы учитывать не будем, т.к. диффузионные потоки кислорода и водорода через мембрану достаточно низкие.

Учитывая сказанное выше, набухание мембраны вследствие поглощения воды считаем равномерным по всему объему описанных слоев в пределах описанных деградированных и не деградированных областей.

Неэлектрохимические процессы старения мембраны не моделируем.

Т.к. кристаллизационные платиновые центры формируются на специальных центрах [18], то они имеют шарообразную форму. Отсюда форма активной поверхности платинового катализатора сферическая. Таким образом, площадь активной поверхности платинового катализатора $S_{кат}$ определяется через объем активных центров платинового катализатора V_u согласно:

$$S_{кат} = 4\pi \left(\frac{3V_u}{4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{36\pi V_u^2} . \quad (14)$$

Полученная формула (14) справедлива как для электрически связанных, так и для электрически не связанных с электродами каталитических платиновых центров. Эта формула (14) записывается отдельно для каждого из описанных классов каталитических центров.

В приэлектродных камерах давление и температуру, а также концентрации газов считаем равномерными по всему объему. Т.к. движение среды там небольшое.

Электрический заряд, образующийся на неактивных каталитических центрах, небольшой. Поэтому обменом электрического заряда (через мембрану) неактивных каталитических центров между собой и с электродами пренебрегаем.

Т.к. растворителем, в которых переходят ионы водорода H^+ , является вода – полярный растворитель (иначе бы ионы водорода H^+ не оторвались бы от материала мембраны и не перешли бы в воду – неполярные молекулы растворителя не смогли бы оторвать ионы водорода H^+), то вследствие электрического поля, создаваемого заряженными электродами, ионами водорода, водная среда поляризуется. Т.к. процессы поляризации водной среды происходят быстрее, чем прочие описанные выше ФХП, то эти процессы считаем квазиравновесными.

Также процессы диффузии кислорода O_2 в активный катодный слой, водорода H_2 и монооксида углерода CO в активный анодный слой считаем квазиравновесными.

Концентрацию воды H_2O и перекиси водорода H_2O_2 считаем равномерной по всему объему МЭБ.

Итак, расчетная схема ТПТЭ, используемая далее в настоящей работе, основывается на следующих допущениях:

- температура МЭБ по всему объему МЭБ одинакова;
- вещества, образующиеся в результате химического разрушения мембраны перекисью водорода H_2O_2 , не диффундируют;
- вследствие деградации мембраны (механической и химической) мембрана (вследствие ее деградации областями) мембрана состоит из идентичных областей:
 - не деградированная область;
 - деградированная химически область;
 - деградированная механически область;
 - деградированная механически и химически область;
- МЭБ подразделяется на цилиндрические области (основание которых параллельно плоскостям электродов):
 - отрицательный электрод (через него, как было отмечено выше, диффундирует к активному анодному слою водород, водяной пар; в нем также находятся катализаторы);
 - активный анодный слой;
 - слой мембраны, прилегающий к активному анодному слою;
 - слой мембраны, прилегающий к активному катодному слою;
 - активный катодный слой;

- положительный электрод (через него, как было отмечено выше, диффундирует от активного катодного слоя кислород, водяной пар; в нем также находятся катализаторы);

в пределах этих областей и в пределах не деградированной и деградированных областей концентрации компонентов (воды H_2O , кислорода O_2 , водорода H_2 , перекиси водорода H_2O_2 , монооксида углерода CO , протонов водорода H^+ , ионов платины Pt^{2+} , компонентов, образующихся в результате химической деградации мембраны) одинаковы (как и химические и электрохимические потенциалы этих компонентов);

- аналогично свойства мембраны в объеме каждого из описанных слоев одинаковые (в пределах деградированных и не деградированных областей);
- в пределах одного слоя деградированные и не деградированные области находятся в состоянии термодинамического равновесия (квазиравновесия);
- пространственные диффузионные эффекты не учитываются;
- диффузию кислорода и водорода через мембрану мы учитывать не будем, т.к. диффузионные потоки кислорода и водорода через мембрану достаточно низкие;
- набухание мембраны вследствие поглощения воды считаем равномерным по всему объему описанных слоев в пределах описанных деградированных и не деградированных областей;
- неэлектрохимические процессы старения мембраны не моделируем;
- в пределах описанных областей (как и в пределах деградированной и деградированных областей) мембраны диаметры центров платиновых катализаторов одинаковые; причем диаметры каталитических платиновых центров, связанных с электродами, так и диаметры не связанных с электродами платиновых каталитических центров между собой различаются;
- кристаллизационные платиновые центры имеют шарообразную форму; площадь активной поверхности катализаторов определяется согласно (14);
- обменом электрического заряда (через мембрану) неактивных каталитических центров между собой и с электродами пренебрегаем
- в приэлектродных камерах давление и температуру, а также концентрации газов считаем равномерными по всему объему;
- процессы поляризации водной среды квазиравновесные;

- процессы диффузии кислорода O_2 в активный катодный слой, водорода H_2 и монооксида углерода CO , а также углекислого газа CO_2 в активный анодный слой считаем квазиравновесными;
- концентрацию воды H_2O и перекиси водорода H_2O_2 считаем равномерной по всему объему МЭБ.

1.5. Устройство и принцип действия литий-ионных аккумуляторов

1.5.1. Устройство литий-ионных аккумуляторов

Литий-ионный и литий-полимерный аккумуляторы состоят из отрицательного электрода, содержащего восстановитель, положительного электрода, содержащего окислитель, и разделяющего их электролита [20] (рисунки 7 и 8). В случае ЛИА разделяющий электроды электролит находится в жидком состоянии, а в случае литий-полимерных аккумуляторов (ЛПА) – в твердом [20]. Чтобы избежать короткого замыкания, в ячейках с жидким электролитом (в случае ЛИА) используется пористый сепаратор [20].

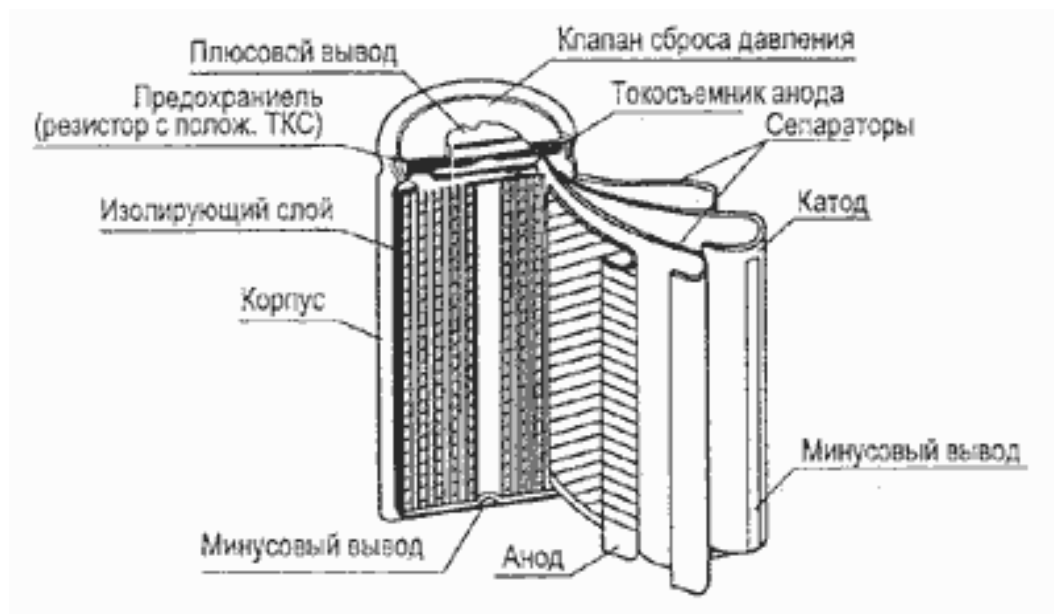


Рисунок 7 – Цилиндрическая конструкция литий-ионного аккумулятора

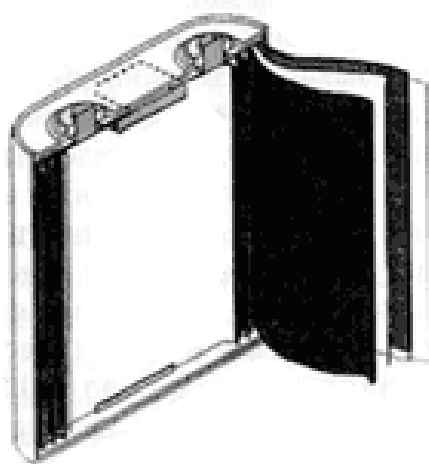


Рисунок 8 – Призматическая конструкция литий-ионного аккумулятора

Конструктивно ЛИА, как и щелочные, производятся в цилиндрическом и призматическом вариантах [68, 275]. В цилиндрических аккумуляторах свернутый в виде рулона пакет электродов и сепаратора помещен в стальной или алюминиевый корпус, с которым соединен отрицательный электрод [275]. Положительный полюс ЛИА выведен через изолятор на крышку (рисунок 7) [275]. Призматические ЛИА производятся складыванием прямоугольных пластин друг на друга [275]. Призматические аккумуляторы обеспечивают более плотную упаковку в аккумуляторной батарее, но в них труднее, чем в цилиндрических, поддерживать сжимающие усилия на электроды [68]. В некоторых призматических аккумуляторах применяется рулонная сборка пакета электродов, который скручивается в эллиптическую спираль (рисунок 8) [68, 275]. Это позволяет объединить достоинства двух описанных выше модификаций конструкции [68, 275].

Разноименные электроды в литий-ионных аккумуляторах разделяются сепаратором из пористого полипропилена [68, 275].

Наиболее типичная конструкция цилиндрических и призматических (в форме параллелепипеда) аккумуляторов предусматривает наложение четырех тонких лент [20, 275]: сепаратора, алюминиевой фольги с наклеенным материалом положительного электрода, сепаратора и медной фольги с наклеенным материалом отрицательного электрода. Большую роль при этом играет связующее [20, 275]. Оно должно обеспечить одновременно электрический контакт и хорошее сцепление порошков с фольгой, чтобы они не осыпались при наматывании, и при этом быть устойчивым к жидкому электролиту [20, 275]. Эту четырехслойную ленту сматывают в спираль, помещают в корпус, заливают электролитом и герметизируют [20, 275].

Для повышения безопасности эксплуатации ЛИА в составе батареи обязательно применяется также и внешняя электронная защита, цель которой не допустить возможность перезаряда и переразряда каждого аккумулятора, короткого замыкания и чрезмерного разогрева [68].

Конструкция ЛИА отличается абсолютной герметичностью [68]. Требование абсолютной герметичности определяется как недопустимостью вытекания жидкого электролита (отрицательно действующего на аппаратуру), так и недопустимостью попадания в аккумулятор кислорода и паров воды из окружающей среды [68]. Кислород и пары воды реагируют с материалами электродов и электролита и полностью выводят ЛИА из строя [68].

В основе идеи литий-полимерного аккумулятора лежит открытое явление перехода некоторых полимеров в полупроводниковое состояние в результате внедрения в них ионов электролита [20]. Использование твердого электролита в ЛПА дает возможность выполнить эти аккумуляторы в любой конфигурации, а также возможность создания миниатюрных аккумуляторов [20, 68, 69]. Их контейнер может быть выполнен из металлизированного полимера [20, 68, 69].

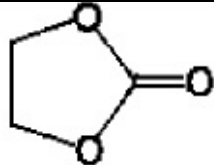
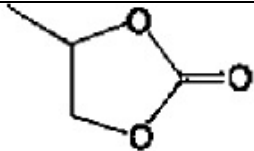
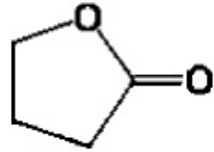
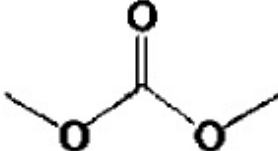
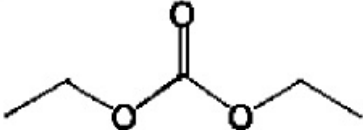
1.5.2. Материалы электролита

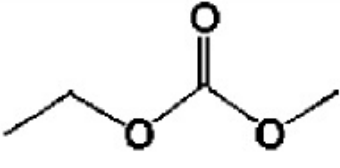
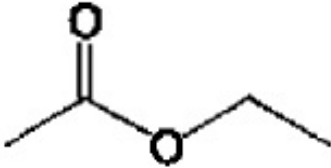
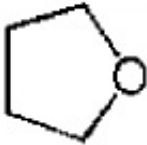
Электролиты для ЛИА и ЛПА должны быть одновременно устойчивы к сильным восстановителям и сильным окислителям, выдерживать зарядные напряжения до 5 В, быть недорогими и безопасными [20, 68]. Использование водных или спиртовых растворов исключено, т.к. неизбежна реакция вытеснения водорода литием [20, 68].

В число используемых растворителей попадают только такие вещества, в молекулах которых отсутствует подвижный водород [20]. Иными словами, литий устойчив в апротонных (т.е. не имеющих подвижного протона, способного обмениваться с литием, т.е. отсутствием групп *ОН* и *NH*) растворителях [20]. Для практики создания электролитов со значительной проводимостью важно наличие у молекулы растворителя большого диполя, который обеспечивает ионизацию растворенной соли [20]. Таким образом, для ЛИА важны не просто апротонные, но апротонные дипольные растворители (АДР) [20].

В качестве апротонных растворителей обычно используются смеси эфиров, как сложных, так и простых [70, 85]. Индивидуальные растворители редки, т.к. не позволяют обеспечить многочисленные и зачастую противоречивые требования, например, высокую диэлектрическую проницаемость, низкую вязкость, низкую температуру плавления и высокую температуру кипения [70, 85]. Из сложных эфиров наиболее популярны карбонаты, которые, восстанавливаясь при первом контакте с литием, образуют на отрицательном электроде тонкий ионпроводящий слой карбоната лития, предотвращающий дальнейшее восстановление, но не мешающий работе элемента [70, 85]. Некоторые из двух десятков применяемых компонентов растворителей перечислены в таблице 2 [70, 85].

Таблица 2. Наиболее распространенные компоненты апротонных растворителей литиевых электролитов

Название и условное обозначение	Формула	$T_{пл}$, °C	$T_{кип}$, °C	Диэлектрическая проницаем.	$T_{всп}$, °C
Этиленкарбонат (EC)		36,4	248	90	160
Пропиленкарбонат (PC)		-49	242	65	132
γ -бутиролактон (γ BL)		-43	204	39	97
Диметилкарбонат (DMC)		4,6	91	3,1	18
Диэтилкарбонат (DEC)		-74	126	2,8	31

Этилметилкарбонат (EMC)		-53	110	3,0	-
Этилацетат (EA)		-84	77	6,0	-3
Тetraгидрофуран (THF)		-109	66	7,4	-17

Апротонные растворители обычно менее полярны, чем вода, поэтому и растворимость, и степень диссоциации солей в них значительно ниже [70, 85]. Чтобы обеспечить достаточную растворимость, выбираются соли лития с очень крупными однозарядными анионами, у которых кристаллические фазы малоустойчивы из-за большого количества анион-анионных контактов (таблица 3) [70, 85]. По той же причине эти соли очень гигроскопичны, и полное обезвоживание электролитов – непростая задача [70, 85].

Таблица 3. Соли лития, используемые в растворах электролитов литий-ионных аккумуляторов

Название электролита	Химическая формула электролита
Перхлорат	$LiClO_4$
Тетрафтороборат	$LiBF_4$
Гексафторофосфат	$LiPF_6$
Гексафторарсенат	$LiAsF_6$
Трифторметилсульфонат (трифлат)	CF_3SO_3Li
Бисоксалатоборат	$LiB(C_2O_4)_2$ ($LiBOB$)

Готовые электролиты должны тщательно предохраняться от влаги [70]. Она не только реагирует с литием, но и гидролизует комплексные фториды, а образующийся HF реагирует с материалами положительного электрода и превращает карбонатный слой на отрицательном

электроде в изолирующий слой LiF [70]. Еще одна проблема, связанная с $LiPF_6$ – его низкая термическая устойчивость – он заметно разлагается уже при $70^\circ C$, а такая температура вполне может развиваться в аккумуляторе при большой силе разрядного тока [70]. Тем не менее, он остается наиболее употребительным соевым компонентом [70].

Как видно из таблицы 2, этиленкарбонат имеет самую высокую диэлектрическую проницаемость (выше, чем у воды!), что благоприятствует растворимости солей, а также высокую температуру вспышки, что уменьшает пожароопасность [70]. Но, с другой стороны, у него неприемлемо высокие температура плавления, поэтому сам по себе он использоваться не может, и его разбавляют другими эфирами [70].

В ЛИА с твердым электролитом используются мембраны на основе Nafion (Li-Nafion) Nafion (Li-Nafion) [74, 78, 82, 83, 88, 91], в том числе и в органических растворителях [92], а также керамические электроды [76], кремниевых нанокластеров [82], а также твердый раствор $Li(Ni_{0.33}Mn_{0.33}Co_{0.33})_2 - XFeXO_2$ [93]. Существуют также галогенидный твердый электролит [130]. Также в качестве твердого электролита используется соль $Li_{10}GeP_2S_{12}$ [80, 82].

1.5.3. Материалы электродов

1.5.3.1. Материалы положительного электрода

Современными катодными материалами являются литий-металл оксиды [20, 77, 79, 85, 94, 98, 102, 103, 105, 107, 109, 111, 114, 117, 120 – 125, 127, 128]. К ним относится главным образом литий кобальт диоксид $LiCoO_2$, представляющий собой твердофазное соединение [20, 79]. Этот оксид удовлетворяет всем техническим требованиям, но имеет высокую цену, а также токсичен [20]. Это побуждает заменить, хотя бы частично, кобальт на никель, а также на другие металлы [20, 74, 78, 108, 112], в том числе и на $LiCoVO_4$ [123], в частности на марганец [20]. Также используется модификация катодов ЛИА фуллеренами и фторид-ионами [127].

Поскольку аккумулятор собирается в разряженном состоянии, материал положительного электрода должен содержать литий, способный к обратимому извлечению.

Рассматривая общую картину химических соединений с упорядоченной структурой, предложенных в качестве активных веществ для положительного электрода ЛИА, можно выделить по крайней мере пять групп [20, 70, 78, 79, 90, 94, 98, 102, 108, 109, 112]:

- первая группа: литий кобальт диоксид, $LiCoO_2$ - основной материал, с использованием которого был коммерциализирован ЛИА;
- вторая группа: кобальт металл оксиды общей формулы $LiMe_xCo_{1-x}O_2$, в которых часть кобальта заменена на другой металл (допированные вторым металлом соединения), а также более сложные оксиды, состава $LiMe_x^1Me_y^2Co_{1-x-y}O_2$;
- третья группа: литий никель диоксид, $LiNiO_2$, применение которого в промышленных изделиях анонсировала фирма САФТ, и допированные другими металлами литий никель оксиды, в которых никель преобладает количественно;
- четвертая группа: разнообразные варианты оксидов, основанных на марганце. Их разнообразие видно при рассмотрении фазовой диаграммы системы Li-Mn-O;
- пятая группа: другие варианты литированных оксидов, в частности, литий-фосфат-железо [90, 108, 109].

В случае второй группы содержание кобальта преобладает над содержанием допирующих элементов (Me, Me^1, Me^2). В качестве Me, Me^1, Me^2 могут использоваться Ni, Fe, Mn, Mg, Al и другие металлы [20, 70, 78, 79, 90, 94, 98, 102, 108, 109, 112].

1.5.3.2. Материалы отрицательного электрода

В качестве анодного материала используется широкий круг углеродов, который можно разделить на две группы [20, 70, 74, 75, 78, 81, 84, 86, 87, 95, 97, 99 – 101, 103 – 106, 110, 111]:

- углероды с неупорядоченной структурой, так называемые жесткие углероды;
- углероды, обладающие упорядоченной структурой – графиты.

В литературе нет анализа предпочтений, которые оказывают те или иные фирмы выбору углерода с той или иной структурой [20, 70]. При некотором различии в форме зарядно-разрядной кривой и разнообразии исходного сырья, эти материалы дешевы [20, 70].

Известно, что многие металлы (в том числе кремний, свинец, цинк, висмут, алюминий) способны образовывать с литием сплавы, содержащие по крайней мере 3 атома лития на 1 атом основного металла. Преимущества сплавообразования при этом могут быть соединены с обратимостью карбонизированного «хозяина», если сплавообразующие атомы будут диспергированы по всему объему предграфитизированного углеродного «хозяина» [20, 70, 74, 75, 78, 81, 84, 86, 87, 95, 97, 99 – 101, 103 – 106, 110, 111]. Организованный углерод предоставит пути для ионов лития к сплавообразующим атомам, которые останутся доступными обратной интеркаляции лития. Вильсон и Дан [69] предложили ввести в углеродную матрицу атомы кремния [81, 92, 86, 87, 89, 99, 101]. Также в матрицу отрицательного электрода вводится титан [75, 105, 107, 110, 111], оксида титана [74, 78, 95, 100, 103], германия [74, 80, 97], никеля [98].

Помимо кремния в сплавах также используются следующие компоненты [20, 70, 81, 84, 86, 87, 99, 101, 104, 106]:

- оксиды олова SnO и SnO_2 ;
- рамделлиты ряда $Li_{1+x}Ti_{2-2x}O_4$;
- шпинели типа $Li_4Ti_5O_{12}$ и $LiFeTiO_4$ и сульфошпинели;
- литированные оксиды железа типа $Li_xFe_yO_z$;
- силикаты магнезия Mg_2Si .

Использование сплавов позволяет повысить емкость отрицательного электрода [20, 74, 75, 78, 81, 84, 86, 87, 95, 97, 99 – 101, 103 – 106, 110, 111].

1.5.4. Принцип работы литий-ионного аккумулятора

В основе работы ЛИА (или литий-полимерного аккумулятора) лежит принцип внедрения-извлечения ионов лития в обладающие определенной структурой матрицы (интеркаляция ионов) (рисунок 9) [20, 68]. Такие матрицы выступают в качестве «хозяина», предоставляющего свободные пространства своей структуры «гостю», которым является ион лития [20, 68]. При этом гость — ион лития, Li^+ , при осуществлении как заряда, так и разряда аккумулятора одновременно внедряется в одну из матриц и уходит из другой [20, 68]. Это послужило основой для первоначального названия работы подобных структур «кресло-

качалка» [20, 68]. Средой, через которую происходит перенос иона лития, является твердый или жидкий электролит.

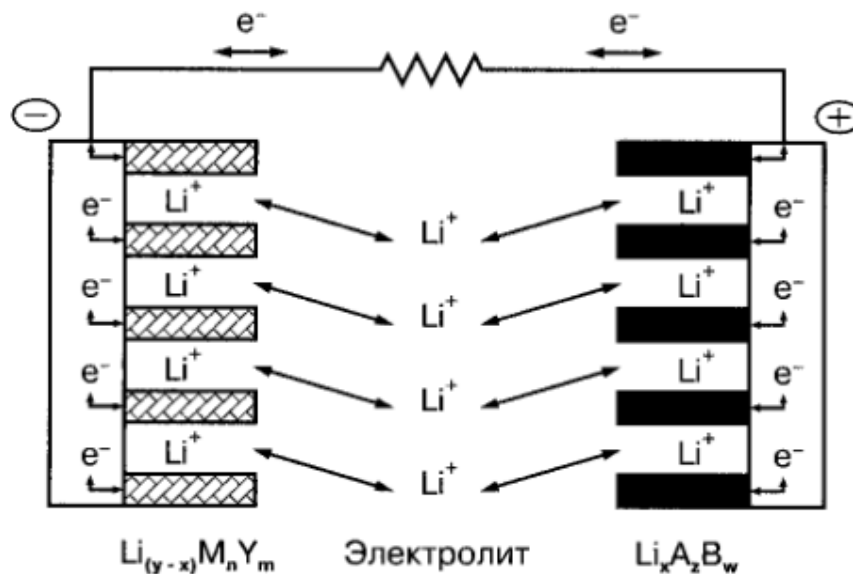
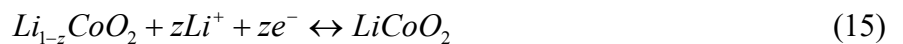
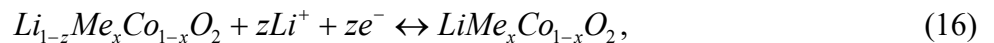


Рисунок 9 – Схема работы литий-ионного аккумулятора

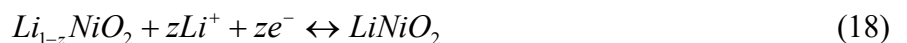
Из этой схемы видно, что процесс не ограничивается переносом только иона лития [20, 68]. Одновременно, в том же направлении происходит перенос электрона, так что убыль положительного заряда Li^+ на положительном электроде компенсируется уходом электрона, а прибыль положительного заряда Li^+ на отрицательном электроде — приходом электрона [20, 68]. Отсюда, основная токообразующая реакция на положительном электроде имеет вид [20, 68, 74, 75, 78, 81, 84, 86, 87, 95, 97, 99 – 101, 103 – 106, 110, 111]:



в случае положительных электродов первой группы;



в случае положительных электродов второй группы;



в случае положительных электродов третьей группы; случаи четвертой и пятой групп записываются аналогично (15) – (18), основываясь на вышеописанных процессах внедрения/извлечения ионов лития в положительную матрицу/из положительной матрицы (интер-

каляции/деинтеркаляции соответственно), иллюстрируемой рисунками 9, 10. Основная токообразующая реакция на отрицательном электроде имеет вид [20, 68]:

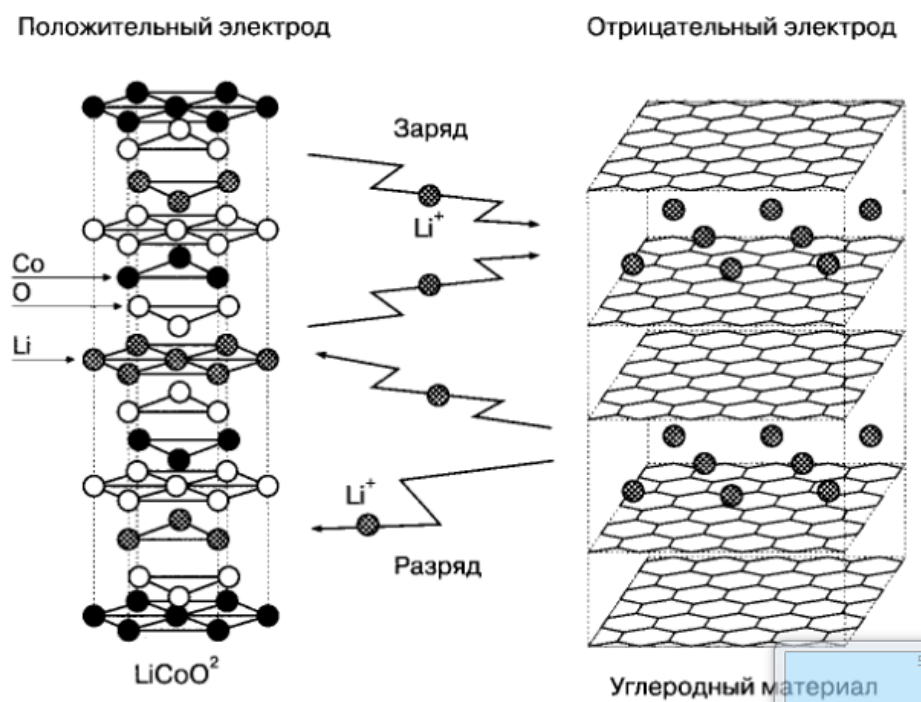


Рисунок 10 – Схема процессов интеркаляции/деинтеркаляции ионов лития

Структура матрицы отрицательного электрода, та или иная форма углерода способна размещать в своих пустотах весьма объемные частицы [20]. Такой частицей может явиться сольватированный ион лития [20]. В этом случае процесс интеркаляции сопровождается разрывом межуглеродных связей и разрушением структуры углерода-хозяина [20]. В связи с этим требуется предупредить коинтеркаляцию сольватов, создать условия, в которых ион лития перед интеркаляцией сбрасывает сольватную оболочку [20].

Углерод является полупроводником с высокой концентрацией носителей заряда, так что на его поверхности находится достаточно высокая концентрация электронов для того, чтобы могли совершаться процессы восстановления тех или иных компонент электролита [20]. Эту возможность используют для того, чтобы предупредить процесс интеркаляции сольватированного иона лития [20]. Состав электролита подбирают таким образом, чтобы при его восстановлении образовывались нерастворимые в электролите содержащие литий продукты, обладающие свойствами твердого электролита [20].

Эти продукты формируют на поверхности углеродной матрицы слой, обладающий преимущественно ионной и пренебрежимо малой электронной проводимостью. Образование такого слоя позволяет решить обе проблемы [20]: минимизировать процесс электролитического разложения электролита, ограничив его первым зарядом аккумулятора, и предупредить интеркаляцию сольватированных ионов.

Сформированный подобным образом в процессе первого заряда аккумулятор далее циклируется с той или иной глубиной разряда/заряда в соответствии с реакциями (15) – (18) [20]. Прямое направление этих реакций соответствует разряду, а обратное – заряду [20].

В случае, если отрицательный электрод содержит еще и сплавы, то в этом электроде образование тока происходит еще и за счет металлического лития в соответствии с уравнением реакции [20, 70]:



Прямое направление этой реакции соответствует разряду, а обратное – заряду [20, 70].

Первый заряд ЛИА в настоящей работе рассматриваться не будет.

Также ЛИА обменивается теплом с окружающей средой.

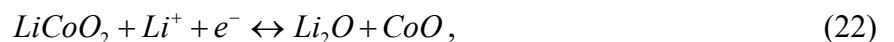
1.5.5. Побочные процессы в литий-ионном аккумуляторе

При перезарядке ЛИА выделяется металлический литий в соответствии с уравнением реакции:



Выделившийся при перезарядке (в соответствии с (21)) металлический литий реагирует с электролитом с выделением большого количества тепла, что может привести к воспламенению ЛИА [20].

При перезарядке ЛИА разрушается положительный электрод в соответствии с реакцией [35]:



сопровождающейся выделением большого количества тепла. Эта реакция (28) приводит к уменьшению емкости ЛИА. В случае других материалов положительный электрод разрушается аналогично (22). Таким образом, при перезарядке также идет нагревание ЛИА, которое может привести к пожару на борту ВС [20].

Также в ЛИА имеют процессы старения, в том числе и описанные выше [20, 35]. Помимо этих процессов имеет место [36]:

- механическое разрушение электродов ЛИА, обусловленное инттеркаляцией/деинтеркаляцией ионов лития в электроды;
- уменьшение количества электролита, обусловленное испарением электролита, перераспределением электролита в блоке электродов;
- разложение воды электролита;
- прорастание и механическое разрушение сепаратора, обусловлено скапливанием шлама на дне аккумулятора, образующегося в результате разрушения электродов;
- коррозия элементов конструкции;
- увеличение давления в корпусе аккумулятора, обусловленное выделением газов.

В настоящей работе описанные процессы старения рассматриваться не будут.

1.6. Расчетная схема литий-ионного аккумулятора

1.6.1. Физико-химические процессы в литий-ионном аккумуляторе

Итак, мы рассмотрели ФХП в ЛИА (основные и побочные). Основные процессы в ЛИА, реализующие непосредственно предназначение ЛИА, следующие:

- интеркаляция (при разряде)/деинтеркаляция (при заряде) ионов лития Li^+ в положительный электрод в соответствии с уравнениями (15) – (18);
- интеркаляция (при заряде)/деинтеркаляция (при разряде) ионов лития Li^+ в отрицательный электрод в соответствии с уравнениями (19), (20);
- перенос ионов лития Li^+ через электролит.

Вспомогательным ФХП в ЛИА является отдача теплоты в окружающую среду. Побочными ФХП в ЛИА, приводящими к аварии, являются:

- выделение металлического лития Li на отрицательном электроде при перезаряде согласно (21);
- химическое взаимодействия металлического лития Li с органическим электролитом;

— разрушение положительного электрода при переразряде аналогично (22).

1.6.2. Допущения при моделировании физико-химических процессов в литий-ионных аккумуляторах

Итак, как отмечалось выше, в настоящей работе мы не моделируем ФХП старения. Объектом моделирования являются лишь основные ФХП, побочные процессы и отдачу теплоты в окружающую среду. Также мы не моделируем первый заряд ЛИА (заряд ЛИА после сборки аккумулятора).

Как видно из рисунков 7, 8, ЛИА представляет собой несколько пар анодов и катодов, между которыми протекают идентичные ФХП. Эти процессы, протекающие между парами электродов ЛИА, считаем идентичными. Температуру ЛИА считаем одинаковой по всему объему аккумулятора.

Расстояние между электродами малое, а значит, распределение величин по толщине сепаратора можно не учитывать; более того, нас также интересуют суммарные токи с электродов. Поэтому, рассматриваемая модель будет разрабатываться в сосредоточенных параметрах (пространственные эффекты не учитываются). Для этого межэлектродная область разделяется на две подобласти, каждая из которых описывается сосредоточенными параметрами (аналогично ТПТЭ). Вдоль электродов распределение концентраций веществ, химических и электрохимических потенциалов считаем равномерным (аналогично ТПТЭ).

Электроды представляют собой напыление активной массы на основу. Поэтому, распределение ионов лития по всему объему электродов ЛИА после интеркаляции имеет время релаксации, существенно меньшее, чем основные и побочные процессы. Поэтому подразумевается, что концентрация ионов лития по всему объему электродов ЛИА одинакова.

Как отмечалось в 1.4.2, растворитель в ЛИА является дипольным. Отсюда, среда дипольного растворителя в электрическом поле, создаваемом ионами лития Li^+ , поляризуется. Однако процессы поляризации протекают быстрее всех описанных ФХП, поэтому в настоящей работе они предполагаются квазиравновесными.

Итак, математическая модель ЛИА разрабатывается с учетом следующих допущений:

- процессы старения в ЛИА не моделируются;
- первичный заряд ЛИА (заряд после сборки ЛИА) не моделируется;

- процессы, протекающие между различными парами анодов и катодов, считаем одинаковыми (т.е. имеющими одинаковые параметры и одинаковую их эволюцию во времени);
- температура ЛИА одинакова по всему объему;
- разрабатываемая модель является моделью в сосредоточенных параметрах (пространственные эффекты не учитываются); межэлектродная область разделяется на две подобласти, каждая из которых описывается сосредоточенными параметрами;
- концентрация ионов лития Li^+ по всему объему активных масс электродов одинакова;
- поляризация среды дипольного растворителя – квазиравновесный процесс.

Имея эти допущения, мы в дальнейшем в настоящей работе получаем ППМ систему уравнений ФХП в ЛИА и на основе этой системы уравнений решаем описанные в 1.1 выше задачи диагностики ЛИА.

1.7. Связь свойств новых химических источников электрической энергии с летной годностью воздушных судов

В соответствии с 35 статьёй «Воздушного кодекса Российской Федерации» от 19.03.1997 N 60-ФЗ лётная годность гражданского воздушного судна – это состояние гражданского воздушного судна, при котором оно соответствует типовой конструкции и способно обеспечивать их безопасную эксплуатацию.

Планируемые условия эксплуатации воздушного судна определяют область расчетных условий, которые определяются нормами лётной годности, а также эксплуатационными ограничениями и рекомендуемыми режимами полета, установленными для данного типа самолета во время его сертификации.

Нормы лётной годности (НЛГ) для функционального и вспомогательного оборудования ВС, в том числе и систем электроснабжения, – это свод требований, выполнение которых обеспечивает заданный уровень безопасности полетов, которые формируются на основе изучения особенностей из функционирования в условиях воздействия внешних воздействующих факторов, соответствующих условиям эксплуатации воздушного судна.

Разработка и внедрение новых видов химических источников электроэнергии (литий-ионных аккумуляторных батарей, водородных электрохимических генераторов, проточных батарей и др.), обладающих высокими удельными энергетическими свойствами, характеризуются более нестабильными физико-химическими процессами, являющимися причиной существенного снижения уровня безопасности полётов, что напрямую влияет на лётную годность ВС. В связи с этим для обеспечения требуемого уровня безопасности, а именно для предупреждения возникновения аварийных и катастрофических ситуаций, необходимо постоянно контролировать состояние химических источников электрической энергии.

Однако, несмотря на получение новых свойств в перспективных химических источниках электроэнергии, их поведение на всех режимах работы бортового оборудования и во всем диапазоне климатических и технических воздействий неизвестно. Это может стать причиной возникновения аварийных и катастрофических ситуаций на борту ВС и, как следствие, снижения безопасности полётов. Таким образом невозможно будет обеспечить сохранение лётной годности данного ВС.

Для гарантированного предотвращения аварийных ситуаций в перспективных ХИЭЭ необходимо изучать их физико-химические свойства, а также разрабатывать новые методы получения достоверных математических моделей этих источников для их использования в задачах диагностирования и прогнозирования состояния ХИЭЭ.

1.8. Выбор объекта и постановка задач исследования

Анализ влияния состояния новых химических источников электроэнергии на обеспечение лётной годности ВС, обзор методов диагностирования, прогнозирования и моделирования химических источников электроэнергии, а также обзор физико-химических процессов в химических источниках электрической энергии, обоснование допущений при моделировании этих процессов, позволяют определить объект исследования, а также задачи, которые необходимо решить для достижения цели диссертации.

Цель работы: поддержание лётной годности воздушных судов в процессе их эксплуатации путем своевременного выявления предотказных состояний новых бортовых химических источников электроэнергии на основе непрерывного контроля и прогнозирования их технического состояния.

Объект исследования: процессы поддержания летной годности воздушных судов путем своевременного выявления предотказных состояний новых бортовых химических источников электроэнергии.

Задачи работы:

- Анализ влияния состояния новых химических источников электроэнергии на обеспечения летной годности ВС.
- Обзор методов диагностирования, прогнозирования и моделирования химических источников электроэнергии.
- Обзор физико-химических процессов в химических источниках электрической энергии, обоснование допущений при моделировании этих процессов.
- Разработка потенциально-потокowego метода синтеза уравнений динамики физико-химических процессов, основанного на современной неравновесной термодинамике.
- Адаптация уравнений динамики физико-химических процессов в ХИЭЭ, полученных потенциально-потокowym методом, для решения задач поддержания летной годности ВС.
- Формирование математической модели динамики физико-химических процессов в литий-ионных аккумуляторах.
- Апробация применения научных основ оценивания работоспособности химических источников электрической энергии на примере литий-ионных аккумуляторных батарей для сохранения летной годности воздушных судов.

ГЛАВА 2. КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРЕМА СОВРЕМЕННОЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ И ПОТЕНЦИАЛЬНО-ПОТОКОВЫЙ МЕТОД

Современная термодинамика является макроскопическим подходом описания реальных ФХП, не основывающимся на молекулярно-кинетических моделях [184 – 190, 224, 225, 288, 289, 296 – 299]. Эта область имеет аксиоматическую основу и базируется на известных началах термодинамики, а в случае неравновесных процессов еще и на кинетической теореме неравновесной термодинамики [186]. Математический аппарат современной термодинамики основывается на известных из эксперимента свойствах веществ и процессов (СВП) [184 – 189, 224, 225, 289, 297 – 299].

2.1. Структура реальных физико-химических систем

Вещества или их смеси в произвольной физико-химической системы (ФХС) могут находиться в одном из агрегатных состояний: твердом, жидком, газообразном, т.е. представляют собой пространственно разделенные фазы, ограниченные поверхностью раздела [224, 285, 300]. Межфазные границы могут представлять собой естественные границы раздела фаз [285, 297], мембранные перегородки [279, 297], а также сплошные перегородки, пропускающие только энергию, но не пропускающие вещество [285, 297].

При смешивании двух и более веществ образуется их смесь, в которой могут протекать химические превращения и образовываться новые вещества [224, 285, 300]. Такие смеси, называемые дисперсными системами, могут быть неоднородными (гетерогенными), и однородными (гомогенными), называемые растворами (см. таблица 4) [224, 285, 300].

Таблица 4 – Виды растворов по агрегатному состоянию

Агрегатное состояние раствора	Виды растворов
Твердое	<u>Раствор замещения</u> : атомы растворенного вещества заменяют в кристаллической структуре атом растворителя

	<u>Раствор внедрения</u> : атомы растворенного вещества располагаются в междоузлиях кристаллической решетки растворителя
Жидкое	Атомы растворенного вещества в сольватных оболочках (первичных и вторичных)
Газообразное	Смесь газов

Гетерогенные дисперсные системы состоят из двух и более фаз (см. таблица 5) [224, 285, 300]. Одна из этих фаз является сплошной и называется дисперсионной средой [224, 285, 300]. Остальные фазы, называемые дисперсными фазами, размеры которых больше размеров молекул, раздроблены и распределены в дисперсионной среде [224, 285, 300].

Таблица 5. Виды гетерогенных дисперсных систем

Дисперсионная среда	Дисперсные фазы	Примеры гетерогенных дисперсных систем
Твердая	Твердые	<u>Твердые гетерогенные дисперсные системы</u> : минералы, сплавы, композиционные материалы, бетон
	Жидкие	<u>Капиллярные системы</u> : жидкость в пористых телах, адсорбенты в растворах, почвы, грунты
	Газообразные	<u>Пористые тела</u> : адсорбенты и катализаторы в газах
Жидкая	Твердые	<u>Суспензии и золи</u> : промышленные суспензии, пульпы, пасты, илы
	Жидкие	<u>Эмульсии</u> : природная нефть, молоко, млечные соки растений, кремы
	Газообразные	<u>Газовые эмульсии и пены</u> : флотационные, противопожарные, мыльные пены
Газообразная	Твердые	<u>Аэрозоли</u> : пыли, дымы, порошки
	Жидкие	<u>Аэрозоли</u> : туманы, в том числе промышленные, облака
	Газообразные	Гетерогенные системы отсутствуют

ФХП в реальных ФХС подразделяются на гомогенные процессы (протекающие внутри одной фазы) и гетерогенные процессы (протекающие на границе раздела фаз) [285]. Отдельно следует рассматривать теплообмен излучением [283], в том числе и инерционные эффекты [184], связанные с этим теплообменом (рисунок 11 [224, 300]).

Внутри фазы отдельные вещества могут иметь разные температуры (в общем случае неравновесные [165, 184 – 186, 224, 300], если имеет место нарушение максвелловских распределений [165]) [184 – 186, 188, 224, 280, 300]. В таком случае имеет место теплообмен между веществами с разными температурами внутри фазы [184 – 186, 188, 224, 280, 300]. Например, в смеси газов, молекулярные массы которых существенно различаются [280]. Также могут и температуры степеней свободы молекул газов различаться (в случае двух- или трехатомных газов) [280]. Здесь необходимо под температурой степени свободы молекул понимать не температуру степени свободы одной молекулы, а температуру степени свободы системы молекул [184 – 186, 298]. Например, температуру поступательного движения системы молекул, температуру вращательного движения системы молекул, температуру колебательного движения системы молекул [184 – 186, 298]. В этом случае имеет место и теплообмен между разными степенями свободы молекул (системы молекул) [184 – 186, 188, 224, 280, 300].

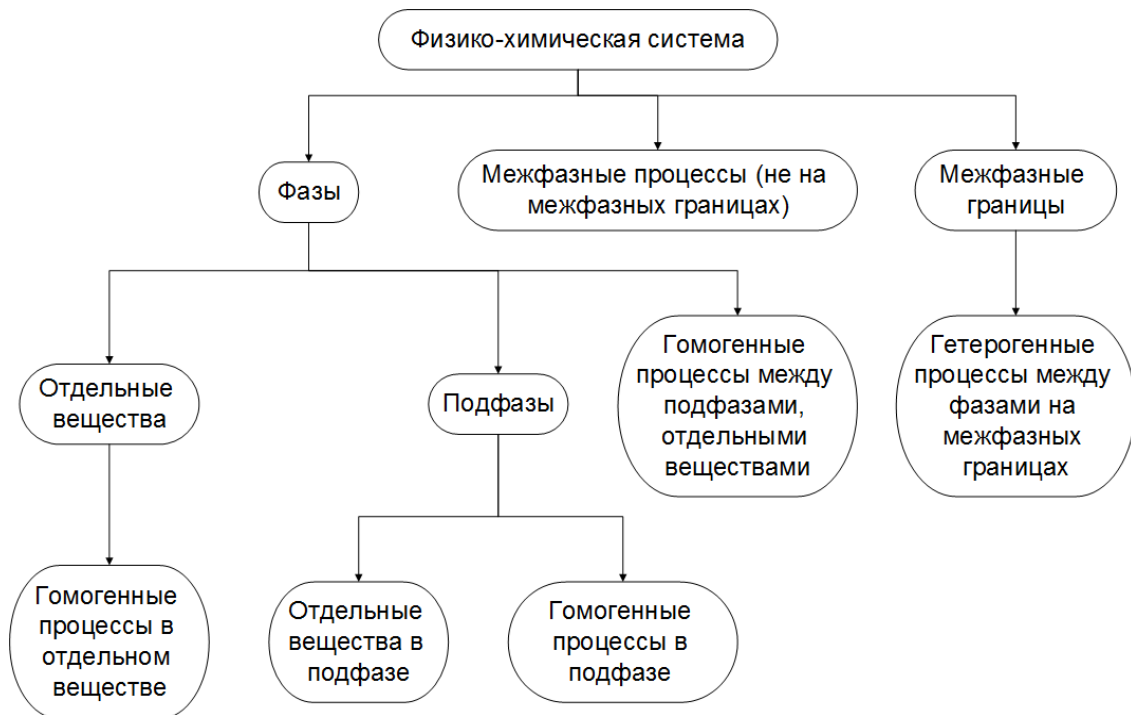


Рисунок 11 – Структура реальных физико-химических систем

Таким образом, внутри одной фазы целесообразно выделить отдельные подфазы, в которые входят вещества с одинаковыми температурами, и отдельные вещества, температуры различных степеней свободы молекул которых различаются [224, 300]. Отсюда, в общем случае произвольная ФХС имеет структуру, показанную на рисунке 11 [224, 300].

Далее любая подфаза, имеющая свою температуру, а также степени свободы молекул любых веществ, имеющие свою температуру, будут называться энергетическими степенями свободы (ЭСС) [224, 300].

2.2. Аксиоматика современной термодинамики. Кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики

Современная неравновесная термодинамика, не основывающаяся на гипотезе локального термодинамического равновесия (рациональная термодинамика) – обобщение классической неравновесной термодинамики (основывающейся на гипотезе локального термодинамического равновесия) [184, 185, 296]. Более того, неравновесная термодинамика (классическая, рациональная) – обобщение классической (равновесной) термодинамики [184, 185, 188 – 190, 225, 289]. Поэтому далее будет использована рациональная неравновесная термодинамика.

2.2.1. Термодинамические системы и их классификация

Термодинамической системой является область пространства, содержащая ФХС (в общем случае взаимодействующую с окружением), отделенная от окружающей среды реальными (в частности, естественными границами раздела фаз [224, 285, 289, 300], пористыми перегородками [224, 279, 289, 300], сплошными перегородками [224, 285, 289, 297, 300]) или воображаемыми границами [224, 285, 289, 297, 300]. Если границы термодинамической системы не пропускают ни вещество, ни энергию (изолирующие перегородки – предельный частный случай сплошных перегородок [224, 285, 289, 300]), то такая система называется

изолированной [224, 285, 289, 297, 300]. Если границы термодинамической системы не пропускают вещество, но пропускают энергию, то такая система называется закрытой [285, 289]. В остальных случаях, если границы термодинамической системы пропускают как энергию, так и вещество, то такая система называется открытой [285, 289]. Изолированные, замкнутые и открытые системы обладают свойствами, которые будут изложены далее.

2.2.2. Формы передачи и преобразования энергии

В результате протекания различных ФХП энергия передается: [185, 289]:

- посредством упорядоченного движения (совершение работы);
- посредством хаотического движения микрочастиц (передача теплоты).

В случае диффузии в открытую систему вещества имеет одновременно как совершение над системой работы по переносу вещества (в результате диффузии вещества извне), так и сообщения системе теплоты (перенос энергии хаотического движения микрочастиц) [225]. Аналогичная ситуация имеет место и в случае совершения расширения или сжатия – в этом случае совершаются одновременно как работа расширения или сжатия соответственно, так и сообщение теплоты (выделяющейся в результате трения) [289].

Работа в идеальных преобразователях может полностью преобразовываться из одного вида в другой [185, 289]. Точно также работа может полностью преобразовываться в теплоту [289]. На преобразование теплоты в работу даже в идеальных преобразователях накладываются вторым началом термодинамики ограничения [185, 288, 289]: теплота в замкнутом цикле полностью не может преобразоваться в работу, часть ее отдается холодильнику.

2.2.3. Характеристика состояния термодинамической системы

Состояние любой ФХС с позиций макроскопического подхода характеризуется ее параметрами состояния (ПС) – динамическими величинами, однозначно характеризующими состояние этой системы в любой момент времени независимо от ее предыстории [185, 186, 189, 224, 225, 289, 297]. Если рассматриваемая система обладает «эффектом памяти» [184,

186, 224, 296], то для таких систем вводятся дополнительные ПС, характеризующие ее «накопленный опыт» [184, 186, 224, 296]. Например, «эффект памяти» никель-кадмиевого аккумулятора [301] обуславливается выделением в отрицательном электроде интерметаллидного соединения Ni_5Cd_{21} , изменяющем электрохимические свойства этого электрода [301]; ПС «накопленного опыта» аккумулятора – число молей Ni_5Cd_{21} [186, 301].

ПС любой термодинамической системы взаимосвязаны [185, 186, 188, 189, 224, 225, 289]. Для произвольной ФХС ее независимые ПС можно ввести таким образом, что протекание в этой системе каждого процесса конкретной физической природы вызывает изменение только одного ее ПС, сопряженного этому ФХП [185, 186, 224, 289]. Такие ПС называются координатами состояния (КС) [185, 186, 224, 289]. К КС относятся внутренние энергии $U_i, i = 1, m_U$, где m_U - количество этих внутренних энергий каждой ЭСС [185, 186, 224, 289]. Изменение остальных КС $z_k, k = 1, m_z$, где m_z - количество этих прочих КС, любой ФХС сопряжено с совершением соответствующей работы [185, 186, 224, 289].

2.2.4. Координаты процессов

Для характеристики протекания ФХП вводятся координаты процессов (КП) – динамические величины, изменение каждой из которых связано с протеканием соответствующего ФХП и только этого процесса [185, 186, 224]. В число КП входят как переданные между ЭСС теплоты $Q_{i,j}^{(nep)}, j = i+1, m_U, i = 1, m_U - 1$, так и остальные координаты процессов $\Delta z_r, r = 1, m_{\Delta z}$, где $m_{\Delta z}$ - число этих ФХП в системе, изменение которых связано с совершением соответствующей работы [185, 186, 224].

2.2.5. Нулевое начало термодинамики

Перейдем теперь к формулировкам начал современной термодинамики с позиций рациональной термодинамики. Нулевое начало термодинамики формулируется следующим образом [185, 186, 224, 289, 297]:

Любая ФХС, находящаяся при фиксированных внешних условиях (например, изолированная система, изобарно-изотермическая система, изохорно-изотермическая система, и т.д.), т.е. замкнутая ФХС, с течением времени самопроизвольно эволюционирует в состояние термодинамического равновесия, которое характеризуется постоянством во времени состояния этой системы (т.е. постоянством во времени ее ПС) и отсутствием потоков в ней и из которого эта система не может выйти самопроизвольно (т.е. при отсутствии внешних воздействий на нее).

Нулевое начало термодинамики дает возможность также классифицировать термодинамические системы как замкнутые (системы, находящиеся при фиксированных внешних условиях [297]) и незамкнутые [186, 224]. Замкнутые же системы гарантированно приходят в состояние термодинамического равновесия (нулевое начало термодинамики) [185, 186, 224, 289, 297]. В незамкнутых системах могут (при определенных внешних условиях) образовываться диссипативные структуры [186, 224, 190].

2.2.6. Первое начало термодинамики. Законы сохранения. Потенциалы взаимодействия

Законы сохранения, в том числе и закон сохранения энергии (первое начало термодинамики), накладывающие рамки, в которых протекают ФХП, формулируются в виде [184 – 186, 188, 189, 224, 225, 288, 289, 297]:

Приращения КС (кроме внутренних энергий ЭСС) произвольной ФХС, ее КП и внешние потоки этих КС связаны алгебраическими уравнениями:

$$dz_k = \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \alpha_{k,r} \delta \Delta z_r + d^{(e)} z_k + \left(d^{(e)} z_k \right)_{cl}, \quad k = 1, m_z, \quad (23)$$

вытекающими из этих законов сохранения, где $\alpha_{k,r}$, $r = 1, m_{\Delta z}$, $k = 1, m_z$ - коэффициенты баланса рассматриваемой системы, $d^{(e)} z_k$, $k = 1, m_z$ - внешние потоки, $\left(d^{(e)} z_k \right)_{cl}$, $k = 1, m_z$ - случайные составляющие этих внешних потоков.

Первое начало термодинамики (закон сохранения энергии), накладывающая связь на приращение внутренней энергии ЭСС и энергии, сообщенные этой ЭСС, путем совершения работы и сообщения теплоты, формулируется в виде [184 – 186, 188, 189, 224, 225, 288, 289, 297]:

Приращение каждой внутренней энергии U_i , $i = 1, m_U$ (каждой ЭСС) в соответствие с первым началом термодинамики:

$$dU_i = \delta Q_i - \sum_{k=1}^{m_z} Z_{i,k} dz_k, \quad i = 1, m_U, \quad (24)$$

где δQ_i , $i = 1, m_U$ - соответствующие количества теплот, полученные i -ми ЭСС; $Z_{i,k}$, $k = 1, m_z$, $i = 1, m_U$ - потенциалы взаимодействия (ПВЗ) каждой i -й ЭСС по каждой k -й КС.

Таким образом, как следует из только что приведенной формулировки первого начала термодинамики ПВЗ являются для соответствующей ЭСС мерой совершения работы путем изменения соответствующей КС [184 – 186, 189, 224, 289, 297].

2.2.7. Второе начало термодинамики

Второе начало термодинамики указывает направление протекания ФХП в рамках, задаваемых первым началом термодинамики и законами сохранения [184 – 186, 188, 189, 224, 225, 288, 289, 297]. Это начало имеет две части [184 – 186, 224, 289, 297]: принцип существования энтропии и принцип возрастания энтропии. Принцип существования энтропии формулируется в виде [184 – 186, 224, 289, 297]:

Для любой термодинамической системы определена функция состояния S , называемая энтропией, приращение которой определяется согласно:

$$dS = \sum_{i=1}^{m_U} \frac{\delta Q_i}{T_i}. \quad (25)$$

Следует отметить, что теплоты в (25) входят с учетом некомпенсированной теплоты [185, 186, 189, 224, 289], поэтому, знак равенства справедлив как для обратимых, так и для необратимых процессов [185, 186, 189, 224, 289]. Знак больше в случае необратимых процес-

сов ставится, если в теплоты в (25) не входят некомпенсированные теплоты [185, 186, 189, 224, 289].

Из (25) также видно, что энтропия является функцией состояния, а значит для приращения энтропии справедливо условие полного дифференциала [185, 186, 189, 224, 289, 297]. Температуры, входящие в (25) в общем случае являются неравновесными, введенными для ФХС, в которых наблюдается отклонение от максвелловского распределения [184 – 186].

Принцип возрастания энтропии формулируется в виде [184 – 186, 224, 289, 297]:

Составляющая приращения энтропии $d^{(i)}S$, обусловленная ФХП внутри системы, монотонно возрастает в результате протекания этих процессов:

$$d^{(i)}S \geq 0, \quad (26)$$

причем знак равенства относится к термодинамическому равновесию или к таким состояниям ФХС, в которых необратимая составляющая ФХП равна нулю.

Из приведенных начал термодинамики следует [184 – 186, 224, 288, 289, 297]: невозможность полного преобразования теплоты в работу, передача теплоты с низкой температуры на высокую, необратимые потери энергии, которая могла бы быть превращена в работу.

2.2.8. Составляющие сообщенных энергетическим степеням свободы теплот и приращения энтропии

Для определения составляющей приращения энтропии $d^{(i)}S$ разложим элементарные теплоты δQ_i , $i = 1, m_U$ на составляющие $\delta^{(i)}Q_i$, $i = 1, m_U$, обусловленные ФХП внутри ФХС (сюда же входит и составляющая некомпенсированной теплоты), и составляющие внешних потоков теплоты $\delta^{(e)}Q_i$, $i = 1, m_U$, случайные $\delta_{cl}^{(e)}Q_i$, $i = 1, m_U$ [185, 186, 189, 190, 224, 225]:

$$\delta Q_i = \delta^{(i)}Q_i + \delta^{(e)}Q_i + \delta_{cl}^{(e)}Q_i, \quad i = 1, m_U. \quad (27)$$

Отсюда, в силу первой части второго начала термодинамики (25) составляющие приращения энтропии $d^{(i)}S$, обусловленная ФХП внутри системы, и $d^{(e)}S$ и $d_{cl}^{(e)}S$, обусловленные внеш-

ними потоками теплоты $\delta^{(e)}Q_i$, $i = 1, m_U$ и их случайными составляющими $\delta_{сл}^{(e)}Q_i$, $i = 1, m_U$, определяются согласно [185, 186, 189, 190, 224, 225]:

$$d^{(i)}S = \sum_{i=1}^{m_U} \frac{\delta^{(i)}Q_i}{T_i}, \quad d^{(e)}S = \sum_{i=1}^{m_U} \frac{\delta^{(e)}Q_i}{T_i}, \quad d_{сл}^{(e)}S = \sum_{i=1}^{m_U} \frac{\delta_{сл}^{(e)}Q_i}{T_i}. \quad (28)$$

Согласно (25), (27), (28) имеем [185, 186, 189, 190, 224, 225]:

$$dS = d^{(i)}S + d^{(e)}S + d_{сл}^{(e)}S. \quad (29)$$

В соответствие со второй частью второго начала термодинамики (26) составляющая $d^{(i)}S$ монотонно возрастает с протеканием ФХП внутри ФХС.

2.2.9. Внутренняя энергия физико-химической системы

Помимо внутренних энергий U_i , $i = 1, m_U$ отдельных ЭСС внутренняя энергия системы U включает в себя составляющие межмолекулярного взаимодействия отдельных подфаз, веществ (температуры (в общем случае неравновесные) степеней свободы молекул которых различаются) Φ_i , $i = m_U + 1, m'_U$ [185, 186, 224, 298]:

$$U = \sum_{i=1}^{m_U} U_i + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} \Phi_i. \quad (30)$$

Внутренние энергии взаимодействия Φ_i , $i = m_U + 1, m'_U$ изменяются только в результате совершения работы, т.е. изменения координат состояния z_k , $k = 1, m_z$. Отсюда, введя ПВЗ $Z_{i,k}^\circ$, $k = 1, m_z$, $i = m_U + 1, m'_U$ [185, 186, 224], имеем [185, 186, 224]:

$$d\Phi_i = - \sum_{k=1}^{m_z} Z_{i,k}^\circ dz_k, \quad i = m_U + 1, m'_U. \quad (31)$$

Согласно (30) и (31) имеем [186, 224]:

$$dU = \sum_{i=1}^{m_U} dU_i - \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} \sum_{k=1}^{m_z} Z_{i,k}^\circ dz_k;$$

отсюда согласно первому началу термодинамики (24) имеем для внутренней энергии всей системы [185, 186, 224]:

$$dU = \sum_{i=1}^{m_U} \delta Q_i - \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) dz_k. \quad (32)$$

Уравнение (32) – форма записи первого начала термодинамики для всей ФХС.

Если для рассматриваемой ФХС отсутствует возможность совершения работы над внешним окружением, т.е. $d^{(e)}z_k = 0$, $k = 1, m_z$ и соответственно $(d^{(e)}z_k)_{cn} = 0$, $k = 1, m_z$, а также отсутствует возможность теплообмена с внешним окружением, т.е. $\delta^{(e)}Q_i = 0$, $i = 1, m_U$ и соответственно $\delta_{cl}^{(e)}Q_i = 0$, $i = 1, m_U$, то в силу первого начала термодинамики для всей системы (32) и законов сохранения (23), а также в силу (27) имеем [185, 186, 224, 289]:

$$dU = \sum_{i=1}^{m_U} \delta^{(i)}Q_i - \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \alpha_{k,r} \delta \Delta z_r = 0$$

в силу закона сохранения энергии (первого начала термодинамики) [184 – 186, 188, 189, 224, 225, 288, 289, 297]; отсюда имеем [185, 186, 224, 289]:

$$\sum_{i=1}^{m_U} \delta^{(i)}Q_i = \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) \alpha_{k,r} \delta \Delta z_r. \quad (33)$$

Полученное выражение (33) справедливо как для изолированных систем, так и для неизолированных систем [185, 186, 224, 289]. Отсюда видно, что работа, совершаемая в результате протекания ФП и ФХП внутри системы, в силу первого начала [185, 186, 224, 289]. В силу (23), (33) уравнение (32) примет вид [185, 186, 224]:

$$dU = \sum_{i=1}^{m_U} (\delta^{(e)}Q_i + \delta_{\bar{n}\bar{e}}^{(e)}Q_i) - \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) (d^{(e)}z_k + (d^{(e)}z_k)_{\bar{n}\bar{e}}).$$

Полученным уравнением, как и уравнением (32) удобно пользоваться для инженерных расчетов.

2.2.10. Некомпенсированные и перенесенные теплоты

Из (33) видно, что суммарная теплота $\sum_{i=1}^{m_U} \delta^{(i)}Q_i$, полученная ЭСС, – сумма выделившихся в каждом r -м процессе некомпенсированных теплот $\delta^{(нек)}Q_r$, $r = 1, m_{\Delta z}$ [185, 186, 224, 289]:

$$\delta^{(нек)}Q_r = \left(\sum_{k=1}^{m_s} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) \alpha_{k,r} \right) \delta \Delta z_r, \quad r=1, m_{\Delta z}, \quad (34)$$

в которые, как и видно из (34), переходит суммарная работа, совершенная внутри ФХС в результате протекания в ней соответствующих r -х процессов; отсюда в силу (33) имеем:

$$\sum_{i=1}^{m_U} \delta^{(i)}Q_i = \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \delta^{(нек)}Q_r. \quad (35)$$

Выделившиеся в результате протекания r -х процессов в ФХС некомпенсированные теплоты $\delta^{(нек)}Q_r, r=1, m_{\Delta z}$ сообщаются i -м ЭСС в долях $\beta_{i,r}$, удовлетворяющим условиям [186]:

$$\sum_{i=1}^{m_U} \beta_{i,r} = 1, \quad \beta_{i,r} > 0, \quad i=1, m_U, \quad r=1, m_{\Delta z}. \quad (36)$$

Отсюда, полученное каждой i -й ЭСС количество некомпенсированной теплоты $\delta Q_i^{(нек)}$, $i=1, m_U$ определяется согласно [186, 224]:

$$\delta Q_i^{(нек)} = \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \beta_{i,r} \delta^{(нек)}Q_r, \quad i=1, m_U. \quad (37)$$

Как видно из (35) – (37), составляющие $\delta^{(i)}Q_i - \delta Q_i^{(нек)}$, $i=1, m_U$ являются алгебраическими суммами соответствующих перенесенных теплот между ЭСС [157, 163]. Отсюда в силу (37) имеем окончательно [186, 224]:

$$\delta^{(i)}Q_i = -\sum_{j=1}^{i-1} \delta Q_{j,i}^{(nep)} + \sum_{j=i+1}^{m_U} \delta Q_{i,j}^{(nep)} + \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \beta_{i,r} \delta^{(нек)}Q_r, \quad i=1, m_U. \quad (38)$$

Согласно (27) и (38) имеем [186, 224]:

$$\delta Q_i = -\sum_{j=1}^{i-1} \delta Q_{j,i}^{(nep)} + \sum_{j=i+1}^{m_U} \delta Q_{i,j}^{(nep)} + \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \beta_{i,r} \delta^{(нек)}Q_r + \delta^{(e)}Q_i + \delta_{сл}^{(e)}Q_i, \quad i=1, m_U. \quad (39)$$

Полученное уравнение (39) наряду с (34) позволяет определить полученные ЭСС теплоты.

Согласно (28) и (38) имеем [186, 224]:

$$d^{(i)}S = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_j} \right) \delta Q_{i,j}^{(nep)} + \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \left(\sum_{i=1}^{m_U} \frac{\beta_{i,r}}{T_i} \right) \delta^{(нек)}Q_r. \quad (40)$$

Из второй части второго начала термодинамики (26) и (34), (40) видно, что в любой ФХС либо перенесенные теплоты необратимо переходят от более высокой температуры к более низкой, либо работа необратимо переходит в теплоту [185, 186, 224, 225, 289].

2.2.11. Инергия и термодинамические силы

Второе начало термодинамики позволяет для любой ФХС ввести функцию свободной энергии (инергии), приращение которой, взятое с противоположным знаком, равно максимальной работе, извлекаемой из этой системы [185, 186, 224, 289]. Эта величина F вводится согласно [185, 186, 224, 289]:

$$F = U - T^* S, \quad (41)$$

где T^* - некоторая заданная температура, например, температура окружающей среды; отсюда, приращение свободной энергии в силу (25), (32) [186, 224]:

$$dF = \sum_{i=1}^{m_U} \left(1 - \frac{T^*}{T_i}\right) \delta Q_i - \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) dz_k. \quad (42)$$

Первые слагаемые в (42) представляют собой работу машин Карно между температурой T^* и температурами T_i , $i = 1, m_U$, а вторые слагаемые – работы, совершаемые по соответствующим координатам состояния z_k , $k = 1, m_z$ [185, 186, 224, 289]. Таким образом, инергия F определяет максимальную работу, которую можно извлечь из рассматриваемой ФХС [185, 186, 224, 289].

Согласно (23), (34), (36), (39), (42) имеем [185, 186, 224, 289]:

$$\begin{aligned} dF = & - \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \left(\frac{T^*}{T_i} - \frac{T^*}{T_j} \right) \delta Q_{i,j}^{(nep)} - \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \left(\sum_{i=1}^{m_U} \beta_{i,r} \frac{T^*}{T_i} \right) \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) \alpha_{k,r} \delta \Delta z_r + \\ & + \sum_{i=1}^{m_U} \left(1 - \frac{T^*}{T_i}\right) \left(\delta^{(e)} Q_i + \delta_{cl}^{(e)} Q_i \right) - \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) \left(d^{(e)} z_k + \left(d^{(e)} z_k \right)_{cl} \right) \end{aligned} \quad (43)$$

Как нетрудно видеть из (28), (29), (41), а также второй части второго начала термодинамики (26), в случае изолированной системы (т.е. $d^{(e)} z_k = 0$, $\left(d^{(e)} z_k \right)_{cl} = 0$, $k = 1, m_z$ и $\delta^{(e)} Q_i = 0$, $\delta_{cl}^{(e)} Q_i = 0$, $i = 1, m_U$) инергия монотонно убывает и, как следствие, в состоянии равновесия принимает минимум [184 – 186, 188, 189, 225, 299]. Согласно (43) приращение инергии в случае изолированной системы [184 – 186, 188, 189, 225, 299]:

$$dF = - \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \left(\frac{T^*}{T_i} - \frac{T^*}{T_j} \right) \delta Q_{i,j}^{(nep)} - \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \left(\left(\sum_{i=1}^{m_U} \beta_{i,r} \frac{T^*}{T_i} \right) \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) \alpha_{k,r} \right) \delta \Delta z_r; \quad (44)$$

Отсюда условие равновесия (минимума инергии) [184 – 186, 188, 189, 225, 299]:

$$\frac{T^*}{T_i} - \frac{T^*}{T_j} = 0, \quad j = i + 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1,$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m_U} \beta_{i,r} \frac{T^*}{T_i} \right) \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) \alpha_{k,r} = 0, \quad r = 1, m_{\Delta z};$$

отсюда вытекает целесообразность введения термодинамических сил (ТС) – причин и необходимых условий протекания ФХП [184 – 186, 188, 189, 225, 299]:

$$\Delta X_{Q_i,j} = \frac{T^*}{T_i} - \frac{T^*}{T_j}, \quad j = i + 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1, \quad (45)$$

$$\Delta X_{z,r} = \left(\sum_{i=1}^{m_U} \beta_{i,r} \frac{T^*}{T_i} \right) \sum_{k=1}^{m_z} \left(\sum_{i=1}^{m_U} Z_{i,k} + \sum_{i=m_U+1}^{m'_U} Z_{i,k}^\circ \right) \alpha_{k,r}, \quad r = 1, m_{\Delta z}. \quad (46)$$

Выражения для ТС (45) и (46) дают возможность судить о равновесии ФХС или его отсутствии.

2.2.12. Третье начало термодинамики

Первое и второе начала термодинамики дают возможность определить приращение энтропии, инергии; однако не дают никаких сведений о начале отсчета энтропии. Третье начало термодинамики дает «начало отсчета» энтропии [184 – 186]:

При стремлении внутренней энергии системы к возможному минимуму (который определяется квантовой механикой) энтропия стремится к нулю.

Именно это нулевое значение энтропии и дает «начало отсчета» энтропии [184 – 186, 189, 288, 289, 297, 298]. В рамках классической термодинамики формулировка третьего начала термодинамики примет вид [184 – 186, 189, 288, 289, 297]:

При стремлении абсолютной температуры системы к нулю энтропия стремится к нулю.

Третье начало термодинамики накладывает ограничения на протекание физико-химических процессов в области низких температур. В частности, все химические реакции в области низких температур протекают только с выделением теплоты [189].

2.2.13. Кинетическая теорема неравновесной термодинамики

Первое начало термодинамики и законы сохранения устанавливают рамки, в которых протекают ФХП, второе начало термодинамики указывает направление, в котором протекают эти ФХП в этих рамках, а третье начало термодинамики определяет начало отсчета для энтропии (и соответственно инергии), задающей это направление. Однако эти начала не отвечают на вопрос, а как эти ФХП протекают в этом направлении в этих рамках. Для ответа на эти вопросы в работах [186, 226] был проведен обзор общих особенностей протекания ФХП различной природы. Из этого обзора видно, что помимо ТС динамику этих процессов определяют еще и кинетические свойства независимо от этих ТС [186, 226]. Это является кинетической теоремой (дополнительным положением термодинамики, «четвертым началом термодинамики») [186, 226]. «Шкалой» кинетических свойств является кинетическая матрица (КМ) [185, 186, 226, 228, 229].

2.2.13.1. Формулировки кинетической теоремы неравновесной термодинамики

Кинетическая теорема неравновесной термодинамики имеет кинетическую и матричную формулировки [186, 224]. Кинетическая формулировка имеет вид [186, 224, 226]:

Любая ФХС обладает такими ее свойствами, называемыми кинетическими, которые определяют динамику протекания ФХП в этой системе, движимых в рамках законов сохранения (в том числе и первого начала термодинамики) ТС, независимо от последних.

Матричная формулировка кинетической теоремы неравновесной термодинамики имеет вид [185, 186, 224, 228, 229]:

Для любой ФХС определена положительно-определенная КМ, зависящая в общем случае как от ТС, так и от других свойств этой системы, удовлетворяющая условиям:

— потенциально-потокное условие:

$$\frac{\delta Q_{l,g}^{(nep)}}{dt} = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \Delta A_{Ql,g}^{Qi,j} (\Delta X_{Qi,j} + \Delta X_{Qi,j}^{(cp)}) + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta A_{Ql,g}^{\Delta zk} (\Delta X_{\Delta zk} + \Delta X_{\Delta zk}^{(cp)}), \quad g = l+1, m_U, \quad l = 1, m_U - 1;$$

$$\frac{\delta \Delta z_r}{dt} = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \Delta A_{\Delta z r}^{Q_i, j} (\Delta X_{Q_i, j} + \Delta X_{Q_i, j}^{(\tilde{n}\tilde{e})}) + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta A_{\Delta z r}^{\Delta z k} (\Delta X_{\Delta z k} + \Delta X_{\Delta z k}^{(\tilde{n}\tilde{e})}), \quad r = 1, m_{\Delta z};$$

— условие связи КМ с ее обратимыми и необратимыми составляющими: для любой простой подсистемы ее КМ в блочном представлении:

$$\Delta \bar{\mathbf{A}}_p = \begin{pmatrix} \Delta \bar{A}_p^I & \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{I-II} \\ \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II-I} & \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II} \end{pmatrix}, \quad p = 1, n_c,$$

где $\Delta \bar{A}_p^I$, $p = 1, n_c$ - первый элемент первой строки этой КМ (элемент на пересечении первой строки и первого столбца этой матрицы); $\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{I-II}$, $p = 1, n_c$ - остальные элементы первой строки рассматриваемой КМ; $\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II-I}$, $p = 1, n_c$ - остальные элементы первого столбца рассматриваемой матрицы; $\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}$, $p = 1, n_c$ - остальные элементы этой КМ, удовлетворяет условиям:

$$\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{I-II} = \boldsymbol{\alpha}_p^{I-II} \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}, \quad \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II-I} = \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II} \boldsymbol{\beta}_p^{II-I}, \quad p = 1, n_c,$$

$$\Delta \bar{A}_p^I = \Delta \Lambda_p^I + \bar{\boldsymbol{\alpha}}_p^{I-II} \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II} \bar{\boldsymbol{\alpha}}_p^{I-II T}, \quad p = 1, n_c,$$

$$\boldsymbol{\alpha}_p^{I-II} \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II} + \boldsymbol{\beta}_p^{II-I T} \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II T} = \bar{\boldsymbol{\alpha}}_p^{I-II} (\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II} + \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II T}), \quad p = 1, n_c,$$

где $\boldsymbol{\alpha}_p^{I-II}$, $p = 1, n_c$ - коэффициенты увлечения потоков (обратимые составляющие рассматриваемой КМ); $\boldsymbol{\beta}_p^{II-I}$, $p = 1, n_c$ - коэффициенты эквивалентности ТС (обратимые составляющие рассматриваемой КМ); $\Delta \Lambda_p^I$, $\Delta \Lambda_p^I > 0$, $p = 1, n_c$ - необратимая составляющая этой КМ; причем если размерность матрицы $\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}$, $p = 1, n_c$ равна 1, то $\Delta \bar{A}_p^{II} > 0$, $p = 1, n_c$ - также необратимая составляющая рассматриваемой КМ, а в противном случае матрица $\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}$, $p = 1, n_c$ раскладывается вышеописанным образом на обратимую и необратимую составляющие;

— условие декомпозиции:

$$\Delta A_{Ql,g}^{Qi,j} = \sum_{p=1}^{n_c} \Delta \bar{A}_{Ql,g}^{Op,i,j}, \quad j=i+1, m_U, \quad g=l+1, m_U, \quad i, l=1, m_U-1;$$

$$\Delta A_{Qi,j}^{\Delta zk} = \sum_{p=1}^{n_c} \sum_{r=1}^{\bar{m}_{\Delta z,p}} \Delta \bar{A}_{Qp,i,j}^{\Delta zr} \gamma_{k,r,p}, \quad j=i+1, m_U, \quad i=1, m_U-1, \quad k=1, m_{\Delta z};$$

$$\Delta A_{\Delta zr}^{Ql,g} = \sum_{p=1}^{n_c} \sum_{k=1}^{\bar{m}_{\Delta z,p}} \gamma_{r,k,p} \Delta \bar{A}_{\Delta zp,k}^{Ql,g}, \quad g=l+1, m_U, \quad l=1, m_U-1, \quad r=1, m_{\Delta z};$$

$$\Delta A_{\Delta zk}^{\Delta zr} = \sum_{p=1}^{n_c} \sum_{g=1}^{\bar{m}_{\Delta z,p}} \sum_{q=1}^{\bar{m}_{\Delta z,p}} \gamma_{k,g,p} \Delta \bar{A}_{\Delta zg}^{\Delta zp,q} \gamma_{r,q,p}, \quad k, r=1, m_{\Delta z};$$

— условие постоянства Онзагера [140, 142]: в некоторой области устойчивого равновесия коэффициенты КМ системы:

$$\Delta A_{Ql,g}^{Qi,j}, \quad j=i+1, m_U, \quad g=l+1, m_U, \quad i, l=1, m_U-1;$$

$$\Delta A_{Qi,j}^{\Delta zk}, \quad j=i+1, m_U, \quad i=1, m_U-1, \quad k=1, m_{\Delta z};$$

$$\Delta A_{\Delta zr}^{Ql,g}, \quad g=l+1, m_U, \quad l=1, m_U-1, \quad r=1, m_{\Delta z};$$

$$\Delta A_{\Delta zk}^{\Delta zr}, \quad k, r=1, m_{\Delta z};$$

а также коэффициенты КМ простых подсистем:

$$\Delta \bar{A}_{Ql,g}^{Op,i,j}, \quad g=l+1, m_U, \quad j=i+1, m_U, \quad i, l=1, m_U-1, \quad p=1, n_c;$$

$$\Delta \bar{A}_{Qp,l,g}^{\Delta zk}, \quad g=l+1, m_U, \quad l=1, m_U-1, \quad k=1, \bar{m}_{\Delta z,p}, \quad p=1, n_c;$$

$$\Delta \bar{A}_{\Delta zp,r}^{Ql,g}, \quad j=i+1, m_U, \quad i=1, m_U-1, \quad r=1, \bar{m}_{\Delta z,p}, \quad p=1, n_c;$$

$$\Delta \bar{A}_{\Delta zr}^{\Delta zp,k}, \quad k, r=1, \bar{m}_{\Delta z,p}, \quad p=1, n_c$$

постоянны (коэффициенты матриц баланса простых подсистем

$\gamma_{j,k,p}$, $j=1, m_z$, $k=1, \bar{m}_{\Delta z,p}$, $p=1, n_c$ **в этой околоравновесной области также постоянны).**

Требование положительной определенности КМ диктуется вторым началом термодинамики [186, 228]. Следует отметить, что кинетические свойства ФХС не могут вызвать протекания ФХП в направлении, противоречащем второму началу термодинамики [186, 285].

Главные коэффициенты кинетической матрицы характеризуют для каждого процесса действие сопряженных ему термодинамических сил [186, 225, 228]. Перекрестные коэффициенты кинетической матрицы характеризуют действие перекрестных термодинамических

сил (перекрестные эффекты) [186, 225, 228]. В силу положительной определенности кинетической матрицы главные коэффициенты всегда положительны [186, 225, 228].

Из работ [186, 226, 228] видно, что математически КМ вводится, исходя из целесообразности, вытекающей из существования для любой ФХС ее кинетических свойств, определяющих особенности динамики ФХП в этой системе независимо от ТС, движущих эти процессы. Возможность введения положительно определенной КМ вытекает из второго начала термодинамики [186, 226, 228]. Таким образом, из кинетической формулировки кинетической теоремы вытекает матричная формулировка этой теоремы [186, 226, 228].

Матричная формулировка дополнительного положения неравновесной термодинамики постулирует наличие для любой ФХС КМ, удовлетворяющей потенциально-потокковому условию и не зависящей полностью от ТС [186, 224, 226]. Отсюда вытекает наличие для любой ФХС кинетических свойств, определяющих динамику протекания ФХП независимо от ТС, движущих эти процессы [186, 224, 226]. Таким образом, обе формулировки кинетической теоремы неравновесной термодинамики эквивалентны [186, 224, 226].

2.2.13.2. О доказательстве кинетической теоремы неравновесной термодинамики

В работах [186, 226] был выполнен обзор экспериментально наблюдаемых особенностей динамики протекания ФХП различной природы. Было показано, что, как уже отмечалось выше, особенности динамики этих процессов помимо ТС независимо от последних определяются еще и кинетическими свойствами [186, 226]. Так химические превращения определяются энергией активации [186, 285], эффективным диаметром молекул [186, 288], частотой столкновения молекул [186, 288]. Аналогично процессы диффузии, теплообмена определяются эффективным диаметром молекул [186, 288], частотой столкновения молекул [186, 288], процессы теплообмена в твердых телах также и интенсивностью взаимодействия микрочастиц [186, 288]. Процессы испарения и конденсации, плавления и кристаллизации – количеством центров кристаллизации, конденсации [186, 286, 288], а также энергией взаимодействия микрочастиц [186, 288]. Из наличия кинетических свойств [186, 288], определяющих динамику протекания процессов различной физической и химической природы и следует приведенная в 2.2.13.1 кинетическая формулировка кинетической теоремы современной неравновесной термодинамики [186].

«Шкалой» кинетических свойств является кинетическая матрица $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})$ [185, 186, 226], введенная в [186, 226] в соответствие с:

$$\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \left(\frac{\delta\Delta\mathbf{x}}{dt} \quad \mathbf{q}_1(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \mathbf{q}_{m-1}(\mathbf{x}) \right) \cdot (\mathbf{X}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{p}_1(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \mathbf{p}_{m-1}(\mathbf{x}))^{-1}, \quad m = \dim\left(\frac{\delta\Delta\mathbf{x}}{dt}\right) = \dim(\mathbf{X}(\mathbf{x})), \quad (47)$$

где $\frac{\delta\Delta\mathbf{x}}{dt}$ - скорость протекания ФХП в рассматриваемой системе; $\mathbf{X}(\mathbf{x})$ - ТС, движущие ФХП в рассматриваемой системе; системы векторов-столбцов $\{\mathbf{q}_i(\mathbf{x})\}_{i=1}^{m-1}$ и $\{\mathbf{p}_i(\mathbf{x})\}_{i=1}^{m-1}$ выбираются произвольно так, что [186, 228]:

$$\det(\mathbf{X}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{p}_1(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \mathbf{p}_{m-1}(\mathbf{x})) \neq 0.$$

Система векторов $\{\mathbf{q}_i(\mathbf{x})\}_{i=1}^{m-1}$ может быть выбрана так, что матрица $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})$, введенная согласно (47), положительно определена [186, 228]. Действительно, в силу (47) имеем [186, 228]:

$$\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \mathbf{X}^T(\mathbf{x}) \\ \mathbf{p}_1^T(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{m-1}^T(\mathbf{x}) \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}^T(\mathbf{x}) \\ \mathbf{p}_1^T(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{m-1}^T(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \cdot \left(\frac{\delta\Delta\mathbf{x}}{dt} \quad \mathbf{q}_1(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \mathbf{q}_{m-1}(\mathbf{x}) \right) \cdot (\mathbf{X}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{p}_1(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \mathbf{p}_{m-1}(\mathbf{x}))^{-1}; \quad (48)$$

учитывая, что в силу второго начала термодинамики [184 – 186, 224, 289, 297]:

$$\sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{X}^T(\mathbf{x}) \frac{\delta\Delta\mathbf{x}}{dt} \geq 0, \sigma(\mathbf{x}) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{X}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad (49)$$

где $\sigma(\mathbf{x})$ - скорость убыли свободной энергии, введя обозначение [186, 228]:

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_1^T(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{m-1}^T(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \cdot \frac{\delta\Delta\mathbf{x}}{dt}, \quad (50)$$

а также взяв некоторые матрицы $\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x})$ и положительно-определенную квадратную $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ таким образом, чтобы матрица

$$\begin{pmatrix} \sigma(\mathbf{x}) & \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{r}(\mathbf{x}) & \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (51)$$

была положительно определенной (это возможно в силу $\sigma(\mathbf{x}) \geq 0, \sigma(\mathbf{x}) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{X}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ и положительно-определенной матрицы $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ с достаточно большими главными коэффициентами относительно перекрестных [186, 228]) [186, 228], мы систему векторов $\{\mathbf{q}_i(\mathbf{x})\}_{i=1}^{m-1}$ введем согласно [186, 228]:

$$(\mathbf{q}_1(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \mathbf{q}_{m-1}(\mathbf{x})) = \begin{pmatrix} \mathbf{X}^T(\mathbf{x}) \\ \mathbf{p}_1^T(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{m-1}^T(\mathbf{x}) \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}. \quad (52)$$

Отсюда в силу (48), (50), (52) имеем [186, 228]:

$$\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \mathbf{X}^T(\mathbf{x}) \\ \mathbf{p}_1^T(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{m-1}^T(\mathbf{x}) \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sigma(\mathbf{x}) & \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{r}(\mathbf{x}) & \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \cdot (\mathbf{X}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{p}_1(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \mathbf{p}_{m-1}(\mathbf{x}))^{-1},$$

отсюда в силу положительной определенности матрицы (51) вытекает положительная определенность матрицы $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})$. Отсюда, из (47) видно, что положительная определенная кинетическая матрица $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})$ удовлетворяет условию [186, 228]:

$$\frac{\delta\Delta\mathbf{x}}{dt} = \Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{X}(\mathbf{x}), \quad (53)$$

т.е. потенциально-потокковым соотношениям. Применив (47) и теорию Онзагера [188, 225] к линейной околоравновесной области, мы покажем, что кинетическая матрица $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})$ равна онзагеровской матрице [186, 228]. Представив КМ $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})$ в блочном виде [186, 302]:

$$\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \Delta A^I(\mathbf{x}) & \Delta\mathbf{A}^{I-II}(\mathbf{x}) \\ \Delta\mathbf{A}^{II-I}(\mathbf{x}) & \Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}, \quad (54)$$

мы введем упомянутые в 2.2.13.1 обратимые и необратимые составляющие этой КМ [186, 302]:

$$\boldsymbol{\beta}^{II-I}(\mathbf{x}) = (\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x}))^{-1} \cdot \Delta\mathbf{A}^{II-I}(\mathbf{x}), \quad \boldsymbol{\alpha}^{II-I}(\mathbf{x}) = \Delta\mathbf{A}^{I-II}(\mathbf{x}) \cdot (\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x}))^{-1}, \quad (55)$$

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}}^{II-I}(\mathbf{x}) = \left(\boldsymbol{\alpha}^{II-I}(\mathbf{x})\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x}) + (\boldsymbol{\beta}^{II-I}(\mathbf{x}))^T (\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x}))^T \right) \cdot \left(\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x}) + (\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x}))^T \right)^{-1}, \quad (56)$$

$$\Delta\Lambda^I(\mathbf{x}) = \Delta A^I(\mathbf{x}) - \bar{\boldsymbol{\alpha}}^{II-I}(\mathbf{x})\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x})(\bar{\boldsymbol{\alpha}}^{II-I}(\mathbf{x}))^T. \quad (57)$$

Через эти обратимые и необратимую составляющие и определяется КМ $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})$ [186, 302]. Из (54) – (57) нетрудно видеть, что положительная определенность матрицы $\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x})$ и $\Delta\Lambda^I(\mathbf{x}) > 0$ - необходимое и достаточное условие положительной определенности кинетической матрицы $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x})$ [186, 302]. Аналогично (54) – (57) и для матрицы $\Delta\mathbf{A}^{II}(\mathbf{x})$ можно ввести обратимую и необратимую составляющие, через которые эта матрица определяется [186, 302].

Более того, в общем случае ФХП могут осуществляться механизмами, действующими одновременно, в параллель [186, 228]. Скорости протекания таких ФХП складываются из составляющих скоростей по каждому параллельному механизму [186, 228], умноженных слева на некоторую матрицу коэффициентов (аналогов коэффициентов баланса). В частности, одна и та же система сопряженных химических реакций может осуществляться несколькими параллельными стадиями [225, 227]. Введя согласно (47) для каждого такого параллельного механизма КМ, мы получим, что результирующая положительно-определенная КМ рассматриваемых ФХП равна сумме соответствующих КМ этих параллельных механизмов, умноженных слева на эту матрицу коэффициентов (аналогов коэффициентов баланса) и справа на эту транспонированную матрицу коэффициентов [186, 227, 228].

Описанные рассуждения доказывают матричную формулировку кинетической теоремы современной неравновесной термодинамики [186, 226].

2.2.13.3. Общность потенциально-потокowych уравнений

В работе [186] был проведен обзор математических моделей ФХП различной природы. Общим этих моделей является то, что в них входят как величины, непосредственно определяющие ПВЗ, так и величины, определяемые кинетическими свойствами этих ФХС [186]. Ко всем этим моделям (в том числе и к [141, 152 – 156, 158 – 162, 164, 165, 169 – 174, 188, 225, 273, 278 – 288]) могут быть сведены потенциально-потокowe уравнения [186]. ППМ, таким образом, вбирает в себя существующие математические модели различных ФХП, позволяя тем самым их корректно усовершенствовать (не нарушая начала термодинамики) [186]. Для этого необходимо корректно задавать функции состояния (ФС) для ПВЗ (удовлетворяющие условиям полного дифференциала, которые будут представлены в нижеизлагаемом формализме) и необратимые составляющие КМ (удовлетворяющие условиям положительности) [186, 187, 302].

Аналогично потенциально-потокowe уравнения вбирают в себя или эквивалентны другим методам неравновесной термодинамики [186].

Такая общность ППМ дает возможность описывать ФХП различной природы с единых позиций, что дает более мощный инструмент анализа сложных систем [186, 187, 224].

2.2.14. Границы применимости формализма

Сформированные начала термодинамики и кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики дают возможность полностью описать динамику произвольной ФХС, если известны ПВЗ и КМ ее простых подсистем, начальное состояние исследуемой ФХС [186, 224]. Описанная аксиоматика справедлива для термодинамических систем [185, 289, 297]. Термодинамическими системами называются макроскопические системы, удовлетворяющие условиям [185, 289, 297]:

1. системы, состоящие из большого числа частиц, беспорядочно взаимодействующих между собой, и имеющие ограниченные размеры;
2. системы, для которых выполняются нулевое, первое, второе и третье начала термодинамики;
3. для систем справедлива кинетическая теорема неравновесной термодинамики.

Благодаря беспорядочному взаимодействию микрочастиц замкнутая система (система, находящаяся при фиксированных внешних условиях [297]) стремится в состояние термодинамического равновесия – для этих систем выполняется нулевое начало термодинамики [185, 186, 224, 289, 297]. Первое начало термодинамики является следствием закона сохранения энергии и применимости к системам из большого числа беспорядочно взаимодействующих между собой микрочастиц понятия работы (формы передачи энергии путем упорядоченного движения) и теплоты (формы передачи энергии путем хаотического взаимодействия микрочастиц) [185, 289]. Второе начало термодинамики является также следствием хаотического взаимодействия микрочастиц, благодаря чему система переходит в наиболее вероятное состояние [185, 186, 224, 288, 289, 297]. Третье начало термодинамики вытекает из квантовой механики системы микрочастиц [186, 224, 298].

Различные микрочастицы, составляющие систему, и их взаимодействие имеют свои свойства, определяющие направление протекания макроскопических ФХП, а также детали их протекания [186, 299]. Именно это и обуславливает кинетическую теорему неравновесной термодинамики [186].

Беспорядочным характером взаимодействия микрочастиц обусловлены флуктуации в макроскопической системе [186, 298, 299]. Такой характер взаимодействия микрочастиц не позволяет экстраполировать нулевое и второе начала термодинамики на системы, имеющие размеры, соизмеримые со Вселенной, и на промежутки времени, соизмеримые со временем жизни Вселенной (этим и объясняется парадокс тепловой смерти Вселенной) [297 – 299].

2.3. Получение формализма современной неравновесной термодинамики для решения практических задач

2.3.1. Допущения, используемые для анализа и моделирования физико-химических систем (в сосредоточенных параметрах)

Расчет характеристик заданной пользователем ФХС и ФХП, моделирование динамики этих процессов, а также определение из эксперимента свойств веществ и процессов в ней осуществляется в рамках следующих допущений [224, 300]:

- пространственные эффекты не учитываем (уравнения ФХП формируются в сосредоточенных параметрах);
- контакт между фазами идеальный [278].

Приведенные в первой главе допущения математического моделирования ТПТЭ и ЛИА удовлетворяют приведенным допущениям.

2.3.2. Формализм синтеза системы уравнений физико-химических процессов потенциально-потокковым методом

Согласно результатам, полученным в работах [185, 186, 187, 224, 300], имеем в рамках приведенных выше допущений следующий алгоритм формирования системы уравнений ФХП произвольной заданной ФХС (рисунок 11) потенциально-потокковым методом [224, 300]:

1. Исходя из структуры произвольной заданной ФХС, составляем список ФХП в этой системе.
2. Задаем:
 - КС системы ($U_i, i = 1, m_U$ - внутренние энергии отдельных ЭСС; $z_k, k = 1, m_z$ - прочие КС, изменение которых связано с совершением работы в этой системе);
 - перенесенные теплоты $Q_{i,j}^{(nep)}, j = i + 1, m_U, i = 1, m_U - 1$;
 - прочие КП $\Delta z_k, k = 1, m_{\Delta z}$;

— температуру T^* , относительно которой определяем ТС, движущие ФХП в рассматриваемой ФХС.

3. Определяем доли образовавшихся в результате протекания ФХП некомпенсированных теплот $Q_k^{(нек)}$, $k = 1, m_{\Delta z}$, полученных ЭСС, $\beta_{i,k} > 0$, $i = 1, m_U$, $k = 1, m_{\Delta z}$.

Причем:

$$\sum_{i=1}^{m_U} \beta_{i,k} = 1, \quad k = 1, m_{\Delta z}.$$

4. Определяем коэффициенты матрицы баланса $\alpha_{j,k}$, $j = 1, m_z$, $k = 1, m_{\Delta z}$.
5. Определяем ПВЗ:

— ПВЗ $Z_{i,k}$, $i = 1, m_U$, $k = 1, m_z$, соответствующих i -м ЭСС U_i , $i = 1, m_U$ и КС z_k , $k = 1, m_z$;

— ПВЗ $Z_{i,k}^\circ$, $i = m_U + 1, m'_U$, $k = 1, m_z$, соответствующих i -м энергиям взаимодействия Φ_i , $i = m_U + 1, m'_U$ и КС z_k , $k = 1, m_z$;

— неравновесные температуры T_i , $i = 1, m_U$, соответствующих i -м ЭСС U_i , $i = 1, m_U$.

Проверяем условия корректности (условия полного дифференциала энтропии и энергий Φ_i , $i = m_U + 1, m'_U$) для этих ПВЗ:

$$\left(\frac{\partial}{\partial U_j} \frac{1}{T_i} \right)_z = \left(\frac{\partial}{\partial U_i} \frac{1}{T_j} \right)_z, \quad j = i + 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1;$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z_k} \frac{1}{T_i} \right)_U = \left(\frac{\partial}{\partial U_i} \left(\sum_{j=1}^{m_U} \frac{Z_{j,k}}{T_j} \right) \right)_z, \quad i = 1, m_U, \quad k = 1, m_z;$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z_q} \left(\sum_{j=1}^{m_U} \frac{Z_{j,k}}{T_j} \right) \right)_U = \left(\frac{\partial}{\partial z_k} \left(\sum_{j=1}^{m_U} \frac{Z_{j,q}}{T_j} \right) \right)_U, \quad q = k + 1, m_z, \quad k = 1, m_z;$$

$$\frac{\partial Z_{i,k}^\circ}{\partial z_q} = \frac{\partial Z_{i,q}^\circ}{\partial z_k}, \quad q = k + 1, m_z, \quad k = 1, m_z, \quad i = m_U + 1, m'_U.$$

6. Определяем коэффициенты матрицы баланса простых подсистем (совокупностей параллельных стадий отдельных процессов, сопряженных между собой и не со-

пряженных с другими такими стадиями): $\gamma_{j,k,p}$, $j=1, m_z$, $k=1, \bar{m}_{\Delta z, p}$, $p=1, n_c$, где $\bar{m}_{\Delta z, p}$ - число ФХП в p -й простой подсистеме; n_c - число простых подсистем.

7. Определяем коэффициенты положительно определенных КМ простых подсистем:
- главные коэффициенты переноса теплоты в простой подсистеме: $\Delta \bar{A}_{Ql, g}^{Qp, i, j}$,
 $j = i + 1, m_U$, $g = l + 1, m_U$, $i, l = 1, m_U - 1$, $p = 1, n_c$;
 - перекрестные коэффициенты переноса теплоты в простой подсистеме:
 $\Delta \bar{A}_{Qp, i, j}^{\Delta z k}$, $j = i + 1, m_U$, $i = 1, m_U - 1$, $k = 1, \bar{m}_{\Delta z, p}$, $p = 1, n_c$;
 - перекрестные коэффициенты остальных процессов в простой подсистеме:
 $\Delta \bar{A}_{\Delta z p, r}^{Ql, g}$, $g = l + 1, m_U$, $l = 1, m_U - 1$, $r = 1, \bar{m}_{\Delta z, p}$, $p = 1, n_c$;
 - главные коэффициенты остальных процессов в простой подсистеме: $\Delta \bar{A}_{\Delta z k}^{\Delta z p, r}$,
 $k, r = 1, \bar{m}_{\Delta z, p}$, $p = 1, n_c$.

Эти коэффициенты должны удовлетворять условию положительной определенности.

8. Определяем внешние потоки теплоты $\delta Q_i^{(e)}/dt$, $i=1, m_U$ и прочих КС $d^{(e)}z_k/dt$, $k=1, m_z$.
9. Определяем случайные величины:
- случайные составляющие внешних потоков теплоты $(\delta Q_i^{(e)}/dt)_{cl}$, $i=1, m_U$ и потоков прочих КС в систему $(d^{(e)}z_k/dt)_{cl}$, $k=1, m_z$;
 - случайные ТС, движущие процессы переноса теплоты в ФХС $\Delta X_{Qi, j}^{(cl)}$,
 $j = i + 1, m_U$, $i = 1, m_U - 1$, а также движущие прочие ФХП в этой системе $\Delta X_{\Delta z k}^{(cl)}$,
 $k = 1, m_{\Delta z}$.

10. Определяем ТС, движущие процессы переноса теплоты в ФХС $\Delta X_{Qi, j}$, $j = i + 1, m_U$, $i = 1, m_U - 1$, в соответствие с:

$$\Delta X_{Qi, j} = \frac{T^*}{T_i} - \frac{T^*}{T_j}, \quad j = i + 1, m_U, \quad i = 1, m_U - 1;$$

а также ТС, движущие прочие ФХП в этой системе $\Delta X_{\Delta z k}$, $k = 1, m_{\Delta z}$ в соответствие с:

$$\Delta X_{\Delta z k} = \left(\sum_{i=1}^{m_U} \beta_{i,k} \frac{T^*}{T_i} \right) \sum_{j=1}^{m_z} \left(\sum_{l=1}^{m_U} Z_{l,j} + \sum_{l=m_U+1}^{m'_U} Z_{l,j}^\circ \right) \alpha_{j,k}, \quad k=1, m_{\Delta z}.$$

11. Определяем ТС в простых подсистемах $\Delta \bar{X}_{Qi,j,p}$, $j=i+1, m_U$, $i=1, m_U-1$, $p=1, n_c$, движущие перенос теплоты:

$$\Delta \bar{X}_{Qi,j,p} = \Delta X_{Qi,j}, \quad j=i+1, m_U, \quad i=1, m_U-1, \quad p=1, n_c,$$

а также ТС $\Delta \bar{X}_{\Delta z k, p}$, $k=1, \bar{m}_{\Delta z, p}$, $p=1, n_c$, движущие прочие процессы:

$$\Delta \bar{X}_{\Delta z k, p} = \sum_{j=1}^{m_{\Delta z}} \gamma_{j,k,p} \Delta X_{\Delta z j}, \quad k=1, \bar{m}_{\Delta z, p}, \quad p=1, n_c.$$

12. Определяем случайные ТС в простых подсистемах $\Delta \bar{X}_{Qi,j,p}^{(cl)}$, $j=i+1, m_U$, $i=1, m_U-1$, $p=1, n_c$, движущие перенос теплоты:

$$\Delta \bar{X}_{Qi,j,p}^{(cl)} = \Delta X_{Qi,j}^{(cl)}, \quad j=i+1, m_U, \quad i=1, m_U-1, \quad p=1, n_c,$$

а также случайные ТС $\Delta \bar{X}_{\Delta z k, p}^{(cl)}$, $k=1, \bar{m}_{\Delta z, p}$, $p=1, n_c$, движущие прочие процессы:

$$\Delta \bar{X}_{\Delta z k, p}^{(cl)} = \sum_{j=1}^{m_{\Delta z}} \gamma_{j,k,p} X_{\Delta z j}^{(cl)}, \quad k=1, \bar{m}_{\Delta z, p}, \quad p=1, n_c.$$

13. Определяем положительно определенную КМ всей системы:

— главные коэффициенты переноса теплоты в системе $\Delta A_{Ol,g}^{Qi,j}$, $j=i+1, m_U$, $g=l+1, m_U$, $i, l=1, m_U-1$:

$$\Delta A_{Ol,g}^{Qi,j} = \sum_{p=1}^{n_c} \Delta \bar{A}_{Ol,g}^{Qp,i,j}, \quad j=i+1, m_U, \quad g=l+1, m_U, \quad i, l=1, m_U-1;$$

— перекрестные коэффициенты переноса теплоты в системе $\Delta A_{Qi,j}^{\Delta z k}$, $j=i+1, m_U$, $i=1, m_U-1$, $k=1, m_{\Delta z}$:

$$\Delta A_{Qi,j}^{\Delta z k} = \sum_{p=1}^{n_c} \sum_{r=1}^{\bar{m}_{\Delta z, p}} \Delta \bar{A}_{Qp,i,j}^{\Delta z r} \gamma_{k,r,p}, \quad j=i+1, m_U, \quad i=1, m_U-1, \quad k=1, m_{\Delta z};$$

— перекрестные коэффициенты остальных процессов в системе $\Delta A_{\Delta z r}^{Ol,g}$, $g=l+1, m_U$, $l=1, m_U-1$, $r=1, m_{\Delta z}$:

$$\Delta A_{\Delta z r}^{Ol,g} = \sum_{p=1}^{n_c} \sum_{k=1}^{\bar{m}_{\Delta z, p}} \gamma_{r,k,p} \Delta \bar{A}_{\Delta z p, k}^{Ol,g}, \quad g=l+1, m_U, \quad l=1, m_U-1, \quad r=1, m_{\Delta z};$$

— главные коэффициенты остальных процессов в системе $\Delta A_{\Delta z k}^{\Delta z r}$, $k, r = 1, m_{\Delta z}$:

$$\Delta A_{\Delta z k}^{\Delta z r} = \sum_{p=1}^{n_c} \sum_{g=1}^{\bar{m}_{\Delta z, p}} \sum_{q=1}^{\bar{m}_{\Delta z, p}} \gamma_{k, g, p} \Delta \bar{A}_{\Delta z g}^{\Delta z p, q} \gamma_{r, q, p}, \quad k, r = 1, m_{\Delta z}.$$

14. Определяем скорости протекания ФХП в ФХС:

$$\frac{\delta Q_{l, g}^{(nep)}}{dt} = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \Delta A_{Ql, g}^{Ql, j} (\Delta X_{Ql, j} + \Delta X_{Ql, j}^{(cl)}) + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta A_{Ql, g}^{\Delta z k} (\Delta X_{\Delta z k} + \Delta X_{\Delta z k}^{(cl)}), \quad g = l+1, m_U,$$

$$l = 1, m_U - 1;$$

$$\frac{\delta \Delta z_r}{dt} = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \Delta A_{\Delta z r}^{Ql, j} (\Delta X_{Ql, j} + \Delta X_{Ql, j}^{(cl)}) + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta A_{\Delta z r}^{\Delta z k} (\Delta X_{\Delta z k} + \Delta X_{\Delta z k}^{(cl)}), \quad r = 1, m_{\Delta z}.$$

15. Определяем скорости протекания ФХП в простых подсистемах:

$$\frac{\delta \bar{Q}_{l, g, p}^{(nep)}}{dt} = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \Delta \bar{A}_{Ql, g}^{Qp, i, j} (\Delta \bar{X}_{Ql, j, p} + \Delta \bar{X}_{Ql, j, p}^{(cl)}) + \sum_{k=1}^{\bar{m}_{\Delta z, p}} \Delta \bar{A}_{Qp, l, g}^{\Delta z k} (\Delta \bar{X}_{\Delta z k, p} + \Delta \bar{X}_{\Delta z k, p}^{(cl)}),$$

$$g = l+1, m_U, \quad l = 1, m_U - 1, \quad p = 1, n_c;$$

$$\frac{\delta \Delta \bar{z}_{r, p}}{dt} = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \Delta \bar{A}_{\Delta z p, r}^{Ql, j} (\Delta \bar{X}_{Ql, j, p} + \Delta \bar{X}_{Ql, j, p}^{(cl)}) + \sum_{k=1}^{\bar{m}_{\Delta z, p}} \Delta \bar{A}_{\Delta z r}^{\Delta z p, k} (\Delta \bar{X}_{\Delta z k, p} + \Delta \bar{X}_{\Delta z k, p}^{(cl)}), \quad r = 1, m_{\Delta z},$$

$$p = 1, n_c,$$

где $\bar{Q}_{l, g, p}^{(nep)}$, $g = l+1, m_U$, $l = 1, m_U - 1$, $p = 1, n_c$ - переданные теплоты, а $\Delta \bar{z}_{r, p}$, $r = 1, m_{\Delta z}$, $p = 1, n_c$ - прочие КП в простых подсистемах.

16. Определяем мощности выделения некомпенсированной теплоты $\delta Q_k^{(нек)}/dt$, $k = 1, m_{\Delta z}$:

$$\frac{\delta Q_k^{(нек)}}{dt} = \left(\sum_{j=1}^{m_z} \left(\sum_{l=1}^{m_U} Z_{l, j} + \sum_{l=m_U+1}^{m'_U} Z_{l, j}^\circ \right) \alpha_{j, k} \right) \frac{\delta \Delta z_k}{dt}, \quad k = 1, m_{\Delta z}.$$

17. Определяем скорости $\delta Q_i/dt$, $i = 1, m_U$ сообщения соответствующих теплот Q_i , $i = 1, m_U$ к ЭСС:

$$\frac{\delta Q_i}{dt} = \sum_{j=i+1}^{m_U} \frac{\delta Q_{i, j}^{(nep)}}{dt} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\delta Q_{i, j}^{(nep)}}{dt} + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \beta_{i, k} \frac{\delta Q_k^{(нек)}}{dt} + \frac{\delta Q_i^{(e)}}{dt} + \left(\frac{\delta Q_i^{(e)}}{dt} \right)_{cl}, \quad i = 1, m_U.$$

18. Определяем скорости изменения КП:

$$\frac{dz_k}{dt} = \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \alpha_{k,r} \frac{\delta \Delta z_r}{dt} + \frac{d^{(e)}z_k}{dt} + \left(\frac{d^{(e)}z_k}{dt} \right)_{cl}, \quad k = 1, m_z, \quad \frac{dU_i}{dt} = \frac{\delta Q_i}{dt} - \sum_{k=1}^{m_z} Z_{i,k} \frac{dz_k}{dt}, \quad i = 1, m_U.$$

В допущениях указывается, что приведенный формализм работает для систем с сосредоточенными параметрами. В случае же систем с распределенными параметрами мы систему представляем, как совокупность элементов среды и записываем приведенный формализм для этой совокупности элементов среды [184 – 186, 224]. Затем переходим к интегродифференциальным уравнениям в частных производных [184 – 186, 224].

Неидеальность межфазного контакта объясняется наличием воздушных прослоек (или прослоек другой среды) [278]. Эти прослойки также являются фазами [278]. Поэтому, учитывая эти воздушные прослойки, как фазы, мы приходим к приведенным выше допущениям.

Приведенные в формализме условия полного дифференциала вытекают из полного дифференциала энтропии [186, 224]. Получив из (24) и (25) связь приращения энтропии с приращениями внутренней энергии каждой ЭСС и прочих КС, затем применив условия полного дифференциала энтропии, получим приведенные в п. 5 описанного формализма условия полного дифференциала [186, 224].

В качестве примера в работе [303] была получена в соответствие с приведенным формализмом система уравнений динамики ФХП в произвольной химически-реагирующей системе в случае различных температур реагентов. В работе [304] на основе приведенного формализма была получена потенциально-потокковая модель динамики ФХП в никель-кадмиевом аккумуляторе. В работе [305] приведенный формализм был применен для получения модели динамики процессов горения.

2.3.3. Задание функций состояния для свойств веществ и процессов

Для однозначного анализа в соответствие с приведенным формализмом необходимо задать ФР для следующих СВП [186, 224]:

- ПВЗ;
- КМ простых подсистем.

ФС для приведенных СВП должны быть заданы корректно: положительно определенными для КМ (строгая положительность ее необратимых составляющих) и удовлетворяющие условиям полного дифференциала для ПВЗ [186, 187, 224]. Температуры (в общем случае

неравновесные) также должны быть положительно определенными и также удовлетворять условиям полного дифференциала [186, 187, 224].

2.3.3.1. Функциональные разложения кинетических матриц для простых подсистем

Выполняя построение КМ простых подсистем, необходимо задать функциональные разложения (ФР) [186, 187, 224] для обратимых и необратимых составляющих этих матриц (независимых составляющих рассматриваемых КМ), а затем с использованием (70), (71) строить соответствующую ФС для КМ простых подсистем [186, 187, 224]. ФР для обратимых составляющих КМ простых подсистем рассматриваемой ФХС задается также и из физического смысла этих соответствующих обратимых составляющих КМ простых подсистем [186, 187, 224].

Отсюда, формализм построения ФР для КМ простых подсистем имеет вид [187, 224]:

1. Задаем представление КМ простых подсистем в блочном виде:

$$\Delta \bar{\mathbf{A}}_p = \begin{pmatrix} \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^I & \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{I-II} \\ \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II-I} & \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II} \end{pmatrix}, p = 1, n_c.$$

2. Если размерность блока $\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}$ равна 1, то задаем ФР для $\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}$ в виде:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II} &= \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}) = \Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II(0)}(\tilde{U}_1, \dots, \tilde{U}_{m_U}, \tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_{m_z}, \mathbf{p}) + \\ &+ \sum_{n_{U_1}=0}^{N_{U_1}^{\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}}} \dots \sum_{n_{U_{m_U}}=0}^{N_{U_{m_U}}^{\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}}} \sum_{n_{z_1}=0}^{N_{z_1}^{\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}}} \dots \sum_{n_{z_{m_z}}=0}^{N_{z_{m_z}}^{\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}}} c^{n_{U_1}, \dots, n_{U_{m_U}}, n_{z_1}, \dots, n_{z_{m_z}}} \left(\prod_{i=1}^{m_U} \frac{(\tilde{U}_i - \tilde{U}_i^{(0)})^{n_{U_i}}}{n_{U_i}!} \right) \left(\prod_{i=1}^{m_z} \frac{(\tilde{z}_i - \tilde{z}_i^{(0)})^{n_{z_i}}}{n_{z_i}!} \right), \\ \tilde{U}_i &= \tilde{U}_i^{\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \tilde{U}_i^{(0)} = \tilde{U}_i^{\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}}(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), i = 1, m_U, \\ \tilde{z}_i &= \tilde{z}_i^{\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \tilde{z}_i^{(0)} = \tilde{z}_i^{\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}}(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), i = 1, m_z, \\ p &= 1, n_c; \end{aligned}$$

причем коэффициенты c выбираем таким образом, чтобы

$$\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}) > 0, p = 1, n_c;$$

в противном случае выполняем построение ФС для блока $\Delta \bar{\mathbf{A}}_p^{II}$ в соответствие с настоящим формализмом. Настоящий пункт выполняем для всех $p = 1, n_c$.

3. Задаем ФР для необратимой составляющей КМ простых подсистем в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\Lambda_p^I &= \Delta\Lambda_p^I(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}) = \Delta\tilde{\Lambda}_p^{I(0)}(\tilde{U}_1, \dots, \tilde{U}_{m_U}, \tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_{m_z}, \mathbf{p}) + \\ &+ \sum_{n_{U_1}=0}^{N_{U_1}^{\Delta\Lambda_p^I}} \dots \sum_{n_{U_{m_U}}=0}^{N_{U_{m_U}}^{\Delta\Lambda_p^I}} \sum_{n_{z_1}=0}^{N_{z_1}^{\Delta\Lambda_p^I}} \dots \sum_{n_{z_{m_z}}=0}^{N_{z_{m_z}}^{\Delta\Lambda_p^I}} c^{\Delta\Lambda_p^I} \left(\prod_{i=1}^{m_U} \frac{(\tilde{U}_i - \tilde{U}_i^{(0)})^{n_{U_i}}}{n_{U_i}!} \right) \left(\prod_{i=1}^{m_z} \frac{(\tilde{z}_i - \tilde{z}_i^{(0)})^{n_{z_i}}}{n_{z_i}!} \right), \\ \tilde{U}_i &= \tilde{U}_i^{\Delta\Lambda_p^I}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \tilde{U}_i^{(0)} = \tilde{U}_i^{\Delta\Lambda_p^I}(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), \quad i = 1, m_U, \\ \tilde{z}_i &= \tilde{z}_i^{\Delta\Lambda_p^I}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \tilde{z}_i^{(0)} = \tilde{z}_i^{\Delta\Lambda_p^I}(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), \quad i = 1, m_z, \\ p &= 1, n_c; \end{aligned}$$

причем коэффициенты c выбираем таким образом, чтобы

$$\Delta\Lambda_p^I(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}) > 0, \quad p = 1, n_c;$$

а также задаем ФР для обратимых составляющих этих КМ:

— для матрицы увлечения потоков:

$$\begin{aligned} \alpha_p^{I-II} &= \alpha_p^{I-II}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}) = \alpha_p^{I-II(0)}(\tilde{U}_1, \dots, \tilde{U}_{m_U}, \tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_{m_z}, \mathbf{p}) + \\ &+ \sum_{n_{U_1}=0}^{N_{U_1}^{\alpha_p^{I-II}}} \dots \sum_{n_{U_{m_U}}=0}^{N_{U_{m_U}}^{\alpha_p^{I-II}}} \sum_{n_{z_1}=0}^{N_{z_1}^{\alpha_p^{I-II}}} \dots \sum_{n_{z_{m_z}}=0}^{N_{z_{m_z}}^{\alpha_p^{I-II}}} c^{\alpha_p^{I-II}} \left(\prod_{i=1}^{m_U} \frac{(\tilde{U}_i - \tilde{U}_i^{(0)})^{n_{U_i}}}{n_{U_i}!} \right) \left(\prod_{i=1}^{m_z} \frac{(\tilde{z}_i - \tilde{z}_i^{(0)})^{n_{z_i}}}{n_{z_i}!} \right), \\ \tilde{U}_i &= \tilde{U}_i^{\alpha_p^{I-II}}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \tilde{U}_i^{(0)} = \tilde{U}_i^{\alpha_p^{I-II}}(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), \quad i = 1, m_U, \\ \tilde{z}_i &= \tilde{z}_i^{\alpha_p^{I-II}}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \tilde{z}_i^{(0)} = \tilde{z}_i^{\alpha_p^{I-II}}(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), \quad i = 1, m_z, \\ p &= 1, n_c; \end{aligned}$$

— для матрицы эквивалентности ТС:

$$\begin{aligned} \beta_p^{II-I} &= \beta_p^{II-I}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}) = \beta_p^{II-I(0)}(\tilde{U}_1, \dots, \tilde{U}_{m_U}, \tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_{m_z}, \mathbf{p}) + \\ &+ \sum_{n_{U_1}=0}^{N_{U_1}^{\beta_p^{II-I}}} \dots \sum_{n_{U_{m_U}}=0}^{N_{U_{m_U}}^{\beta_p^{II-I}}} \sum_{n_{z_1}=0}^{N_{z_1}^{\beta_p^{II-I}}} \dots \sum_{n_{z_{m_z}}=0}^{N_{z_{m_z}}^{\beta_p^{II-I}}} c^{\beta_p^{II-I}} \left(\prod_{i=1}^{m_U} \frac{(\tilde{U}_i - \tilde{U}_i^{(0)})^{n_{U_i}}}{n_{U_i}!} \right) \left(\prod_{i=1}^{m_z} \frac{(\tilde{z}_i - \tilde{z}_i^{(0)})^{n_{z_i}}}{n_{z_i}!} \right), \\ \tilde{U}_i &= \tilde{U}_i^{\beta_p^{II-I}}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \tilde{U}_i^{(0)} = \tilde{U}_i^{\beta_p^{II-I}}(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), \quad i = 1, m_U, \\ \tilde{z}_i &= \tilde{z}_i^{\beta_p^{II-I}}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \tilde{z}_i^{(0)} = \tilde{z}_i^{\beta_p^{II-I}}(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), \quad i = 1, m_z, \\ p &= 1, n_c. \end{aligned}$$

4. Определяем приведенную обратимую составляющую КМ простых подсистем:

$$\alpha_p^{I-II} \Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{II} + \beta_p^{II-I} \Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{II^T} = \bar{\alpha}_p^{I-II} (\Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{II} + \Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{II^T}), \quad p = 1, n_c.$$

5. Определяем КМ простых подсистем:

$$\Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{I-II} = \alpha_p^{I-II} \Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{II}, \quad \Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{II-I} = \Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{II} \beta_p^{II-I}, \quad \Delta\bar{\mathbf{A}}_p^I = \Delta\Lambda_p^I + \bar{\alpha}_p^{I-II} \Delta\bar{\mathbf{A}}_p^{II} \bar{\alpha}_p^{I-II^T}, \quad p = 1, n_c.$$

Здесь \mathbf{p} - индивидуальные параметры ФХС [194].

Примеры построения ФР в случае ЛИА для кинетических свойств электродных реакций, переноса ионов лития Li^+ через мембрану были приведены в работах [291, 292], а в случае никель-кадмиевых аккумуляторов – в работах [306, 307].

2.3.3.2. Функциональные разложения для потенциалов взаимодействия, тепловых эффектов внешних потоков, теплоемкостей

Аналогично и при построении ФС для ПВЗ задаем сначала ФС для независимых составляющих этих ПВЗ, а затем из дифференциальных соотношений, приведенных в формализме, строим уже оставшиеся ПВЗ или их составляющие [187, 224].

Независимые составляющие этих величин задаются в виде [187, 224]:

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{нез}}(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}) &= Z_{\text{нез}}^0(\bar{U}_1, \dots, \bar{U}_{m_U}, \bar{z}_1, \dots, \bar{z}_{m_z}, \mathbf{p}) + \\
 &+ \sum_{n_{U_1}=0}^{N_{U_1}} \dots \sum_{n_{U_{m_U}}=0}^{N_{U_{m_U}}} \sum_{n_{z_1}=0}^{N_{z_1}} \dots \sum_{n_{z_{m_z}}=0}^{N_{z_{m_z}}} \alpha_{n_{U_1}, \dots, n_{U_{m_U}}, n_{z_1}, \dots, n_{z_{m_z}}} \left(\prod_{i=1}^{m_U} \frac{(\bar{U}_i - \bar{U}_i^{(0)})^{n_{U_i}}}{n_{U_i}!} \right) \left(\prod_{i=1}^{m_z} \frac{(\bar{z}_i - \bar{z}_i^{(0)})^{n_{z_i}}}{n_{z_i}!} \right), \quad (58) \\
 \bar{U}_i &= \bar{U}_i(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \quad \bar{U}_i^{(0)} = \bar{U}_i(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), \quad i = 1, m_U, \\
 \bar{z}_i &= \bar{z}_i(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z}, \mathbf{p}), \quad \bar{z}_i^{(0)} = \bar{z}_i(U_1^{(0)}, \dots, U_{m_U}^{(0)}, z_1^{(0)}, \dots, z_{m_z}^{(0)}, \mathbf{p}), \quad i = 1, m_z.
 \end{aligned}$$

Затем, используя ФР для независимых составляющих для ПВЗ, мы строим эти величины, используя дифференциальные соотношения для этих величин, приведенные в формализме [187, 224]. Выбор зависимых и независимых составляющих ПВЗ, а также ФР (58) для этих составляющих, свой для каждой задачи [187, 224].

В работах [291, 292, 306, 307] приведено задание ФС для СВП в ЛИА и никель-кадмиевом аккумуляторе с использованием аналитических выражений аналогично описанному выше.

2.3.4. Экспериментальные исследования свойств веществ и процессов

Для экспериментальных исследований ФХП обычно используются [308, 309]:

- физические [308], в том числе и теплотехнические методы измерения [308];
- физико-химические методы [309].

Теплотехнические измерения позволяют выполнить измерения [308]:

- температуры;
- давления;
- уровня жидкости;

физико-химические методы измерения позволяют [309]:

- проанализировать химический состав;
- измерить электродные потенциалы;
- измерить массы реагентов (взвешивание).

Более того, современные методы измерений позволяют измерить потоки:

- тепловые потоки [308];
- скорости электрохимических реакций [309];
- массовые расходы [308].

Таким образом, современные методы физических и физико-химических измерений позволяют дать информацию о вышеописанных характеристиках ФХС, а именно [308, 309]: о ее ПС и КС, ПВЗ, скоростей изменения ее КП (таблица 6).

Таблица 6 – Виды датчиков измерительных установок

Вид датчика	Уравнения датчика
Датчик КС	$\mathbf{s} = \mathbf{s}_x^\circ(U_1, \dots, U_{m_U}, z_1, \dots, z_{m_z})$
Датчик ПВЗ	$\mathbf{s} = \mathbf{s}_{\Delta\mu}^\circ(T_1, \dots, T_{m_U}, Z_{1,1}, \dots, Z_{1,m_z}, \dots, Z_{m_U,1}, \dots, Z_{m_U,m_z})$
Датчик скоростей изменения КП	$\mathbf{s} = \mathbf{s}_{\delta\Delta x/dt}^\circ\left(\frac{\delta Q_{1,2}}{dt}, \dots, \frac{\delta Q_{1,m_U}}{dt}, \dots, \frac{\delta Q_{m_U-1,m_U}}{dt}, \frac{\delta \Delta z_1}{dt}, \dots, \frac{\delta \Delta z_{m_{\Delta z}}}{dt}\right)$

Таким образом, для выполнения экспериментальных исследований перечисленных в предыдущем пункте настоящего параграфе СВП необходимы уравнения для датчиков [310], приведенные в таблице 6, а также изложенный выше формализм получения уравнений динамики ФХП в ФХС. Для большей точности измерений необходимо учитывать как можно больше ФХП, протекающих в исследуемой ФХС [310, 311]. С целью этих экспериментальных исследований описанных СВП необходимо задавать для этих СВП конкретные ФР [182, 187, 224, 312], моделировать с использованием полученной системы уравнений для этих за-

данных функциональных разложений СВП соответствующую динамику исследуемых ФХП [186, 224, 312], определять динамику соответствующих расчетных показаний с датчиков $\mathbf{s}(t)$ в соответствие с таблицей 5, и путем сопоставления этих расчетных показаний $\mathbf{s}(t)$ с экспериментальными $\mathbf{s}_э(t)$, т.е. проверкой условия [182, 312]:

$$\mathbf{s}(t) \equiv \mathbf{s}_э(t),$$

определяем искомые СВП (или множество возможных значений этих СВП) [224, 312]. Из этого условия, используя для разных лабораторных систем показания датчиков [313] определяем диапазоны возможных значений индивидуальных параметров систем и коэффициенты (или их возможные значения) ФР для СВП [224, 312].

Следует также отметить, что для нелинейных систем встает также проблема определения большого числа коэффициентов ФР для СВП. Количество экспериментальных данных наоборот сравнительно мало [312]. Поэтому, приходится идти на упрощение модели [182] методами [183, 231], в частности обнулять коэффициенты ФР для слагаемых с высокими индексами (т.к. их значимость, как и отмечалось выше, с ростом индекса падает) [181]. Более того, для определения оставшихся коэффициентов ФР необходимо декомпонировать получившуюся систему уравнений на частные модели для отдельных соответствующих лабораторных систем методами [183, 231]. Таким образом, полная модель ФХП получится с точностью до некоторого подмножества коэффициентов функциональных разложений свойств веществ и процессов [195, 312].

ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ИЗ УРАВНЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ ПОТЕНЦИАЛЬНО-ПОТОКОВЫМ МЕТОДОМ, ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИАГНОСТИКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

3.1. Анализ систем, характеризующихся протеканием в них физико-химических процессов

3.1.1. Практические задачи и специфика их решения путем моделирования физико-химических процессов

При проектировании и эксплуатации различных технических систем (в том числе и ЛИА, ТПТЭ) перед исследователями и разработчиками встают следующие практические задачи [210 – 223, 314 – 317]:

- выбор структуры (конструкции) и оптимальных параметров проектируемой системы;
- синтез системы управления технической системой;
- разработка алгоритма диагностики и алгоритма прогнозирования технического состояния эксплуатируемой системы;
- анализ предыстории функционирования технической системы (актуально в задачах анализа причин отказов технических систем, причин возгорания, взрыва, и т.д.);
- разработка методики эксплуатации рассматриваемой системы.

Первым (и важнейшим!) этапом решения описанных практических задач является получение из уравнений ФХП в рассматриваемой системе математической модели этой системы [210 – 223, 314 – 317]. Эта модель (в общем случае вероятностная [233]) представляет собой связь между контрольными выходными характеристиками системы (ВХС) (в общем случае ненаблюдаемыми) с ее наблюдаемыми ВХС [194]. Также в качестве контрольных ВХС рассматриваемой ФХС могут выступать ее наблюдаемые ВХС в последующие моменты времени [194, 195]. В последнем случае модели рассматриваемой ФХС носят название прогностических [194, 195]; в остальных случаях – диагностических [194, 195].

Описанные диагностические и прогностические модели ФХП непосредственно могут быть использованы используются для анализа предыстории функционирования системы. Также, используя эти модели, методами [210 – 223, 314 – 325] строятся системы управления, диагностики, а также разрабатывается методика эксплуатации рассматриваемой ФХС, выбор структуры и параметров проектируемой ФХС.

3.1.2. Получение диагностических и прогностических моделей физико-химической системы

3.1.2.1. Используемые методы для построения математической модели системы из уравнений физико-химических процессов в ней

Как уже отмечалось выше, диагностические и прогностические модели рассматриваемой ФХС получаются из системы уравнений ФХП, получаемой в соответствии с рассмотренным в предыдущей главе формализмом построения этой системы уравнений на основе ППМ [224]. Затем, исследовав экспериментально параметры, входящие в эту систему уравнений, из нее и получаем эти диагностические и прогностические модели путем преобразования этой системы уравнений, в результате которого из нее уходят КС и прочие неизвестные постоянные коэффициенты [183, 194, 195, 270]. В общем случае в процессе экспериментальных исследований СВП и преобразования системы уравнений динамики ФХП используется упрощение системы уравнений (полученной ППМ) динамики ФХП [231].

Описанное исключение КС и неизвестных постоянных коэффициентов из системы уравнений ФХП может быть осуществлено [270]:

- аналитически путем упрощения системы уравнений ФХП и дальнейшего аналитического преобразования упрощенных выражений;
- численно-аналитически с использованием методов Монте-Карло, путем задания случайным образом (из множества возможных значений) коэффициентов, входящих в уравнения ФХП, и начальных значений КС, дальнейшего расчета соответствующих динамик этих ФХП и получения на этом множестве возможных динамик описанных диагностических и прогностических моделей этой системы [194, 195, 270].

В случае аналитического преобразования систем уравнений динамики ФХП в подавляющем большинстве случаев выполняется упрощение системы уравнений физико-химических процессов [183, 270] методами [231]. На каждом подмножестве множества (возможных значений) начальных значений динамических переменных и неизвестных постоянных коэффициентов свое упрощение системы уравнений [183] динамики ФХП [231, 270]. Таким образом, мы имеем множество моделей, каждая из которых соответствует подмножеству множества (возможных значений) начальных значений и неизвестных коэффициентов [183, 270]. Каждое такое подмножество описанных величин соответствует также конкретной марке моделируемого технического объекта [270]. Отсюда, из полученного множества моделей мы для каждой марки моделируемого технического объекта выбираем ту модель, которая наилучшим образом и с требуемой точностью описывает экспериментально полученные результаты испытаний этого объекта [270].

Аналогичным образом и в случае численно-аналитического получения математической модели технического объекта мы также множество (возможных значений) начальных значений динамических переменных и значений коэффициентов разбиваем на подмножества, на каждом из которых строим (численно, с использованием методов Монте-Карло и методов аппроксимации) соответствующую математическую модель рассматриваемого объекта [194, 195, 270]. И затем для каждой марки рассматриваемого объекта, используя результаты испытаний этих объектов, выбираем математическую модель, наилучшим образом описывающую эти результаты испытаний [194, 195, 270]. Отсюда, метод численно-аналитического построения модели, как нетрудно видеть, является развитием метода, основанного на аналитических преобразованиях системы уравнений (в общем случае кусочно упрощенной) [183] динамики ФХП в рассматриваемой ФХС.

Система уравнений ФХП в рассматриваемых ФХС (в том числе и в ХИЭЭ) в общем случае сложная [184 – 187, 190, 224]. Поэтому, математические модели (диагностические и прогностические) произвольных ФХС (в частности ХИЭЭ) целесообразно получить численно-аналитическими методами [194, 195, 270].

3.1.2.2. Факторы, определяющие протекание физико-химических процессов

Анализируя ФХП в произвольных ФХС с целью построения математических моделей (диагностических и прогностических) этих систем, необходимо понимать, какие факторы

определяют протекание этих процессов и как эти факторы и эти процессы взаимосвязаны между собой (рисунок 12) [195].

Эти факторы, как нектрудно видеть из рисунка 12, определяются описанной в предыдущей главе современной неравновесной термодинамикой [184 – 186, 224]. Эти факторы (рисунок 12) можно подразделить на внутренние (СВП) и на внешние [195, 224]: начальное состояние системы, внешние воздействия, флуктуации. Таким образом, для получения описанных математических моделей (диагностических и прогностических) рассматриваемой ФХС необходимо в лабораторных системах (ЛС) экспериментально исследовать СВП (видно из рисунка 12), т.е. диапазоны коэффициентов, входящих в ФР для этих СВП, [195, 312, 313] а затем численно-аналитически преобразовать систему уравнений динамики ФХП в рассматриваемой ФХС (в рассматриваемом ХИЭЭ) таким образом, чтобы ушли КС, индивидуальные параметры и неизвестные внешние воздействия, а также эти неизвестные коэффициенты этих ФР этих СВП в рассматриваемой ФХС (рисунок 12) [194, 195, 270]. Параметры, входящие в полученную модель, получаются из экспериментальных исследований ЛС [194].

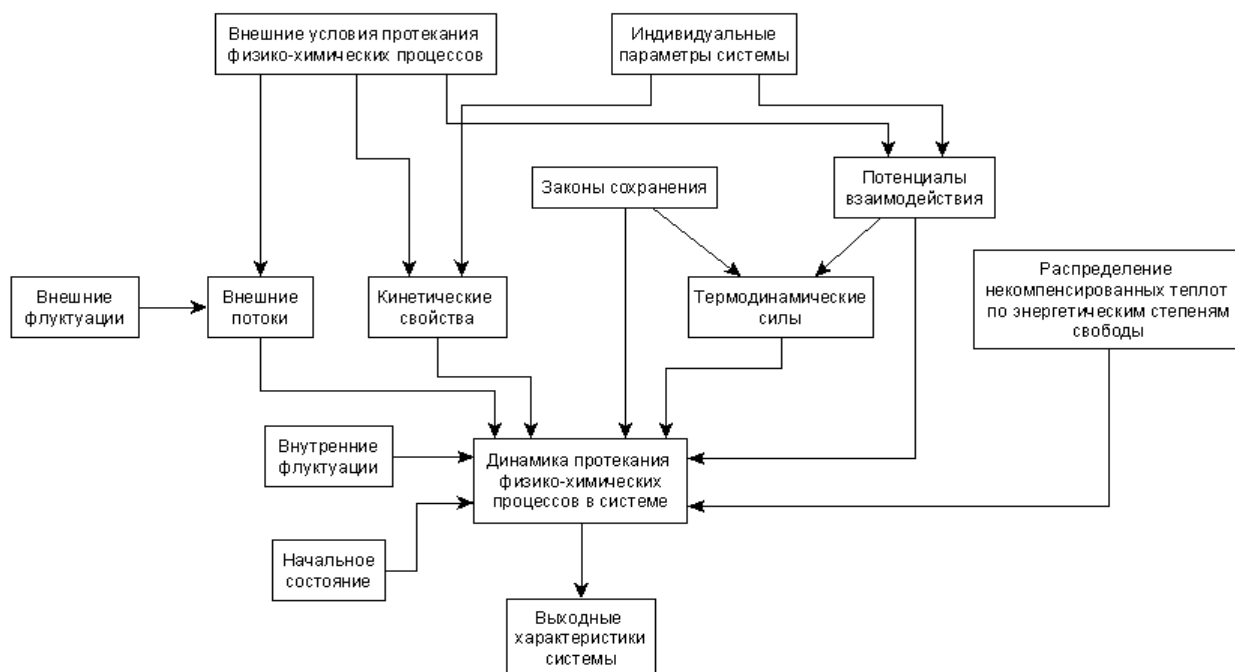


Рисунок 12 – Факторы, определяющие протекание физико-химических процессов

В ЛС помимо диапазонов коэффициентов, входящих в ФР для СВП, одновременно оцениваются еще и индивидуальные параметры этой ЛС, а также ее начальное состояние [195, 270].

3.1.2.3. Методика построения диагностических и прогностических моделей

Диагностические модели произвольных ФХС будем искать в виде [195]:

$$\mathbf{v}_y(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_y(t), \mathbf{x}_z(t), \mathbf{x}_s(t), \mathbf{q}) + \mathbf{e}_y(t), \quad \mathbf{x}_y(t_0) = \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}_z(t_0), \mathbf{x}_s(t_0), \mathbf{q}) + \mathbf{e}_{\tilde{y}}, \quad (59)$$

где $\mathbf{v}_y(t)$ – старшие производные ненаблюдаемых ВХС $\mathbf{y}(t)$ рассматриваемой ФХС; $\mathbf{x}_z(t)$ – наблюдаемые ВХС $\mathbf{z}(t)$ и их младшие производные; $\mathbf{x}_y(t)$ – ненаблюдаемые ВХС $\mathbf{y}(t)$ и их младшие производные; $\mathbf{x}_s(t)$ – известные внешние воздействия $\mathbf{s}(t)$ и их производные; \mathbf{q} – параметры ММ рассматриваемой ФХС, имеющие фиксированное значение для конкретного экземпляра этой системы и различны для разных экземпляров ФХС; $\mathbf{e}_y(t)$ – составляющие шума, причем:

$$\|\mathbf{e}_y(t)\| \ll \|\mathbf{v}_y(t)\|, \quad \|\mathbf{e}_{\tilde{y}}\| \ll \|\mathbf{x}_y(t_0)\|.$$

Прогностические модели произвольных ФХС (в том числе и произвольных ХИЭЭ) будем искать в виде [195]:

$$\mathbf{v}_z(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_z(t), \mathbf{x}_s(t), \mathbf{q}) + \mathbf{e}_z(t), \quad (60)$$

где $\mathbf{v}_z(t)$ – старшие производные наблюдаемых ВХС $\mathbf{z}(t)$; $\mathbf{e}_z(t)$ – составляющая шума, причем:

$$\|\mathbf{e}_z(t)\| \ll \|\mathbf{v}_z(t)\|.$$

Производные по времени ВХС, входящие в (59) и (60), могут быть разделенными разностями [234]; сами ВХС могут быть также как непрерывными, так и дискретными [195, 234]. Эти производные по времени (или разделенные разности) наблюдаемых ВХС, определяемые из (59) и (60), определяют динамику рассматриваемых ВХС в последующие моменты времени.

Как неоднократно отмечалось выше, математические модели (59) и (60) наблюдаемой ФХС строятся на множестве возможных динамик ФХП в ней, соответствующих множеству значений приведенных ранее факторов (рисунок 12) [194, 195, 270]. Эти возможные динамики, как отмечалось выше (в соответствии с методологией численно-аналитического преобразования системы уравнений динамики ФХП [194, 270]), рассчитываются в соответствии с ППМ путем задания ФР для СВП и прочих величин, входящих в формализм ППМ (рисунки 12 и 13) [194, 195, 270]. Построение этой математической модели (59) и (60) осуществляется путем подбора таких функций (и параметров этих функций) в правых частях (59) и (60), что-

бы динамики ВХС, рассчитанные по (59) и (60), совпадали с соответствующими возможными динамиками ВХС (полученными из уравнений динамики ФХП в рассматриваемой системе), т.е. невязки $\Delta \mathbf{z}_{i,j}(t)$, $j = 1, n_{кр,i}$, $i = 1, N_{вар}$, определяемые в силу [194, 195, 270]:

$$\Delta \mathbf{z}_{i,j}(t) \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{z,i,j}(t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{z,i,j}(t), \mathbf{x}_{s,i,j}(t), \mathbf{q}_i) \\ \mathbf{v}_{y,i,j}(t) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_{y,i,j}(t), \mathbf{x}_{z,i,j}(t), \mathbf{x}_{s,i,j}(t), \mathbf{q}_i) \end{pmatrix}, \quad j = 1, n_{кр,i}, \quad i = 1, N_{вар}, \quad (61)$$

где $N_{вар}$ - число различных вариантов СВП, индивидуальных параметров ФХС (рисунок 12); $n_{кр,i}$, $i = 1, N_{вар}$ - число рассчитанных динамических кривых ВХС, соответствующих i -му набору СВП и индивидуальных параметров системы, (рисунок 13) тождественно равнялись нулю [194, 195, 270]:

$$\Delta \mathbf{z}_{i,j}(t) \equiv \mathbf{0}, \quad j = 1, n_{кр,i}, \quad i = 1, N_{вар}. \quad (62)$$

Математическая модель (59) и (60) представляет собой результат описанного численно-аналитического преобразования системы уравнений динамики ФХП в рассматриваемой ФХС [194, 195, 270]. Невязки $\Delta \mathbf{z}_{i,j}(t)$, $j = 1, n_{кр,i}$, $i = 1, N_{вар}$ - абсолютные погрешности численно-аналитического преобразования системы уравнений динамики ФХП в ФХС [194, 195, 270].

Таким образом, построение этой ММ на множестве возможных динамик ФХП (точнее множестве возможных динамик ВХС) анализируемой ФХС, как видно из (59) – (62) сводится к минимизации целевой функции (рисунок 14) [194, 195]:

$$G = \frac{1}{2N_{вар}} \sum_{i=1}^{N_{вар}} \frac{1}{n_{кр,i}} \sum_{j=1}^{n_{кр,i}} \int_{t_{0,i,j}}^{t_{0,i,j}+T_{i,j}} \Delta \mathbf{z}_{i,j}(t) \mathbf{A}_{t,i,j}(t) \Delta \mathbf{z}_{i,j}(t) dt, \quad (63)$$

где $\mathbf{A}_{t,i,j}(t)$, $j = 1, n_{кр,i}$, $i = 1, N_{вар}$ - симметричные положительно определенные матрицы; $t_{0,i,j}$, $j = 1, n_{кр,i}$, $i = 1, N_{вар}$ - момент времени начала моделирования j -й динамики при i -м наборе СВП и индивидуальных параметров системы; $T_{i,j}$, $j = 1, n_{кр,i}$, $i = 1, N_{вар}$ - промежуток времени моделирования j -й динамики при i -м наборе СВП и индивидуальных параметров системы. Минимизация этой целевой функции (63) осуществляется любым известным алгоритмом оптимизации [194, 195, 234].

Параметры \mathbf{q} определяются из контрольных испытаний рассматриваемой ФХС (в частности рассматриваемого ХИЭЭ), используя (60). Как правило в качестве параметров \mathbf{q} берутся параметры, характеризующие динамики контрольных наблюдаемых ВХС, полученные в процессе контрольных испытаний рассматриваемой ФХС. В противном случае эти параметры \mathbf{q} определяем из результатов контрольных испытаний рассматриваемого экземпляра ФХС, используя методы [182].

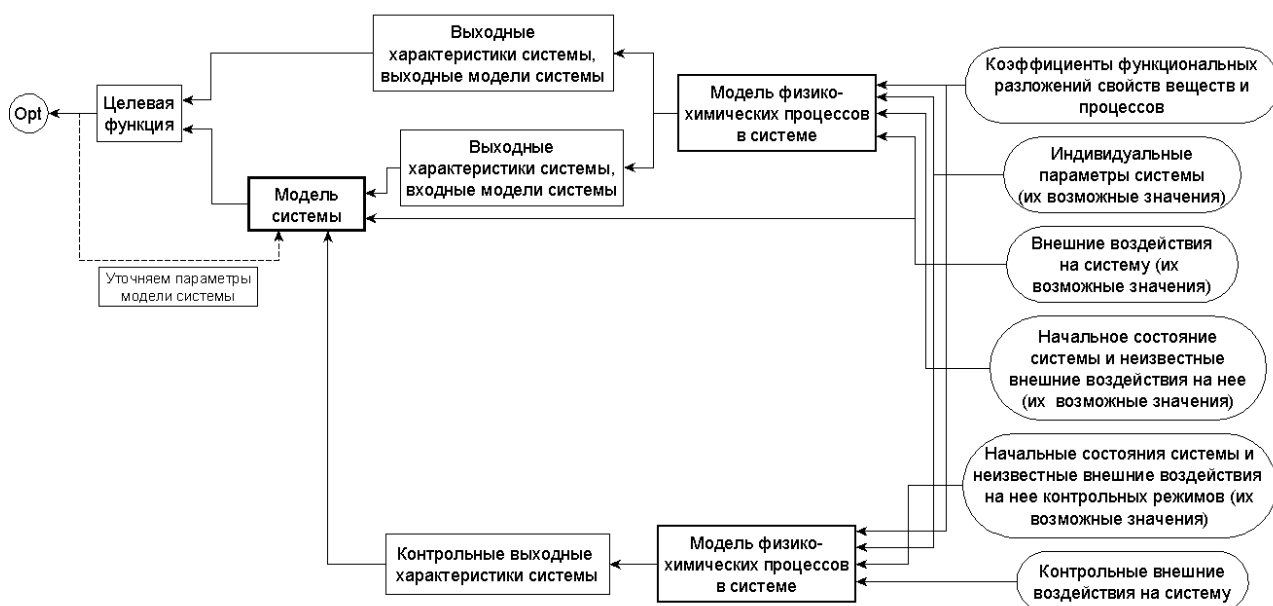


Рисунок 14 – Построение модели ФХС на множестве возможных динамик ФХП в ней

Как видно из системы (59), (60), (63), построение диагностической или прогностической математической модели рассматриваемой ФХС (59) и (60) включает в себя использование алгоритмов аппроксимации [234], алгоритмов машинного обучения [239], алгоритмов символьной регрессии [235 – 238], нейросетевым алгоритмам [240 – 249].

3.1.3. Экспериментальные исследования физико-химических процессов

Получение описанных диагностических и прогностических моделей (59) и (60) произвольных ФХС основывается на математическом моделировании ФХП в этой рассматриваемой ФХС; для этого моделирования необходима информация об СВП, полученная из экспериментальных исследований ЛС [195, 312]. Более того, в общем случае могут быть неизвестны сами ФХП (например, химические превращения, протекающие в системе, в которой находятся те или иные реагенты); факты протеканий этих ФХП также необходимо установить из экспериментальных данных [312].

СВП, а также сами ФХП экспериментально исследуются в ЛС (в общем случае в ансамбле ЛС) [195, 312], которые представляют собой ФХС, оснащенные датчиками [195, 312, 313]. Эти экспериментальные исследования осуществляются путем расчета наблюдаемых ВХС и их сопоставлением с соответствующими экспериментальными данными наблюдае-

мых ВХС (рисунок 15) в общем случае для заданного класса возможных ФХП в исследуемых экспериментально ЛС [195, 312]. Целевая функция в таком случае характеризует отклонение расчетных значений наблюдаемых ВХС от соответствующих экспериментальных значений этих наблюдаемых ВХС в исследуемых ЛС [182, 195, 312].

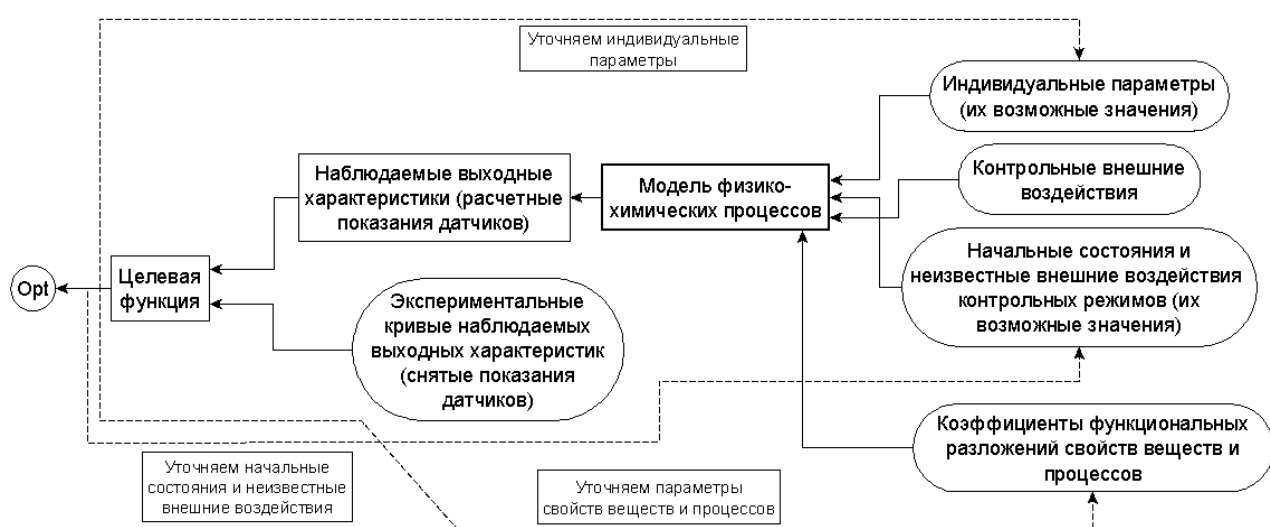


Рисунок 15 – Экспериментальные исследования физико-химических процессов, а также их свойств

Отсюда, в процессе экспериментальных исследований ФХП, и их СВП, минимизация целевой функции осуществляется по следующим величинам (рисунок 16), для которых задаются соответствующие множества [195, 312]:

- начальным состояниям системы (меняется от ЛС к ЛС, от испытания к испытанию каждой из этих ЛС);
- коэффициентам, характеризующим внешнее воздействие (меняются от ЛС к ЛС, от испытания к испытанию каждой из этих ЛС);
- индивидуальным параметрам системы (меняются от ЛС к ЛС и одинаковы для всех испытаний каждой из этих ЛС);
- параметрам, задающим ФС для СВП (одинаковы для всех ЛС и соответственно испытаний каждой из этих ЛС).

В общем случае параметры ФР для СВП, определяются путем экспериментальных исследований ансамбля ЛС из условия [182, 195, 312]:

$$\Delta \mathbf{z}_{n,i,j}(t) = \mathbf{z}_{n,i,j}(t) - \mathbf{z}_{n,i,j}^{\ominus}(t) = \mathbf{0}, \quad t \in T_{i,j}^{\ominus}, \quad j = 1, n_{u,i}, \quad i = 1, N_{ЛС}, \quad (64)$$

где $T_{i,j}^{\ominus}$, $j = 1, n_{u,i}$, $i = 1, N_{\text{ЛС}}$ - множество моментов времени, в которые снимаются экспериментальные значения $\mathbf{z}_{n,i,j}^{\ominus}(t)$, $t \in T_{i,j}^{\ominus}$, $j = 1, n_{u,i}$, $i = 1, N_{\text{ЛС}}$ соответствующих наблюдаемых ВХС $\mathbf{z}_{n,i,j}(t)$, $t \in T_{i,j}^{\ominus}$, $j = 1, n_{u,i}$, $i = 1, N_{\text{ЛС}}$ i -й ЛС рассматриваемого ансамбля ЛС, полученной из уравнений динамики ФХП в ЛС (в общем случае преобразованной описанными выше численно-аналитическими методами); $n_{u,i}$, $i = 1, N_{\text{ЛС}}$ - число испытаний i -й ЛС рассматриваемого ансамбля ЛС; $N_{\text{ЛС}}$ - число ЛС рассматриваемого ансамбля ЛС.

Целевая функция (рисунок 15) в таком случае определяется путем усреднения по всем ЛС и по всем испытаниям каждой ЛС в соответствии с [182, 195, 312]:

$$G = \frac{1}{2N_{\text{ЛС}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ЛС}}} \frac{1}{n_{u,i}} \sum_{j=1}^{n_{u,i}} \sum_{t \in T_{i,j}^{\ominus}} \Delta \mathbf{z}_{n,i,j}^T(t) \bar{\mathbf{A}}_{t,i,j}(t) \Delta \mathbf{z}_{n,i,j}(t), \quad (65)$$

где $\bar{\mathbf{A}}_{t,i,j}(t)$, $t \in T_{i,j}^{\ominus}$, $j = 1, n_{u,i}$, $i = 1, N_{\text{ЛС}}$ - симметричные положительно определенные матрицы.

Следует также отметить, что в общем случае из описанного испытания ансамбля ЛС (путем минимизации целевой функции (65)) мы получим лишь суженный класс возможных ФХП в системе и соответствующие суженные классы ФС для СВП для этих ФХП [182, 195, 232, 312]. Отсюда становится важным априорный выбор этих классов, позволяющий учесть результаты предыдущих исследований [182, 232, 311].

На полученном суженном классе ФС для СВП, а также на множестве возможных значений индивидуальных параметров, начальных состояний, неизвестных внешних воздействий системы (в общем случае для каждого класса СВП каждого ФХП из рассматриваемого класса ФХП) строится множество возможных динамик ФХП в рассматриваемой системе, на котором в соответствии с описанном выше строится ММ рассматриваемой ФХС [195, 232, 312].

3.2. Упрощенные уравнения физико-химических процессов

Итак, в предыдущем параграфе была рассмотрена методология решения практических задач и экспериментальных исследований СВП на основе математического описания ФХП в соответствие с формализмом, изложенном в предыдущей главе.

Рассмотренная в предыдущем параграфе методология решения практических задач и экспериментальных исследований СВП на основе математического моделирования сводится к расчету ВХС из математического моделирования ФХП в соответствие с формализмом, изложенном в предыдущей главе, и последующему получению математических моделей на основе полученных ВХС [166, 170, 226].

Алгоритм получения математической модели предполагает многократный описанный расчет динамик этих ВХС; как нетрудно видеть, описанная процедура получения математической модели является трудоемкой [167]. Отсюда очевидно вытекает, что описанная методология решения описанных задач требует даже в случае простых задач не соответствующих этим задачам вычислительных и временных ресурсов [167]. Решением описанной проблемы является упрощение системы уравнений ФХП, описывающих исследуемую ФХС [167].

Упрощению системы уравнений динамики ФХП (полученной в соответствие с описанным в предыдущей главе формализмом потенциально-потокowego метода) посвящен настоящий параграф.

3.2.1. Декомпозиция физико-химической системы на совокупности в ней протекающих физико-химических процессов и использование промежуточных входных динамик

Упрощение системы уравнений динамики ФХП в исследуемой ФХС основано на декомпозиции этой ФХС на совокупности этих ФХП (рисунок 17) [231]. В любой совокупности таких ФХП могут быть процессы, связанные с ФХП, входящими в другую совокупность этих процессов (рисунок 17) [231]. Объединение ФХП в описанные совокупности осуществляется из соображений более сильной связи между этими процессами внутри совокупности и более слабой связи между рассматриваемыми ФХП из разных совокупностей [231]. ФХП на рисунках 17 – 22, демонстрирующих декомпозицию ФХП в рассматриваемой ФХС показаны в виде блочных диаграмм [224], на которых отдельными блоками показаны КС, ТС, конкретные ФХП, уравнения баланса и ВХС [224].

Как и показано на рисунке 17, связь ФХП в исследуемой ФХС обуславливается перекрестными эффектами, связью ТС с ПВЗ, зависимостью КМ, ПВЗ от КС. КМ, ПВЗ, как отмечалось ранее, определяются коэффициентами ФР для ФС КМ, ПВЗ [231]. Описанную декомпозицию можно применить и для выделенных подгрупп ФХП в рассматриваемой ФХС, т.е. такая декомпозиция может содержать в себе и уровни вложенности. Причем, чем сложнее

рассматриваемая ФХС, тем больше уровней вложенности ее декомпозиция ФХП в рассматриваемой ФХС на подсовокупности процессов может содержать.

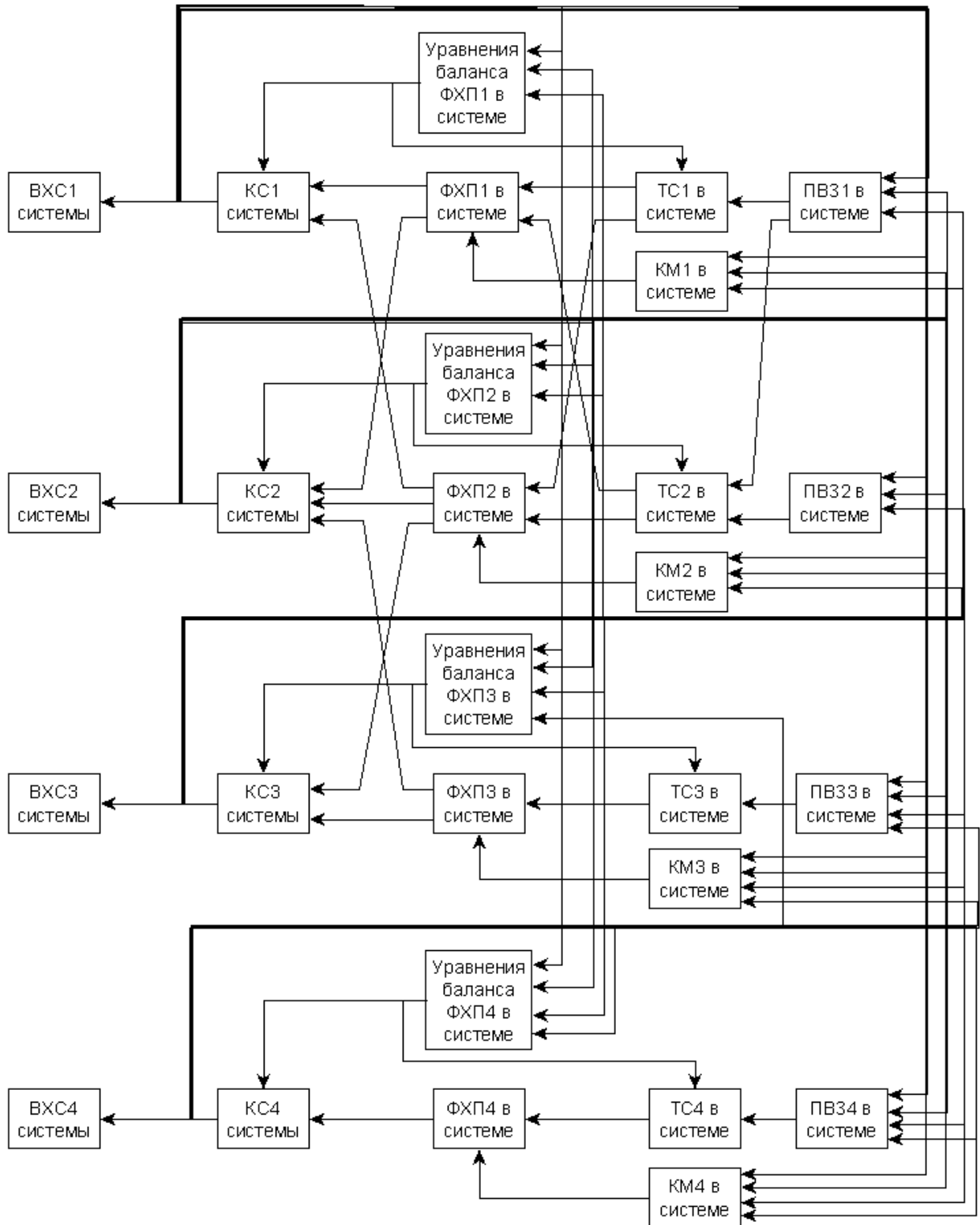


Рисунок 17 – Декомпозиция ФХС на совокупности ФХП, в ней протекающих

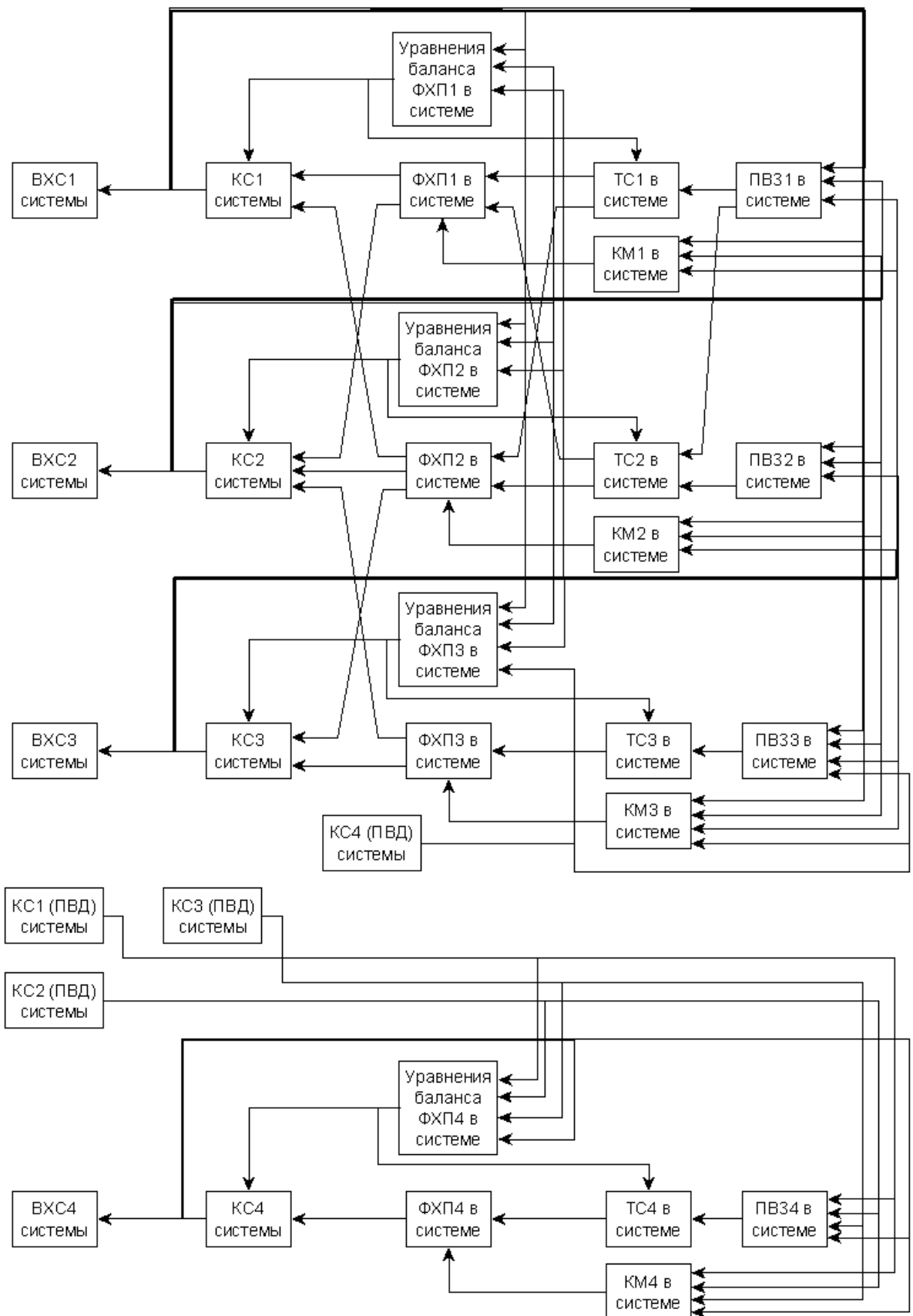


Рисунок 18 – Декомпозиция ФХС на ФХП, в ней протекающие. ПВД – замороженные КС, определяемые другими ФХП

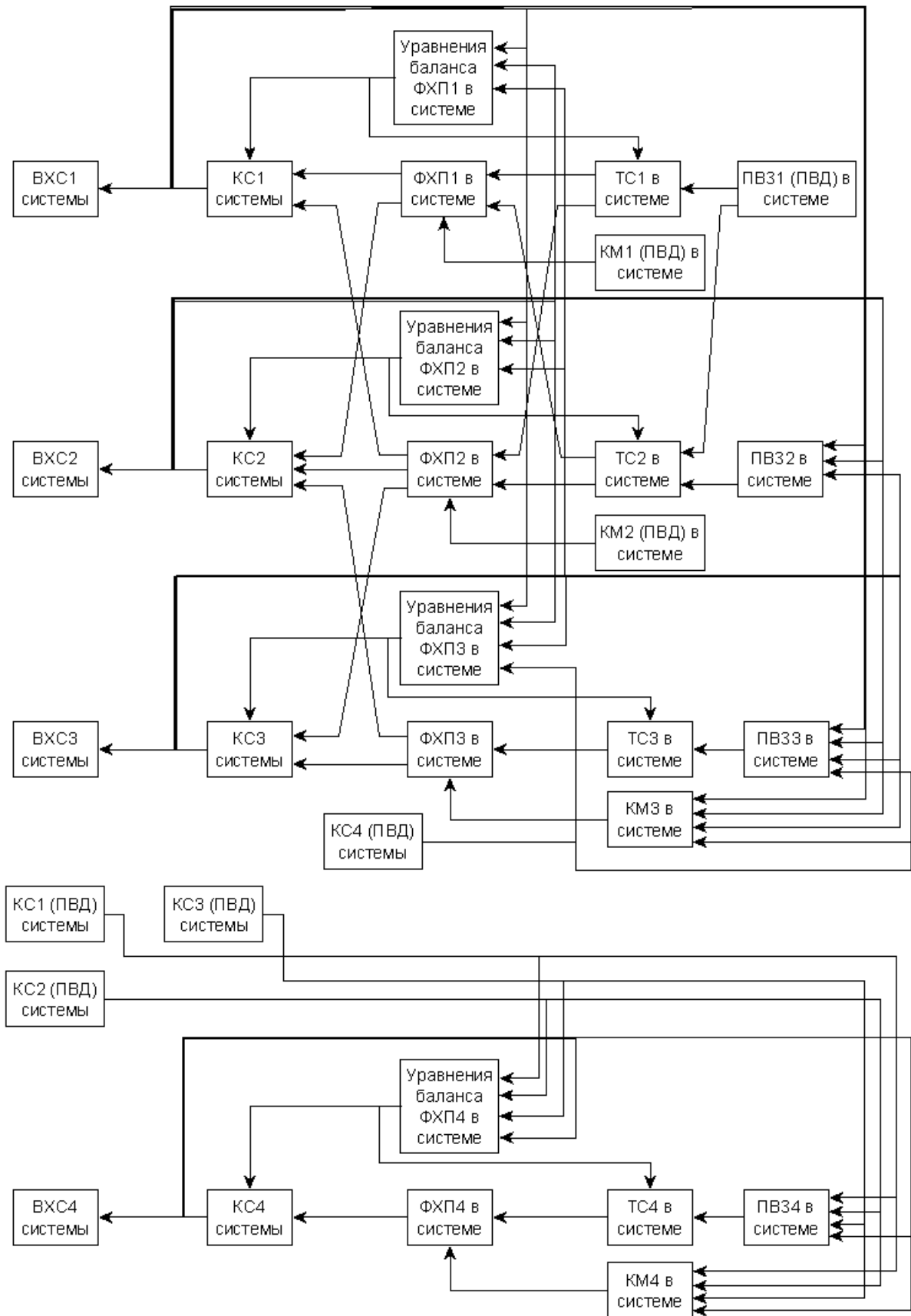


Рисунок 19 – Декомпозиция ФХС на ФХП, в ней протекающие. ПВД – замороженные КС, определяемые другими ФХП, замороженные ПВЗ и КМ

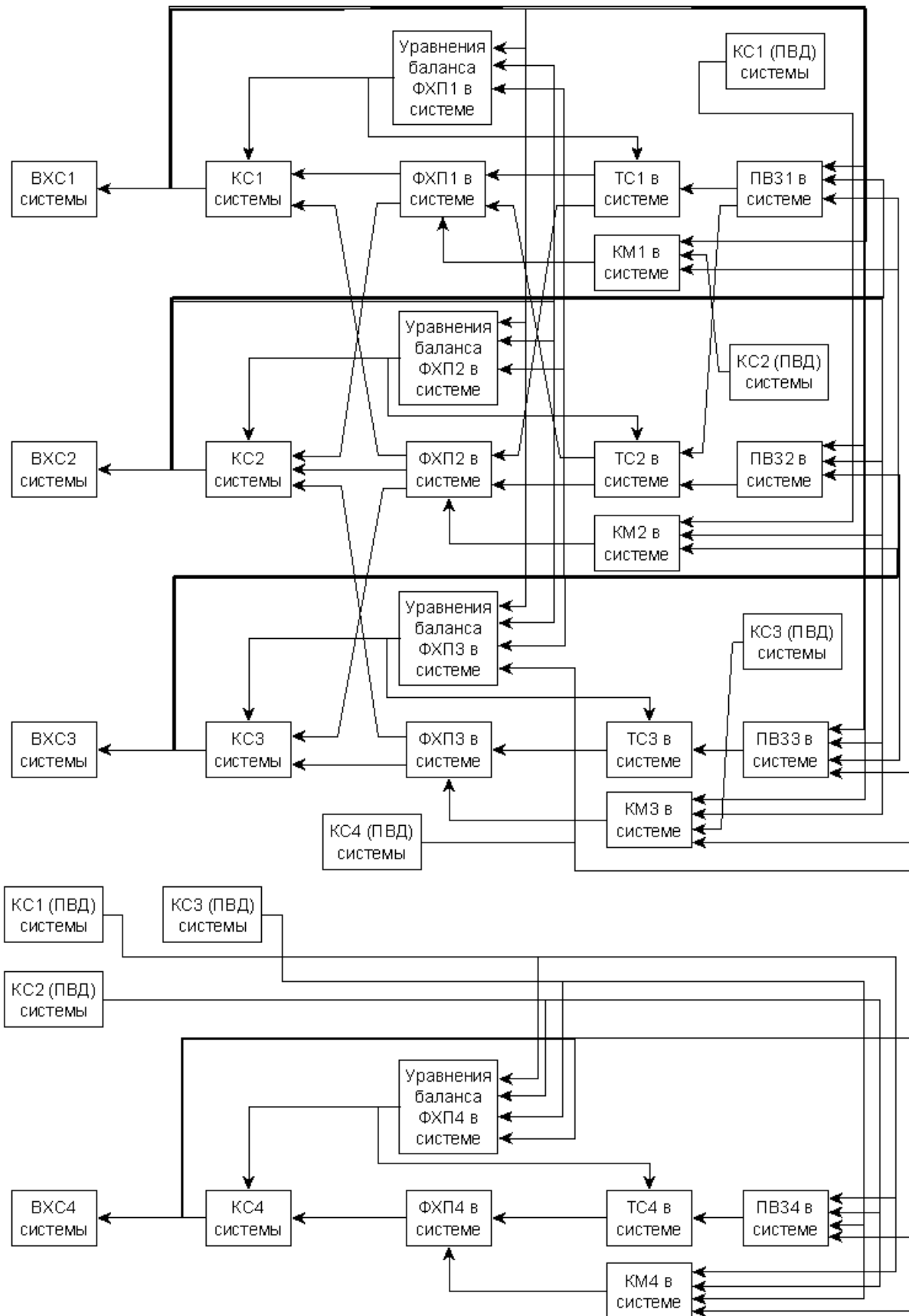


Рисунок 20 – Декомпозиция ФХС на ФХП, в ней протекающие. Частичный разрыв связей. ПВД – замороженные КС, определяемые другими ФХП

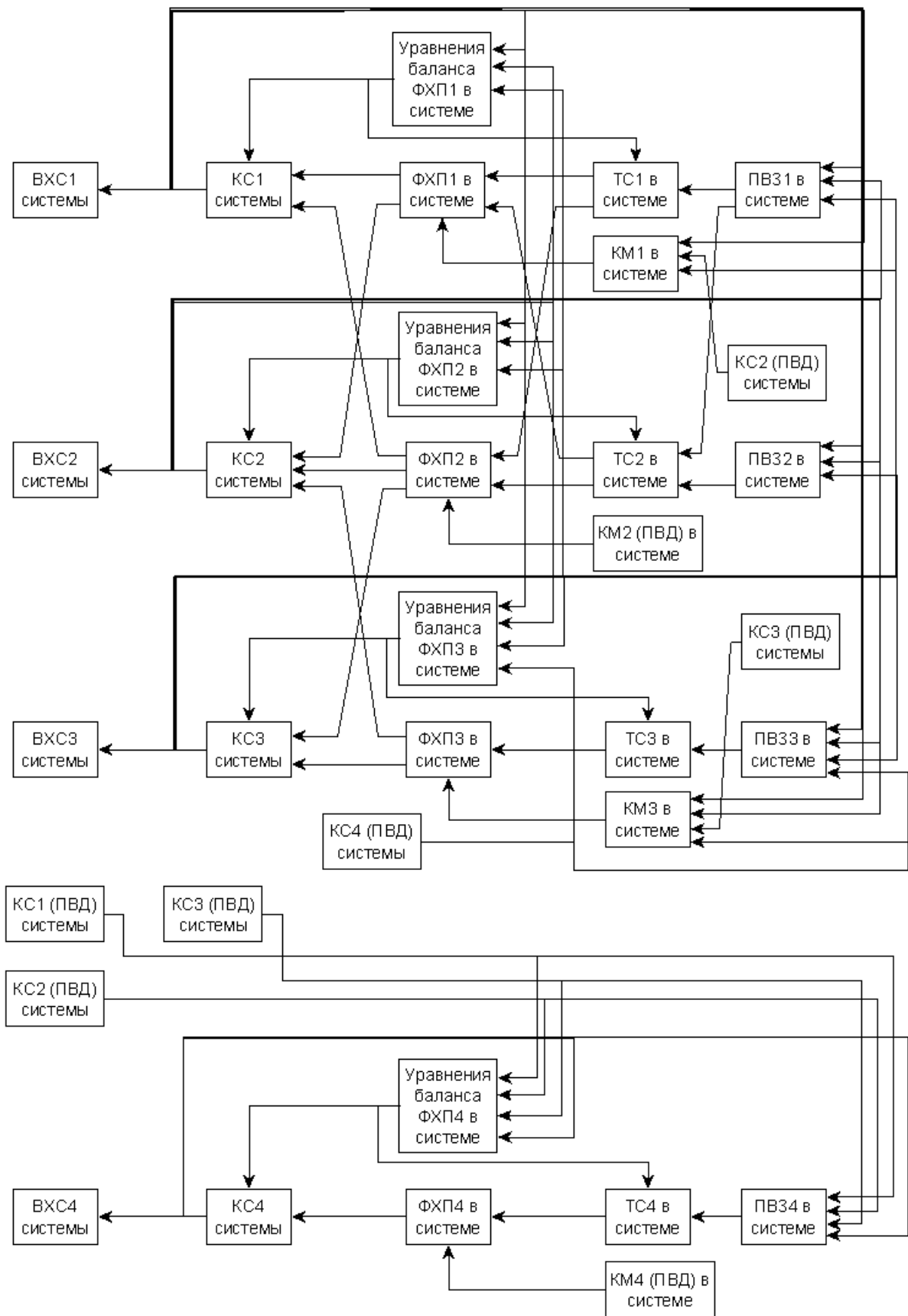


Рисунок 21 – Декомпозиция ФХС на ФХП, в ней протекающие. Частичный разрыв связей.
ПВД – замороженные КС, определяемые другими ФХП, КМ

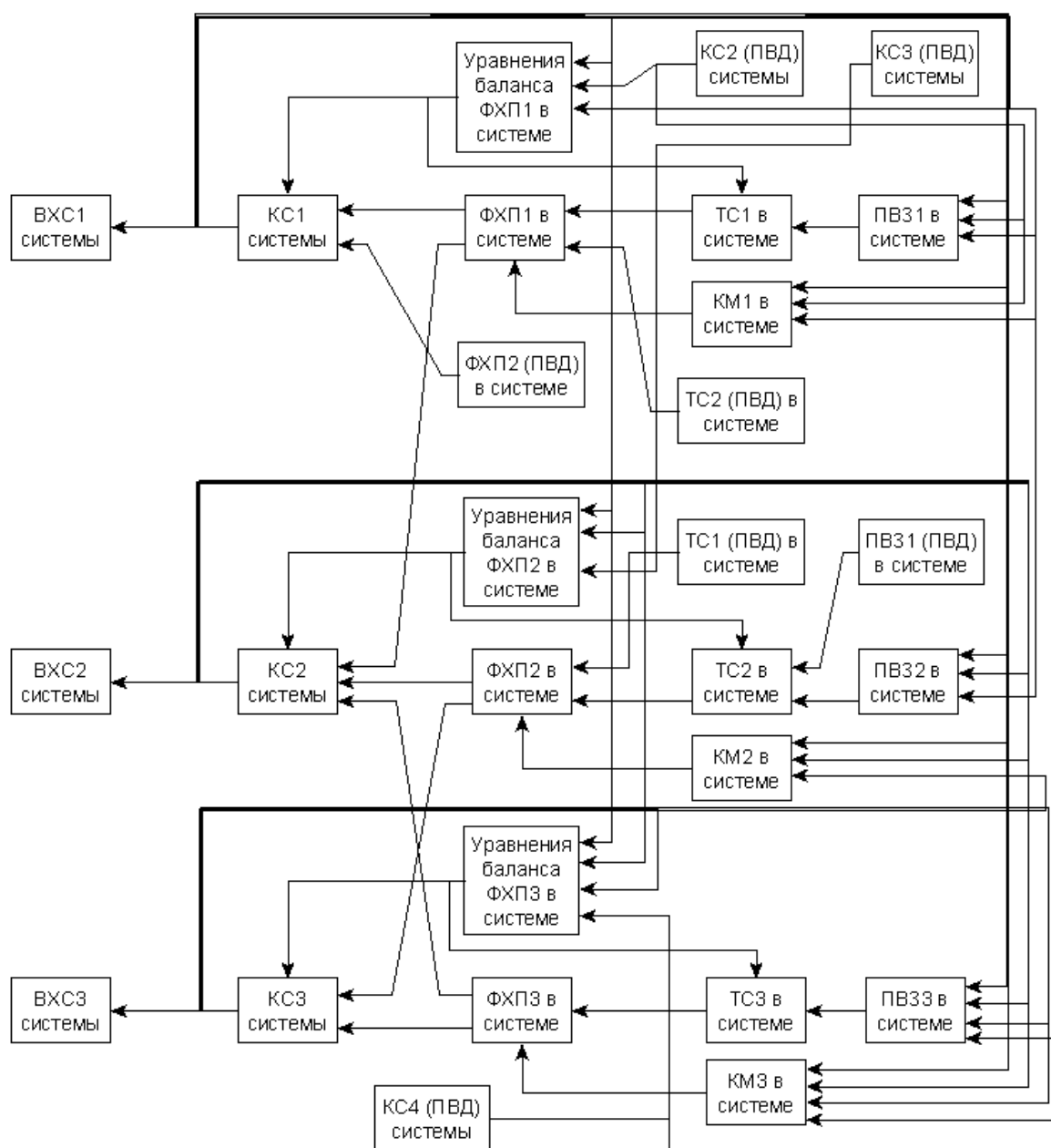


Рисунок 22 – Декомпозиция ФХС на ФХП, в ней протекающие. Выделение части системы с разрывом внутренних связей. ПВД – замороженные КС, ТС, ПВЗ, определяемые другими ФХП, замороженные скорости протекания этих других ФХП

На первой итерации минимизации описанных целевых функций выполняется решение полной системы уравнений ФХП (блочнo-диаграммное представление этой системы на рисунке 17) в исследуемой ФХС [231]. Затем по слабым связям в процессе декомпозиции системы осуществляется заморозка входных динамик (см. рисунки 18 – 22) [231]. Т.е. на вход подсистем (описанных совокупностей ФХП) подаются соответствующие входные динамики, полученные в результате расчетов на начальной итерации алгоритмов решения практических

задач и экспериментальных исследований СВП рассмотренных выше методологий решения этих задач (рисунок 18 – 22) – промежуточные входные динамики (ПВД) [231]. Эти ПВД с изменением оптимизируемых в этих задачах коэффициентов не меняются [231]. Т.к. после такого упрощения с такой оптимизацией результаты будут отличаться от полного расчета (по полной системе уравнений динамики ФХП), то этот полный расчет необходимо повторять периодически (в целях уточнения ПВД) [231].

При таком подходе, как нетрудно видеть, расчеты существенно упрощаются (рисунки 17 – 22). Упрощение системы уравнений ФХП после каждого уточнения ПВД может быть различным (рисунки 18 – 22) [231]. Оно выбирается из соображений минимально необходимого количества вычислительных операций для решения задач построения математической модели рассматриваемой ФХС [231]. Такое упрощение, как нетрудно видеть, является гибким [231].

Декомпозиция связей на более сильные и на более слабые осуществляется путем анализа чувствительностей динамики системы по различным связям [183]. С этой целью осуществляется моделирование полной динамики системы и динамики системы с разорванными связями (с введенной ПВД) с дальнейшим сопоставлением результатов моделирования и расчета чувствительности этих динамик к разорванным связям [183]. Затем связи рвутся по мере усиления: сначала самые слабые, потом более сильные, и т.д.

Описываемые ПВД могут браться путем фиксации КС прочих процессов, КМ, ПВЗ (рисунки 18 – 22) [231]. Во всех случаях эти ПВД выбираются из физических соображений, исходя из вышеописанного анализа чувствительности ПВЗ, КМ к оптимизируемым параметрам [231]. Причем выбор этих ПВЗ итерационный – если выбранное упрощение не является эффективным, то возвращаемся к исходным после последнего уточнения ПВД оптимизируемым параметрам и выбираем описанным способом другие ПВД [231].

3.2.2. Учет представления базисных функций функциональных разложений свойств веществ и процессов для упрощения системы уравнений динамики физико-химических процессов

ФР, используемые для задания ФС для ПВЗ, КМ, задаются с использованием базисных функций [187]. Эти базисные функции в общем случае задаются, как композиция более простых функций (символьная регрессия) [187, 235 – 238]. Используя такое задание базисных

функций в рассматриваемых ФР, можно описанными в предыдущем параграфе методами с использованием символьной регрессии получить как наиболее удобный вид базисных функций рассматриваемых ФР, так и коэффициенты этого разложения [187, 235 – 238]. А значит, имея такое представление в виде символьной регрессии ФС для СВП (ПВЗ, КМ), можно описанным в предыдущем пункте способом, используя метод символьной регрессии [235 – 238], упрощать систему уравнений ФХП в рассматриваемой ФХС [231].

3.2.3. Другие подходы к упрощению системы уравнений динамики физико-химических процессов

Помимо описанного в настоящем параграфе упрощения системы уравнений ФХП в исследуемой ФХС методом декомпозиции этой ФХС на совокупности ФХП существуют еще описанные в предыдущей главе и в [182] методы, основанные на обнулении большей части коэффициентов ФР для СВП (КМ и ПВЗ), неизвестных внешних воздействий. Такое упрощение не является уточняемым аналогично описанному в настоящем параграфе упрощению уравнений динамики ФХП в рассматриваемой ФХС [231]. Метод обнуления части коэффициентов ФР для СВП может быть использован для уточнения начальных приближений (начальных итераций) синтезируемой модели ФХС [231]. Выполнив описанным выше способом построение начальных приближений искомым диагностическим и прогностическим моделям рассматриваемой ФХС, мы затем эти модели доводим описанным в 3.2.1 способом.

Частным случаем описанной декомпозиции ФХС является выделение быстропротекающих и медленно протекающих ФХП [231, 233]. Выполнив декомпозицию рассматриваемой ФХС на быстро и медленно протекающие процессы, мы можем строить диагностические и прогностические модели отдельно для быстропротекающих процессов и для медленно протекающих процессов [233]. Первые модели (получаемые для замороженных КС, определяемых медленно протекаемых процессов, для замороженных КП этих медленно протекающих процессов [233]) используются для диагностики и прогнозирования состояния системы в процессе ее функционирования, а вторые модели (получаемые в масштабе времени медленно протекающих процессов [233]) – для диагностики и прогнозирования контрольных параметров, входящих в первые модели, в зависимости от условий эксплуатации системы [233]. Вторые модели нужны для планирования технического обслуживания технических объектов.

3.3. Вероятностные диагностические и прогностические модели

Построив описанным выше способом диагностические и прогностические модели произвольной пользовательской ФХС, мы, получив с датчиков наблюдаемые величины, определим ненаблюдаемые величины, в зависимости от значений которых будем принимать то или иное решение [194, 195]. К наблюдаемым выходным характеристикам системы относятся еще и идентификационные наблюдаемые выходные характеристики системы, которые получаются в результате контрольных испытаний рассматриваемой системы [194].

Однако в общем случае не все идентификационные наблюдаемые выходные характеристики рассматриваемой системы в текущих условиях эксплуатации могут быть измерены [233]. В таком случае нам необходима статистика этих контрольных наблюдаемых ВХС, которые невозможно измерить в текущих условиях эксплуатации [233]. Имею эту статистику, мы методами теории вероятностей [250] определяем условные вероятностные характеристики ненаблюдаемых выходных характеристик рассматриваемой ФХС [233], а затем строим в соответствии с 3.1.2.3 модель для этих вероятностных характеристик [233]. Отсюда и получаются вероятностные модели рассматриваемой ФХС [233].

3.4. Формализм построения диагностических и прогностических моделей физико-химических систем

Математическая модель заданной ФХС строится из экспериментальных данных (из результатов испытаний ансамбля ЛС) в соответствии с формализмом, вытекающим из [194, 195, 231, 233, 250 – 252]:

1. Формулируем на основе формализма ППМ системы уравнений динамики ФХП в каждой ЛС.
2. Формулируем системы уравнений для выходных характеристик каждой ЛС.
3. Путем упрощения этой системы уравнений (динамики ФХП и для выходных характеристик каждой ЛС) и дальнейшего преобразования (в общем случае численно-аналитического) этой упрощенной системы, при котором из нее уйдут КС, неизвестные внешние воздействия, индивидуальные параметры, получаем матема-

тические модели каждой рассматриваемой ЛС с точностью до постоянных коэффициентов, входящих в ФР для СВП.

4. Определяем из результатов испытаний ЛС диапазоны постоянных коэффициентов ФР для СВП, используя полученные в предыдущем пункте математические модели ЛС.
5. Выполняем экспериментальную проверку полученных математических моделей каждой ЛС (необходимо для проверки корректности допущений, на основе которых строилась система уравнений динамики ФХП и выходных характеристик в этих ЛС и выполнялись дальнейшие описанные в п. 3 преобразования этой системы).
6. Формулируем на основе формализма ППМ систему уравнений динамики ФХП в рассматриваемой ФХС.
7. Формулируем систему уравнений для выходных характеристик рассматриваемой ФХС.
8. Путем упрощения этой системы уравнений (динамики ФХП и для ВХС) и дальнейшего преобразования (в общем случае численно-аналитического) этой упрощенной системы уравнений, при котором из нее уйдут КС, неизвестные внешние воздействия, индивидуальные параметры, неизвестные постоянные коэффициенты ФР для СВП, получаем математические (диагностические и прогностические) модели рассматриваемой ФХС.
9. Используя тестовые испытания рассматриваемой ФХС, экспериментально проверяем полученные диагностические и прогностические модели этой ФХС.
10. Имея статистику контрольных испытаний различных экземпляров рассматриваемой ФХС, мы на основе полученных диагностических и прогностических моделей получаем соответствующую статистику ВХС (ненаблюдаемых или наблюдаемых в последующие моменты времени) рассматриваемой ФХС, даваемых этими полученными диагностическими и прогностическими моделями этих ФХС.
11. Имея полученную статистику ненаблюдаемых или наблюдаемых в последующие моменты времени ВХС рассматриваемой ФХС, мы методами теории вероятностей и математической статистики определяем условные вероятностные характеристики этих ненаблюдаемых или наблюдаемых в последующие моменты времени ВХС рассматриваемой ФХС (в зависимости от наблюдаемых ВХС рассматриваемой ФХС в текущий и предыдущие моменты времени).

12. Аппроксимируем модель для условных вероятностных характеристик рассматриваемой ФХС.

Приведенный формализм можно развить и на механические, электрические и комбинированные системы. В таком случае системы уравнений физических процессов получаются методами теоретической электротехники [326], механики [327], а также ППМ (в случае ФХП).

Рассматриваемый формализм (наряду с рассмотренным в предыдущей главе ППМ) представляет собой дальнейшее развитие методов, изложенных в [182, 183]. С точки зрения метрологии [311] рассматриваемые диагностические и прогностические модели представляют собой модели для косвенного измерения [311] ненаблюдаемых ВХС. Также методы, изложенные в главах 2 и 3, могут быть использованы, как основа решения задач, изложенных в [328].

ГЛАВА 4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ И ПРОГНОСТИЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

4.1. Блочные схемы физико-химических процессов

Моделирование физических и ФХП методами механики, теории электрических и магнитных цепей, электродинамики, современной неравновесной термодинамики может быть также осуществлено блочными диаграммами (модельно-ориентированный подход [329 – 332]). Блочная диаграмма ФХП в исследуемой ФХС, показанная на рисунках 17 – 22, наглядно отражает возможности декомпозиции ФХС на совокупности ФХП и введения вышеупомянутых промежуточных входных динамик. Отсюда возникает целесообразность введения обозначения компонент ФХП (КС, ТС, самих ФХП, ПВЗ) в виде блоков [224].

Более того, системы блочного имитационного моделирования (MatLab/Simulink [333], Scilab/Xcos [334], Scicos [335], Modelica [336], и т.д.) используются в научных исследованиях и инженерной практике для решения задач управления, диагностики, оптимизации параметров системы, а также экспериментальных исследований СВП [333 – 336]. Отсюда также возникает целесообразность блочно-имитационной реализации приведенных в §1.3 формализмов современной неравновесной термодинамики [224].

Настоящий параграф посвящен реализации формализма современной неравновесной термодинамики (приведенного в главе 2) в виде имитационных блок-схем. Эта блочная реализация формализма современной неравновесной термодинамики является частным случаем программной реализации этого формализма, изложенной в работе [224].

4.1.1. Блочно-имитационная реализация формализма современной неравновесной термодинамики

Как было показано в 2.3.2, уравнения динамики ФХП в произвольной ФХС с точки зрения современной неравновесной термодинамики включают в себя [224]:

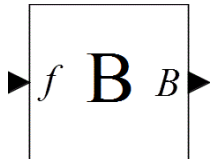
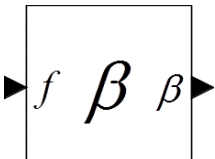
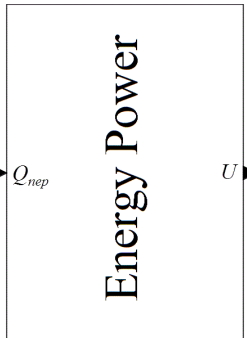
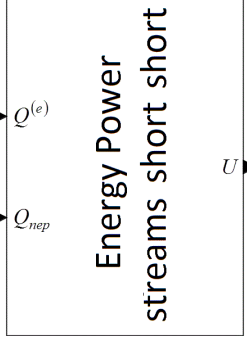
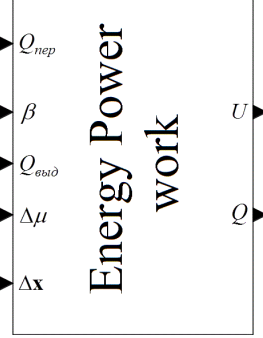
— уравнения первого начала термодинамики;

- уравнения прочих законов сохранения;
- уравнения для термодинамических сил (через потенциалы взаимодействия);
- потенциально-потокосые уравнения.

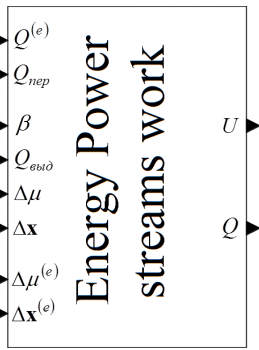
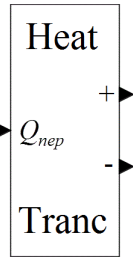
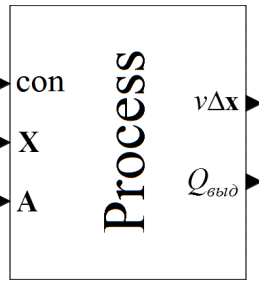
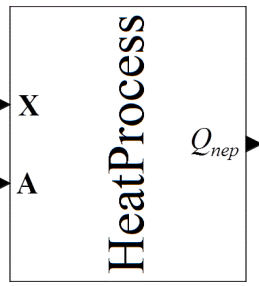
Эти уравнения реализованы в виде блоков, приведенных в таблице 7 [224] с описанием входов и выходов блоков, приведенных в таблице 8 [224].

Таблица 7 – Описание блоков, реализующих формализм современной неравновесной термодинамики

№№	Изображение блока	Название блока	Описание блока
а) Палитра координат состояния / Substances			
1		Блок КС (кроме внутренних энергий ЭСС) / Substance	<p>Уравнение законов сохранения (кроме 1-го начала термодинамики) без учета внешних потоков:</p> $\frac{dz_k}{dt} = \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \alpha_{k,r} \frac{\delta \Delta z_r}{dt}$
2		Блок КС (кроме внутренних энергий ЭСС) / Substance_stream	<p>Уравнение законов сохранения (кроме 1-го начала термодинамики) без учета внешних потоков:</p> $\frac{dz_k}{dt} = \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \alpha_{k,r} \frac{\delta \Delta z_r}{dt} + \frac{d^{(e)}z_k}{dt}$
3		Блок КС (кроме внутренних энергий ЭСС) / Substance_streams	<p>Уравнение законов сохранения (кроме 1-го начала термодинамики) без учета внешних потоков:</p> $\frac{dz_k}{dt} = \sum_{r=1}^{m_{\Delta z}} \alpha_{k,r} \frac{\delta \Delta z_r}{dt} + \sum_{q=1}^{m_{s,k}} \chi_{k,q} \frac{\delta^{(e)} \Delta z_q}{dt},$ <p>где $\frac{\delta^{(e)} \Delta z_q}{dt}$, $q = 1, m_{s,k}$, $k = 1, m_z$ - мера внешнего потока; $\chi_{k,q}$, $q = 1, m_{s,k}$, $k = 1, m_z$ - коэффициенты баланса со стороны внешних потоков $\frac{\delta^{(e)} \Delta z_k}{dt}$,</p>

			$q = 1, m_{s,k}, k = 1, m_z$
4		Блок коэффициента баланса / Balance	Вход блока равен выходу блока. Блок имеет смысл коэффициента баланса.
б) Палитра ЭСС / Energies			
5		Блок доли некомпенсированной теплоты / Beta	Вход блока равен выходу блока. Блок имеет смысл коэффициента некомпенсированной теплоты.
6		Блок ЭСС / Energy_power	Первое начало термодинамики (без учета внешних потоков, совершения работы и соответственно некомпенсированных теплот): $\frac{dU_i}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{m_U} \frac{\delta Q_{i,j}^{(nep)}}{dt}$
7		Блок ЭСС / Energy_power_streams_short_short	Первое начало термодинамики (без учета совершения работы и соответственно некомпенсированных теплот): $\frac{dU_i}{dt} = \frac{\delta Q_i^{(e)}}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{m_U} \frac{\delta Q_{i,j}^{(nep)}}{dt}$
8		Блок ЭСС / Energy_power_work	Первое начало термодинамики (без учета внешних потоков): $\frac{dU_i}{dt} = \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \beta_{i,k} \frac{\delta Q_k^{(нек)}}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{m_U} \frac{\delta Q_{i,j}^{(nep)}}{dt} - \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta Z_{i,k} \frac{\delta \Delta z_k}{dt},$ $\Delta Z_{i,k} = \sum_{j=1}^{m'_z} \left(\sum_{l=1}^{m_U} Z_{l,j} + \sum_{l=m_U+1}^{m'_U} Z_{l,j}^{\circ} \right) \alpha_{j,k},$ где m'_z - число КС, по которым совер-

			шает работу моделируемая блоком ЭСС
9		Блок ЭСС / Energy_power_streams_short	<p>Первое начало термодинамики (без учета внутренних ФХП в ФХС):</p> $\frac{dU_i}{dt} = \frac{\delta Q_i^{(e)}}{dt} - \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}^{(e)}} \Delta Z_{i,k}^{(e)} \frac{\delta^{(e)} \Delta z_k}{dt},$ $\Delta Z_{i,k}^{(e)} = \sum_{j=1}^{m'_z} \left(\sum_{l=1}^{m_U} Z_{l,j} + \sum_{l=m_U+1}^{m'_U} Z_{l,j}^\circ \right) \chi_{j,k},$ <p>где $m_{\Delta z}^{(e)}$ - число внешних потоков КС, по которым совершает работу ЭСС, моделируемая блоком</p>
10		Блок ЭСС / Energy_power_streams_work_short	<p>Первое начало термодинамики (без учета внешних потоков КС):</p> $\frac{dU_i}{dt} = \frac{\delta Q_i^{(e)}}{dt} + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \beta_{i,k} \frac{\delta Q_k^{(нек)}}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{m_U} \frac{\delta Q_{i,j}^{(nep)}}{dt} - \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta Z_{i,k} \frac{\delta \Delta z_k}{dt},$ $\Delta Z_{i,k} = \sum_{j=1}^{m'_z} \left(\sum_{l=1}^{m_U} Z_{l,j} + \sum_{l=m_U+1}^{m'_U} Z_{l,j}^\circ \right) \alpha_{j,k}$
11		Блок ЭСС / Energy_power_streams	<p>Первое начало термодинамики (без учета изменения КВ в результате протекания в ФХС внутренних ФХП):</p> $\frac{dU_i}{dt} = \frac{\delta Q_i^{(e)}}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{m_U} \frac{\delta Q_{i,j}^{(nep)}}{dt} - \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}^{(e)}} \Delta Z_{i,k}^{(e)} \frac{\delta^{(e)} \Delta z_k}{dt},$ $\Delta Z_{i,k}^{(e)} = \sum_{j=1}^{m'_z} \left(\sum_{l=1}^{m_U} Z_{l,j} + \sum_{l=m_U+1}^{m'_U} Z_{l,j}^\circ \right) \chi_{j,k}$

12		Блок ЭСС / Energy_power_streams_work	<p>Первое начало термодинамики:</p> $\frac{dU_i}{dt} = \frac{\delta Q_i^{(e)}}{dt} + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \beta_{i,k} \frac{\delta Q_k^{(нек)}}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{m_U} \frac{\delta Q_{i,j}^{(nep)}}{dt} - \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta Z_{i,k} \frac{\delta \Delta z_k}{dt} - \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}^{(e)}} \Delta Z_{i,k}^{(e)} \frac{\delta^{(e)} \Delta z_k}{dt},$ $\Delta Z_{i,k} = \sum_{j=1}^{m'_z} \left(\sum_{l=1}^{m_U} Z_{l,j} + \sum_{l=m_U+1}^{m'_U} Z_{l,j}^\circ \right) \alpha_{j,k},$ $\Delta Z_{i,k}^{(e)} = \sum_{j=1}^{m'_z} \left(\sum_{l=1}^{m_U} Z_{l,j} + \sum_{l=m_U+1}^{m'_U} Z_{l,j}^\circ \right) \chi_{j,k}$
13		Блок направления переноса теплоты / HeatTransfer	Выход «+» блока равен входу, а выход «-» блока равен входу, взятому с противоположным знаком
в) Палитра процессов / Process			
14		Блок ФХП (кроме процесса теплопереноса) / Process	<p>Кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики (для ФХП, кроме процессов теплопереноса):</p> $\frac{\delta \Delta z_r}{dt} = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \Delta A_{\Delta z r}^{Q_i, j} (\Delta X_{Q_i, j} + \Delta X_{Q_i, j}^{(ct)}) + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta A_{\Delta z r}^{\Delta z k} (\Delta X_{\Delta z k} + \Delta X_{\Delta z k}^{(ct)})$
15		Блок процесса теплопереноса / HeatProcess	<p>Кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики (для процессов теплопереноса):</p> $\frac{\delta Q_{l,g}^{(nep)}}{dt} = \sum_{i=1}^{m_U} \sum_{j=i+1}^{m_U} \Delta A_{Q_l, g}^{Q_i, j} (\Delta X_{Q_i, j} + \Delta X_{Q_i, j}^{(ct)}) + \sum_{k=1}^{m_{\Delta z}} \Delta A_{Q_l, g}^{\Delta z k} (\Delta X_{\Delta z k} + \Delta X_{\Delta z k}^{(ct)})$

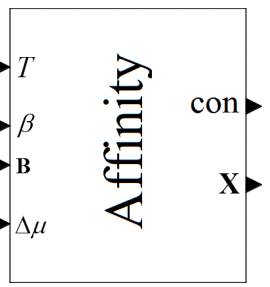
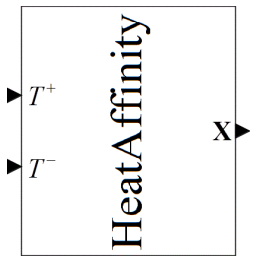
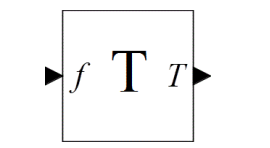
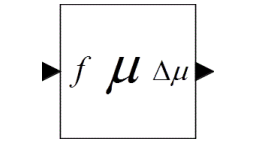
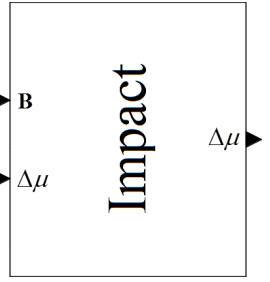

г) Палитра ТС / Affinities			
16		Блок ТС ФХП (кроме процесса теплопереноса) / Affinity	Второе начало термодинамики для ТС, движущих ФХП (кроме процессов теплопереноса): $\Delta X_{\Delta z k} = \left(\sum_{i=1}^{m_{I_i}} \beta_{i,k} \frac{T^*}{T_i} \right) \sum_{j=1}^{m_z} \left(\sum_{l=1}^{m_{I_l}} Z_{l,j} + \sum_{l=m_{U+1}}^{m'_{I_l}} Z_{l,j}^{\circ} \right) \alpha_{j,k}$
17		Блок ТС процесса теплопереноса / HeatAffinity	Второе начало термодинамики для ТС, движущих процессы теплопереноса: $\Delta X_{Q_{i,j}} = \frac{T^*}{T_i} - \frac{T^*}{T_j}$
д) Палитра потенциалов взаимодействия / Impacts			
18		Блок температуры / Temperature	Вход блока равен выходу блока. Блок имеет смысл коэффициента температуры.
19		Блок ПВЗ (кроме температуры) / ElementalImpact	Вход блока равен выходу блока. Блок имеет смысл ПВЗ (кроме температуры).
20		Блок линейной комбинации ПВЗ / Impact	Уравнение для линейной комбинации ПВЗ (кроме температуры): $\Delta Z_{i,k} = \sum_{j=1}^{m'_z} \left(\sum_{l=1}^{m_{I_l}} Z_{l,j} + \sum_{l=m_{U+1}}^{m'_{I_l}} Z_{l,j}^{\circ} \right) \alpha_{j,k},$ $\Delta Z_{i,k}^{(e)} = \sum_{j=1}^{m'_z} \left(\sum_{l=1}^{m_{I_l}} Z_{l,j} + \sum_{l=m_{U+1}}^{m'_{I_l}} Z_{l,j}^{\circ} \right) \chi_{j,k}$
е) Вспомогательные блоки			
21		Маршрутизация	Объединяет входы в один выход. Число входов задаваемо.

Таблица 8 – Описание входов и выходов блоков, реализующих формализм современной неравновесной термодинамики. Номера блоков – те же, что и в таблице 7

№№	Вход блока	Описание входа блока	Выход блока	Описание выхода блока
а) Палитра координат состояния / Substances				
1, 2, 3	Δx	На этот вход подается выход (выходы) $v\Delta x$ блока (блоков) № 14, обозначающих ФХП, сопряженные с КС, моделируемой этим блоком № 1, 2, 3. Если таких блоков № 14 несколько, то выходы $v\Delta x$ этих блоков № 14 подаются через блок № 21	$v x$	На этот выход поступает скорость изменения КС, моделируемой этим блоком № 1, 2, 3
	B	На этот вход подается выход (выходы) B блока (блоков) № 4 коэффициентов баланса для соответствующих внутренних ФХП, сопряженных с КС, моделируемых этим блоком № 1, 2, 3. Если таких блоков № 4 несколько, то выходы B этих блоков № 4 подаются на рассматриваемый вход через блок № 21		
2	$x^{(e)}$	На этот вход подается выход ФС для внешнего потока для КС, моделируемой этим блоком № 2.		
3	$B^{(e)}$	На этот вход подается выход (выходы) B блока (блоков) № 4 коэффициентов баланса для соответствующих внешних потоков, сопряженных КС, моделируемых этим блоком № 3. Если таких блоков № 4 несколько, то выходы B этих блоков № 4 подаются на рассматриваемый вход через блок № 21		
	$\Delta x^{(e)}$	На этот вход подается выход (выходы) ФС для внешних потоков, сопряженных КС, моделируемой этим блоком № 3. Если таких выходов несколько, то эти выходы		

		подаются на рассматриваемый вход через блок № 21		
4	f	На этот вход подается выход ФС коэффициента баланса для соответствующих внутренних ФХП	B	На этот выход подается коэффициент баланса, рассчитанный подаваемой на вход f этого блока ФС для этого коэффициента баланса. Этот выход подается на входы $B, B^{(e)}$ блоков № 1 – 3, 16, 20
б) Палитра ЭСС / Energies				
5	f	На этот вход подается выход ФС доли некомпенсированной теплоты	β	На этот выход подается доля некомпенсированной теплоты, рассчитанная подаваемой на вход f этого блока ФС для этой доли некомпенсированной теплоты. Этот выход подается на входы β блоков № 8, 10, 12, 16
6 – 8, 10 – 12,	$Q_{пер}$	На этот вход подается выход (выходы) «+» или «-» блока (блоков) № 13 переноса теплоты между ЭСС соответственно на или с ЭСС, моделируемой этим блоком № 6 – 8, 10 – 12. Если таких выходов несколько, то эти выходы подаются на рассматриваемый вход через блок № 21. Одновременно выходы «+» и «-» одного и того же блока № 13 на этот вход (через блок № 21) поступать не могут	U	На этот выход поступает скорость изменения внутренней энергии ЭСС, моделируемой этим блоком № 6 – 12
7, 9	$Q^{(e)}$	На этот вход подается выход ФС для внешнего потока теплоты ЭСС, моделируемой этим блоком № 7, 9 – 12.		
10 – 12				
8, 10, 12	β	На этот вход подается выход (выходы) β блока (блоков) № 5 долей соответствующих некомпенсированных теплот, полученных	Q	На этот выход поступает скорость поступления полной теплоты на ЭСС, моделируемой этим блоком № 9 – 12

		ЭСС, моделируемой этим блоком № 8, 10, 12, образующейся в результате протекания соответствующих внутренних ФХП, сопряженными с этой ЭСС. Если таких блоков № 5 несколько, то выходы β этих блоков № 5 подаются через блок № 21		
	$Q_{\text{выд}}$	На этот вход подается выход (выходы) $Q_{\text{выд}}$ блока (блоков) № 14, обозначающих ФХП, сопряженные с ЭСС, моделируемой этим блоком № 8, 10, 12. Если таких блоков № 14 несколько, то выходы $Q_{\text{выд}}$ этих блоков № 14 подаются через блок № 21		
	$\Delta\mu$	На этот вход подается выход (выходы) $\Delta\mu$ блока (блоков) № 19, 20 ПВЗ и линейных комбинаций ПВЗ соответственно, сопряженные ЭСС, моделируемой этим блоком № 8, 10, 12, и соответствующим ФХП. Если таких блоков № 19, 20 несколько, то выходы $\Delta\mu$ этих блоков № 19, 20 подаются через блок № 21		
	Δx	На этот вход подается выход (выходы) $v\Delta x$ блока (блоков) № 14, обозначающих ФХП, сопряженные с ЭСС, моделируемой этим блоком № 8, 10, 12. Если таких блоков № 14 несколько, то выходы $v\Delta x$ этих блоков № 14 подаются через блок № 21		
9, 11, 12	$\Delta\mu^{(e)}$	На этот вход подается выход (выходы) $\Delta\mu$ блока (блоков) № 19, 20 ПВЗ и линейных комбинаций ПВЗ соответственно, сопряженные ЭСС, моделируемой этим блоком № 8, 10, 12, и соответствующим ФХП. Если таких блоков № 19, 20 несколько, то выходы $\Delta\mu$ этих		

		блоков № 19, 20 подаются через блок № 21		
	$\Delta x^{(e)}$	На этот вход подается выход (выходы) ФС для внешних потоков, сопряженных КС, сопряженных ЭСС, моделируемой этим блоком № 8, 10, 12. Если таких ФС несколько, то выходы этих ФС подаются через блок № 21		
13	$Q_{пер}$	На этот вход подается выход $Q_{пер}$ блока № 15, обозначающего процесс теплопереноса между ЭСС	-	На этот выход рассматриваемого блока № 13 подается количество перенесенной теплоты, взятой с противоположным знаком, т.е. унесенной с ЭСС. Этот выход подается на вход $Q_{пер}$ блоков № 6 – 8, 10 – 12, моделирующих ЭСС, с которых уносится теплота (моделируемая блоком №15)
			+	На этот выход рассматриваемого блока № 13 подается количество перенесенной теплоты, т.е. принесенной на ЭСС. Этот выход подается на вход $Q_{пер}$ блоков № 6 – 8, 10 – 12, моделирующих ЭСС, на которые приносится теплота (моделируемая блоком №15)
в) Палитра процессов / Process				
14	con	На этот вход подается выход con блока № 16, обозначающего ТС, сопряженную ФХП, моделируемом рассматриваемым блоком № 14.	$v\Delta x$	На этот выход поступает скорость протекания ФХП, моделируемого блоком № 14. Этот выход подается на вход Δx блоков № 1 – 3, 8,

	X	На этот вход подается выход (выходы) X блока (блоков) № 16, 17, обозначающего ТС, движущие ФХП. Если таких блоков № 16, 17 несколько, то выходы X этих блоков № 16, 17 подаются через блок № 21		10, 12
	A	На этот вход подается выход (выходы) ФС для коэффициентов КМ, характеризующих восприимчивости соответствующих ТС, движущих ФХП, моделируемый рассматриваемым блоком № 14. Если таких ФС несколько, то выходы этих ФС подаются через блок № 21	$Q_{\text{выд}}$	На этот выход поступает скорость образования некомпенсированной теплоты в результате протекания ФХП, моделируемого блоком № 14. Этот выход подается на вход $Q_{\text{выд}}$ блоков № 8, 10, 12
15	X	На этот вход подается выход (выходы) X блока (блоков) № 16, 17, обозначающего ТС, движущие ФХП. Если таких блоков № 16, 17 несколько, то выходы X этих блоков № 16, 17 подаются через блок № 21	$Q_{\text{пер}}$	На этот выход поступает скорость переноса перенесенной между ЭСС теплоты, моделируемой рассматриваемым блоком № 15. Этот выход подается на вход $Q_{\text{пер}}$ блока № 13
	A	На этот вход подается выход (выходы) ФС для коэффициентов КМ, характеризующих восприимчивости соответствующих ТС, движущих ФХП, моделируемый рассматриваемым блоком № 14. Если таких ФС несколько, то выходы этих ФС подаются через блок № 21		
г) Палитра ТС / Affinities				
16	T	На этот вход подается выход (выходы) T блока (блоков) № 18 температуры ЭСС, сопряженной ФХП, которому в свою очередь сопряжена ТС, моделируемая блоком № 16. Если таких блоков № 18 несколько, то выходы T этих блоков № 18 подаются через блок № 21	con	Этот выход подается на вход con блока № 14.

	β	На этот вход подается выход (выходы) β блока (блоков) № 5 доли некомпенсированной теплоты, полученной ЭСС, сопряженной ФХП, которому в свою очередь сопряжена ТС, моделируемая блоком № 16. Если таких блоков № 5 несколько, то выходы β этих блоков № 5 подаются через блок № 21		
	B	На этот вход подается выход (выходы) B блока (блоков) № 4 коэффициентов баланса, имеющих смысл коэффициентов разложения, с которыми входят соответствующие ПВЗ или линейные комбинации ПВЗ в ТС, моделируемой рассматриваемым блоком № 16. Если таких блоков № 4 несколько, то выходы B этих блоков № 4 подаются через блок № 21	X	На этот выход подается рассчитанная ТС, движущая ФХП (кроме процессов теплопереноса), моделируемая рассматриваемым блоком № 16. Этот выход подается на X вход блоков № 14, 15.
	$\Delta\mu$	На этот вход подается выход (выходы) $\Delta\mu$ блока (блоков) № 19, 20 ПВЗ и линейных комбинаций ПВЗ соответственно, входящих в ТС, моделируемую этим блоком № 16. Если таких блоков № 16 несколько, то выходы $\Delta\mu$ этих блоков № 16 подаются через блок № 21		
17	T^+	На этот вход подается температура ЭСС, на которую переносится перенесенная теплота в процессе теплопереноса, которому сопряжена ТС переноса теплоты, моделируемая рассматриваемым блоком № 17.	X	На этот выход подается рассчитанная ТС, движущая ФХП (кроме процессов теплопереноса), моделируемая рассматриваемым блоком № 17. Этот выход подается на X вход блоков № 14, 15.
	T^-	На этот вход подается температура ЭСС, с которой переносится перенесенная теплота в процессе теплопереноса, которому сопряжена ТС переноса теплоты, моделируемая рассматриваемым блоком № 17.		

д) Палитра потенциалов взаимодействия / Impacts				
18	f	На этот вход подается выход ФС температуры ЭСС	T	На этот выход подается температура ЭСС, рассчитанная подаваемой на вход f этого блока ФС для этой температуры. Этот выход подается на вход T блоков № 16 и входы T^+ и T^- блоков № 17
19	f	На этот вход подается выход ФС ПВЗ	$\Delta\mu$	На этот выход подается ПВЗ, рассчитанный подаваемой на вход f этого блока ФС для этого ПВЗ. Этот выход подается на вход $\Delta\mu$ блоков № 8, 10, 12, 16, 20 и на вход $\Delta\mu^{(e)}$ блоков № 9, 11, 12
20	V	На этот вход подается выход (выходы) V блока (блоков) № 4 коэффициентов баланса, имеющих смысл коэффициентов разложения, с которыми входят соответствующие ПВЗ или линейные комбинации ПВЗ в линейную комбинацию ПВЗ, моделируемую рассматриваемым блоком № 20. Если таких блоков № 4 несколько, то выходы V этих блоков № 4 подаются через блок № 21	$\Delta\mu$	На этот выход подается линейная комбинация ПВЗ, моделируемая рассматриваемым блоком № 20. Этот выход подается на вход $\Delta\mu$ блоков № 8, 10, 12, 16, 20 и на вход $\Delta\mu^{(e)}$ блоков № 9, 11, 12
	$\Delta\mu$	На этот вход подается выход (выходы) $\Delta\mu$ блока (блоков) № 19, 20 ПВЗ и линейных комбинаций ПВЗ соответственно, входящих в линейную комбинацию ПВЗ, моделируемую этим блоком № 20. Если таких блоков № 20 несколько, то выходы $\Delta\mu$ этих блоков № 20 подаются через блок № 21		

Приведенная таблица 8, описывающая входы и выходы блоков, реализующих формализм современной неравновесной термодинамики, дает наряду с таблицей 7 представление,

как синтезировать на основе этих блоков блок-имитационную схему ФХП в заданной пользователем ФХС. Ограничения на число выходов блоков, подаваемых на входы других блоков, приведены в таблице 9 [224].

Таблица 9 – Ограничения на число подключаемых на вход блоков выходов других блоков (через блок № 21). Используемые номера блоков приведены в таблице 7

№№ блоков	Входы блоков	Число выходов блоков, подаваемых на входы блоков (подаваемых в общем случае через блок № 21)
а) Палитра координат состояния / Substances		
1 – 3	$\Delta \mathbf{x}, \mathbf{B}$	Числа выходов со стороны других блоков, подаваемых на эти входы, должны быть равными
2	$\mathbf{x}^{(e)}$	1
3	$\Delta \mathbf{x}^{(e)}, \mathbf{B}^{(e)}$	Числа выходов со стороны других блоков, подаваемых на эти входы, должны быть равными
4	f	1
б) Палитра ЭСС / Energies		
5	f	1
7, 9 – 12	$Q^{(e)}$	1
8, 10, 12	$\beta, Q_{\text{выд}}, \Delta \mu, \Delta \mathbf{x}$	Числа выходов со стороны других блоков, подаваемых на эти входы, должны быть равными
9, 11, 12	$\Delta \mu^{(e)}, \Delta \mathbf{x}^{(e)}$	
13	$Q_{\text{пер}}$	1
в) Палитра процессов / Process		
14	con	1
14, 15	X, A	Числа выходов со стороны других блоков, подаваемых на эти входы, должны быть равными
г) Палитра ТС / Affinities		
16	T, β	Числа выходов со стороны других блоков, подаваемых на эти входы, должны быть равными
	B, $\Delta \mu$	
17	T^+, T^-	1
д) Палитра потенциалов взаимодействия / Impacts		
18, 19	f	1
20	B, $\Delta \mu$	Числа выходов со стороны других блоков, подаваемых на эти входы, должны быть равными

Приведенные таблицы 7 – 9 описывают компоненты (блоки) блочно-имитационных диаграмм ФХП, поясняют, как соединять эти блоки в эти блочно-имитационные диаграммы ФХП. Нетрудно обратить внимание, что среди приведенных в таблице 2.1 компонентов (блоков) блочно-имитационных диаграмм отсутствуют блоки коэффициентов КМ. Однако КМ определяется кинетическими свойствами ФХС [186], эти свойства являются характеристиками ФХП в рассматриваемой ФХС [157], т.е. блоков № 14, 15 (в таблице 7). Отсюда отпадает целесообразность введения блока коэффициента КМ [224].

Аналогичная ситуация касается и блоков внешних потоков, т.к. внешние потоки являются характеристиками (составляющими приращений) КС и ЭСС (приращений внутренних энергий ЭСС). Отсюда также отпадает необходимость введения блоков внешних потоков [224].

Рассмотрим более подробно использование блока маршрутизатора (блок № 21 в таблице 7). Основная задача этого блока (№ 21 в таблице 7) - комбинирование нескольких выходов блоков в один вход. Последовательность нумерации входов блока маршрутизатора осуществляется сверху вниз. Как видно из таблицы 7 на входы блоков КС и ЭСС подаются выходы блоков ФХП и выходы блоков коэффициентов баланса, сопряженных этим процессам. Аналогично на входы блоков ТС и линейной комбинации ПВЗ подаются выходы блоков ПВЗ, линейных комбинаций ПВЗ и выходы блоков коэффициентов баланса, сопряженных этим ПВЗ (или их линейным комбинациям). Аналогичное касается и внешних потоков КС. В таком случае номера входов блоков маршрутизаторов (блок № 21 в таблице 7), на которые подаются выходы блоков ФХП, ПВЗ, линейной комбинации ПВЗ, ФС для внешних потоков должны равняться соответствующим номерам входов блоков маршрутизаторов, на которые подаются выходы блоков коэффициентов баланса, сопряженных этим ФХП, ПВЗ, линейной комбинации ПВЗ, ФС для внешних потоков соответственно [224].

И, наконец, в таблице 7 не приведено ни одного блока ВХС, ПС, имеющих практический смысл. Как было показано в главе 2, эти характеристики для каждой ФХС индивидуальны, и задаются для каждой ФХС своей системой уравнений [224]. Эта система уравнений может быть представлена также с использованием блоков (математических, блоков интегрирования, и т.д.) палитры блоков [333 – 336]. Блоки же, приведенные в таблице 7, являются дополнением к основной палитры блоков [224]. Использование основной палитры блоков [333 – 336] и блоков, описанных в таблицах 7 – 9, дает возможность строить ММ ФХП в произвольной рассматриваемой ФХС [224].

Аналогично ФС для СВП, внешних потоков задаются с использованием блоков палитры блоков [333 – 336], не описанных в таблице 7 [224]. В имитационной блок-схеме ФХП в про-

извольной ФХС эти ФР (получаемые из ФР для обратимых и необратимых составляющих КМ [187]) для КМ представлены также в виде стандартных математических блоков [224].

Нетрудно обратить внимание, что среди приведенных в таблице 7 компонентов (блоков) блочно-имитационных диаграмм отсутствуют блоки коэффициентов КМ. Однако КМ определяется кинетическими свойствами ФХС [186], эти свойства являются характеристиками ФХП в рассматриваемой ФХС [224], т.е. блоков № 14, 15 (в таблице 7). Отсюда отпадает целесообразность введения блока коэффициента КМ [224]. Аналогичная ситуация касается и блоков внешних потоков, т.к. внешние потоки являются характеристиками (составляющими приращений) КС и ЭСС (приращений внутренних энергий ЭСС). Отсюда также отпадает необходимость введения блоков внешних потоков [224].

Рассмотрим более подробно использование блока маршрутизатора (блок № 21 в таблице 7). Основная задача этого блока (№ 21 в таблице 7) - комбинирование нескольких выходов блоков в один вход [224]. Последовательность нумерации входов блока маршрутизатора осуществляется сверху вниз [224]. Как видно из таблицы 8 на входы блоков КС и ЭСС подаются выходы блоков ФХП и выходы блоков коэффициентов баланса, сопряженных этим процессам. Аналогично на входы блоков ТС и линейной комбинации ПВЗ подаются выходы блоков ПВЗ, линейных комбинаций ПВЗ и выходы блоков коэффициентов баланса, сопряженных этим ПВЗ (или их линейным комбинациям) [224]. Аналогичное касается и внешних потоков КС. В таком случае номера входов блоков маршрутизаторов (блок № 21 в таблице 7), на которые подаются выходы блоков ФХП, ПВЗ, линейной комбинации ПВЗ, ФС для внешних потоков должны равняться соответствующим номерам входов блоков маршрутизаторов, на которые подаются выходы блоков коэффициентов баланса, сопряженных этим ФХП, ПВЗ, линейной комбинации ПВЗ, ФС для внешних потоков соответственно [224].

И, наконец, в таблице 7 не приведено ни одного блока ВХС [224]. Эти характеристики для каждой ФХС индивидуальны, и задаются для каждой ФХС своей системой уравнений [224]. Эта система уравнений может быть представлена также с использованием блоков (математических, блоков дифференцирования, интегрирования, и т.д.) палитры блоков [224, 333 – 336]. Использование основной палитры блоков [224, 333 – 336] и блоков, описанных в таблицах 7 – 9, дает возможность строить ММ ФХП в произвольной рассматриваемой ФХС [224].

Аналогично ФС для СВП, внешних потоков задаются с использованием блоков палитр блоков (математических, блоков дифференцирования, интегрирования, и т.д.) [333 – 336], не описанных в таблице 7 [224].

Таблицы 7 – 9 дают исчерпывающие указания по построению блочно-имитационной диаграммы ФХП (реализующий формализм современной неравновесной термодинамики) в произвольной рассматриваемой ФХС [224].

4.1.2. Порядок построения блочно-имитационной диаграммы физико-химических процессов в произвольной физико-химической системе

Как и вытекает из формализмов, описанных в 2.3.2, построение имитационной модели ФХП необходимо начинать с задания КС, ЭСС, затем формируем список ФХП в ФХС, определяем, с какими ПВЗ и линейными комбинациями этих ПВЗ связаны эти ТС. Отсюда, последовательность этапов построения блочно-имитационной диаграммы в соответствие с предыдущим пунктом имеет вид [224]:

1. Создаем блоки всех КС и ЭСС в моделируемой ФХС.
2. Создаем блоки ФХП в моделируемой ФХС.
3. Создаем блоки коэффициентов баланса, сопряженных соответствующим ФХП в ФХС.
4. Создаем блоки теплопереносов.
5. Соединяем выходы блоков ФХП (кроме процессов теплопереносов) с соответствующими входами блоков КС и ЭСС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7).
6. Соединяем выходы блоков коэффициентов баланса, сопряженных ФХП, с соответствующими входами блоков КС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7) с учетом сопряженности с соответствующими ФХП.
7. Соединяем выходы блоков теплопереносов с соответствующими входами блоков ЭСС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7).
8. Соединяем выходы блоков процессов теплопереноса с соответствующими входами блоков теплопереносов.
9. Создаем блоки ТС, движущих ФХП в системе.
10. Создаем составные блоки ФС для коэффициентов КМ, характеризующих восприимчивости соответствующих ФХП к соответствующим ТС.

11. Соединяем выходы блоков ТС с соответствующими входами ФХП, которые эти ТС движут (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7).
12. Соединяем выходы блоков ФС для коэффициентов КМ с соответствующими входами ФХП (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7) с учетом сопряженности с соответствующими ТС.
13. Создаем блоки температур ЭСС, блоки ПВЗ и линейных комбинаций ПВЗ в системе.
14. Создаем блоки коэффициентов баланса, сопряженных соответствующим ПВЗ (кроме температур) и линейным комбинациям ПВЗ.
15. Создаем блоки долей некомпенсированной теплоты.
16. Соединяем выходы блоков долей некомпенсированной теплоты и блоков температур с соответствующими входами блоков ТС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7) с учетом сопряженности долей некомпенсированной теплоты с соответствующими температурами ЭСС.
17. Соединяем выходы блоков ФХП (кроме процессов теплопереноса) с соответствующими входами блоков ЭСС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7).
18. Соединяем выходы блоков долей некомпенсированных теплот с соответствующими входами блоков ЭСС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7) с учетом сопряженности этих долей некомпенсированных теплот с соответствующими сопряженными ФХП (некомпенсированные теплоты, образующие в результате этих ФХП).
19. Соединяем выходы блоков ПВЗ (кроме температур) и линейных комбинаций ПВЗ с соответствующими входами блоков ЭСС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7) с учетом сопряженности этих ПВЗ (и их линейных комбинаций) с соответствующими сопряженными ФХП.
20. Соединяем выходы блоков ПВЗ (кроме температур) и линейных комбинаций ПВЗ с соответствующими входами блоков ТС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7).
21. Соединяем выходы блоков коэффициентов баланса с соответствующими входами блоков ТС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7) с учетом сопряженности этих коэффициентов баланса с соответствующими ПВЗ (кроме температур) или линейных комбинаций этих ПВЗ.

22. Соединяем выходы блоков ПВЗ (кроме температур) и линейных комбинаций ПВЗ с соответствующими входами блоков линейных комбинаций ПВЗ (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7).
23. Соединяем выходы блоков коэффициентов баланса с соответствующими входами блоков линейных комбинаций ПВЗ (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7) с учетом сопряженности этих коэффициентов баланса с соответствующими ПВЗ (кроме температур) или линейных комбинаций этих ПВЗ.
24. Формируем составные блоки ФС для ПВЗ, долей некомпенсированных теплот, коэффициентов баланса, функций для внешних потоков и подаем их выходы на соответствующие входы блоков ПВЗ, блоков долей некомпенсированных теплот, блоков коэффициентов баланса, блоков КС и ЭСС (в общем случае с использованием блока маршрутизатора № 21 в таблице 7).
25. Создаем блоки интегрирования, подаем выходы блоков КС и выходы U блоков ЭСС на входы блоков интегрирования, задав в этих блоках интегрирования соответствующие начальные значения.
26. Формируем составные блоки ФС для ВХС.
27. Подаем выходы блоков интегрирования на соответствующие входы составных блоков ВХС и ФС для СВП (КМ, ПВЗ, долей некомпенсированных теплот, коэффициентов баланса, КС и ЭСС).

В работе [224] приведены примеры построения блочных диаграмм ФХП в конкретных ФХС с различным числом степеней свободы.

4.2. Параллельная мультикомпьютерная реализация формализма построения математической модели пользовательской физико-химической системы

4.2.1. Обоснование необходимости параллельной реализации методологии построения математической модели системы

С увеличением сложности анализируемой ФХС увеличивается сложность системы уравнений динамики ФХП в этой системе (или аналогично блочной диаграммы ФХП в рас-

сма триваемой системе, реализующей эту систему уравнений) [337, 338]. С увеличением сложности рассматриваемой ФХС (и соответственно с увеличением сложности системы уравнений динамики ФХП) увеличивается время численного интегрирования этой системы, а также и число неизвестных параметров, входящих в эту систему уравнений, и соответственно число возможных комбинаций значений этих параметров [337, 338]. Отсюда, как нетрудно видеть, с увеличением сложности пользовательской ФХС увеличивается число необходимых операций по построению модели в соответствии как минимум с квадратичным законом.

Более того, с увеличением сложности пользовательской ФХС увеличивается необходимый объем оперативной памяти (для описанного анализа этой системы) [337 – 339]. И начиная с некоторого уровня сложности анализируемой ФХС необходимого объема памяти имеющейся ЭВМ может уже не хватить. В таком случае необходимо рассматриваемую систему загружать в оперативную память двух и более ЭВМ.

Таким образом, как нетрудно видеть, параллельная реализация приведенного в главах 2 и 3 формализма построения математической модели рассматриваемой системы необходима для построения математической модели сколь угодно сложной системы в течение приемлемого промежутка времени [338].

4.2.2. Параллельная реализация моделирования динамики процессов в пользовательских системах

Как отмечалось в предыдущем параграфе, каждое уравнение современной неравновесной термодинамики реализовано в соответствующем блоке [224]. Среди этих блоков есть блоки с независимыми входами, что дает возможность эти блоки реализовать параллельно [339], причем как на одной ЭВМ (мультипроцессорное распараллеливание), так и на нескольких ЭВМ (мультикомпьютерное распараллеливание) [338, 339]. Мультикомпьютерная параллельная реализация блочной диаграммы ФХП имеет важное значение для реализации сложных ФХС, блочные диаграммы которых не помещаются в память одной ЭВМ [338].

В случае мультикомпьютерной реализации блочных диаграмм ФХП различных ФХС моделирующая среда может как поддерживать это мультикомпьютерное распараллеливание этой блочной диаграммы, так и не поддерживать. В последнем случае можно моделирующую среду реализовать на разных ЭВМ (рисунок 23) и моделировать ФХП в системе по ча-

стям [338], выполнив декомпозицию блочной диаграммы на поддиаграммы (аналогично 3.2) [338]. Рассмотрим получение по частям на разных ЭВМ динамики заданной пользовательской ФХС.

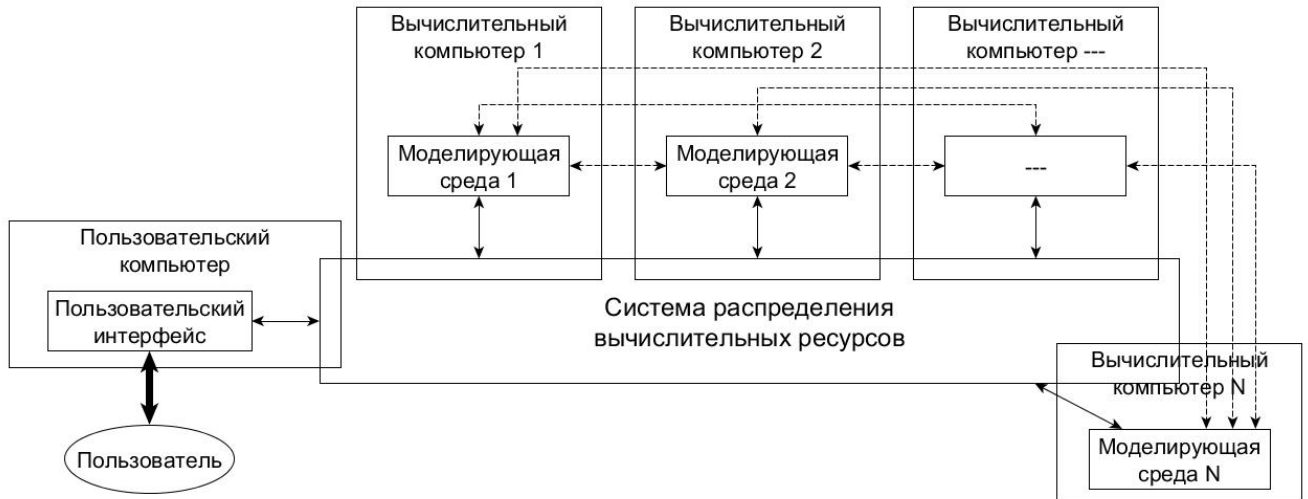


Рисунок 23 – Структура программной реализации построения модели технического объекта.
Пунктирные линии – обмен сообщениями между вычислительными процессами

Пусть в соответствии с ППМ была получена система дифференциальных уравнений динамики ФХП в рассматриваемой ФХС; представим эту систему в виде Коши [338]:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad t \in [t_0; t_0 + T], \quad (66)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau)](t), \quad t \in [t_0; t_0 + T], \quad (67)$$

где $\mathbf{x}(t)$ - КС; $\mathbf{u}(t)$ - внешние воздействия; $\mathbf{y}(t)$ - ВХС (в том числе и их производные по времени); \mathbf{x}_0 - начальное состояние ФХС в начальный момент времени t_0 ; T - время моделирования системы. Декомпируем систему (66) и (67) на части, каждая из которых помещается в памяти компьютера [337, 338], и обрабатывать ее по частям [337, 338]. Используя описанную в 3.2 декомпозицию ФХП на подпроцессы, мы систему (66) и (67) представим в виде [337, 338]:

$$\frac{d\mathbf{x}_i(t)}{dt} = \tilde{\mathbf{f}}_i(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{s}_i(t)), \quad \mathbf{s}_i(t) = \mathbf{h}_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad \mathbf{x}_i(t_0) = \mathbf{x}_{0,i}, \quad i = 1, n, \quad t \in [t_0; t_0 + T], \quad (68)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{g}_i[\mathbf{x}_i(\tau), \mathbf{u}_i(\tau), \mathbf{s}_i(\tau)](t), \quad i = 1, n, \quad \mathbf{x}(t) = \{\mathbf{x}_i(t)\}_{i=1}^n, \quad t \in [t_0; t_0 + T], \quad (69)$$

где n - число подгрупп, на которые мы декомпируем ФХП; величины $\mathbf{u}_i(t)$, $i = 1, n$ входят в число величин $\mathbf{u}(t)$ в любой момент времени t . Получив представление (68) и (69) системы

(66) и (67), мы, введя упомянутые в 3.2 ПВД, а также разбив $[t_0; t_0 + T]$ на промежутки

$[t_0; t_0 + T] = \bigcup_{r=0}^{N-1} [t_r; t_{r+1}]$, где $t_0 + T = t_N$, запишем [337, 338]:

$$\frac{d\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t)}{dt} = \tilde{\mathbf{f}}_i(\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{s}_i^{(k)}(t)), \quad \mathbf{s}_i^{(k)}(t) = \mathbf{h}_i(\mathbf{x}^{(k)}(t), \mathbf{u}(t)), \quad \mathbf{x}_i^{(k+1)}(t_0) = \mathbf{x}_{0,i}, \quad i = 1, n, \quad t \in [t_r; t_{r+1}],$$

$$r = 0, N-1, \quad (70)$$

$$\mathbf{y}_i^{(k)}(t) = \mathbf{g}_i[\mathbf{x}_i^{(k)}(t), \mathbf{u}_i(t), \mathbf{s}_i^{(k)}(t)], \quad i = 1, n, \quad \mathbf{x}^{(k)}(t) = \{\mathbf{x}_i^{(k)}(t)\}_{i=1}^n, \quad t \in [t_r; t_{r+1}], \quad r = 0, N-1, \quad (71)$$

где k - номер итерации. Здесь $\mathbf{s}_i^{(k)}(t)$, $i = 1, n$ - ПВД. Покажем, что в силу условий Липшица [340] итерации (70) и (71) равномерно сходятся к решению системы (68) и (69) [337, 338].

С этой целью представим выражения (68) и (70) в интегральном виде [337, 340]:

$$\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}_i(t_r) + \int_{t_r}^t \tilde{\mathbf{f}}_i(\mathbf{x}_i(t'), \mathbf{u}_i(t'), \mathbf{s}_i(t')) dt', \quad i = 1, n, \quad t \in [t_r; t_{r+1}], \quad r = 0, N-1,$$

$$\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t) = \mathbf{x}_i^{(k+1)}(t_r) + \int_{t_r}^t \tilde{\mathbf{f}}_i(\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t'), \mathbf{u}_i(t'), \mathbf{s}_i^{(k)}(t')) dt', \quad i = 1, n, \quad t \in [t_r; t_{r+1}], \quad r = 0, N-1;$$

отсюда в силу условий Липшица [340], в силу неравенства треугольника, а также в силу теоремы об интегрировании неравенств имеем (норма вектора-столбца – сумма модулей каждой координаты вектора-столбца) [339]:

$$\|\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t) - \mathbf{x}_i(t)\| = \|\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t_r) - \mathbf{x}_i(t_r)\| + \int_{t_r}^t \left(L_x^{\tilde{\mathbf{f}}} \|\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t') - \mathbf{x}_i(t')\| + L_s^{\tilde{\mathbf{f}}} \|\mathbf{s}_i^{(k)}(t') - \mathbf{s}_i(t')\| \right) dt', \quad i = 1, n,$$

$$t \in [t_r; t_{r+1}], \quad r = 0, N-1;$$

отсюда в силу леммы Гронуола [340] имеем [337]:

$$\|\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t) - \mathbf{x}_i(t)\| \leq \left(\|\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t_r) - \mathbf{x}_i(t_r)\| + L_s^{\tilde{\mathbf{f}}} \|\mathbf{s}_i^{(k)}(t') - \mathbf{s}_i(t')\| \Delta t_r \right) \exp(L_x^{\tilde{\mathbf{f}}} \Delta t_r), \quad i = 1, n, \quad t \in [t_r; t_{r+1}],$$

$$r = 0, N-1, \quad (72)$$

где:

$$\Delta t_r = t_{r+1} - t_r. \quad (73)$$

Согласно (68) и (70) в силу условий Липшица [340] имеем [337]:

$$\|\mathbf{s}_i^{(k)}(t) - \mathbf{s}_i(t)\| = L_x^{\mathbf{h}} \|\mathbf{x}^{(k)}(t) - \mathbf{x}(t)\|, \quad i = 1, n, \quad t \in [t_r; t_{r+1}], \quad r = 0, N-1; \quad (74)$$

отсюда в силу (72) имеем [337]:

$$\|\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t) - \mathbf{x}_i(t)\| \leq \left(\|\mathbf{x}_i^{(k+1)}(t_r) - \mathbf{x}_i(t_r)\| + L_s^{\tilde{\mathbf{f}}} L_x^{\mathbf{h}} \|\mathbf{x}^{(k)}(t) - \mathbf{x}(t)\| \Delta t_r \right) \exp(L_x^{\tilde{\mathbf{f}}} \Delta t_r), \quad i = 1, n, \quad t \in [t_r; t_{r+1}],$$

$$r = 0, N-1;$$

отсюда, введя обозначение [337]:

$$q = nL_s^{\tilde{f}} L_x^h \Delta t_r \exp(L_x^{\tilde{f}} \Delta t_r), \quad (75)$$

получим окончательно, просуммировав (72) по всем индексам i [337]:

$$\|\mathbf{x}^{(k+1)}(t) - \mathbf{x}(t)\| \leq \|\mathbf{x}^{(k+1)}(t_r) - \mathbf{x}(t_r)\| \exp(L_x^{\tilde{f}} \Delta t_r) + q \|\mathbf{x}^{(k)}(t) - \mathbf{x}(t)\|, \quad t \in [t_r; t_{r+1}], \quad r = 0, N-1. \quad (76)$$

Возьмем, используя (73), разбиение $[t_0; t_0 + T] = \bigcup_{r=0}^{N-1} [t_r; t_{r+1}]$, $t_0 + T = t_N$ таким образом, чтобы:

$$nL_s^{\tilde{f}} L_x^h \Delta t_r \exp(L_x^{\tilde{f}} \Delta t_r) < 1;$$

отсюда в силу (75) имеем:

$$q < 1. \quad (77)$$

Рассмотрим $r = 0$. Выражение (76) в таком случае в силу (68) и (70) примет вид [337]:

$$\|\mathbf{x}^{(k+1)}(t) - \mathbf{x}(t)\| \leq q \|\mathbf{x}^{(k)}(t) - \mathbf{x}(t)\|, \quad t \in [t_0; t_1];$$

отсюда следует равномерная сходимость $\mathbf{x}^{(k)}(t)$ к $\mathbf{x}(t)$ при всех $t \in [t_0; t_1]$ в случае $r = 0$. Отсюда, для $r = 1$ из (76) вытекает равномерная сходимость $\mathbf{x}^{(k)}(t)$ к $\mathbf{x}(t)$ при $t \in [t_1; t_2]$. Аналогично для произвольных r можно доказать равномерную сходимость $\mathbf{x}^{(k)}(t)$ к $\mathbf{x}(t)$ при $t \in [t_r; t_{r+1}]$, $r = 0, N-1$ [337].

Из равномерной сходимости $\mathbf{x}^{(k)}(t)$ к $\mathbf{x}(t)$ при $t \in [t_r; t_{r+1}]$, $r = 0, N-1$ в силу (74) вытекает равномерная сходимость $\mathbf{s}^{(k)}(t)$ к $\mathbf{s}(t)$ при $t \in [t_r; t_{r+1}]$, $r = 0, N-1$. Отсюда в силу (69) и (71) вытекает равномерная сходимость ВХС $\mathbf{y}^{(k)}(t)$ к $\mathbf{y}(t)$ при $t \in [t_r; t_{r+1}]$, $r = 0, N-1$ из свойств непрерывности соответствующих функционалов в (69) и (71) [337].

Итак, мы видим, что итерации (70) и (71) сходятся к решению (66) и (67), эквивалентных (68) и (69). ПВД в (70) и (71) мы вводим, путем описанных в 3.2 разрывов по ТС, КС, коэффициентам КМ, связи которых более слабые, чем те, которые мы сохраняем. Это делает возможным брать разбиение $[t_0; t_0 + T] = \bigcup_{r=0}^{N-1} [t_r; t_{r+1}]$, $t_0 + T = t_N$ на меньшее число отрезков, что упрощает расчет и уменьшает число итераций (видно из приведенных преобразований (72) – (77)).

Таким образом, выражения (70) и (71) представляют собой итерации, которые мы реализовываем независимо друг от друга (параллельно [338, 339]) с последующим уточнением результата моделирования (синхронизация путем обмена сообщениями [339]) (рисунок 23). Описанный подход реализации уравнений динамики ФХП по частям целесообразен для реализации в вычислительном кластере Beowulf [341].

4.2.3. Аппроксимация модели системы по частям на различных динамиках выходных характеристик системы

Математическая модель произвольной заданной ФХС может быть построена (из уравнений, полученных в соответствие с изложенным в 2.3.2 формализмом) по частям [337, 338, 342]. Т.е. сложные модели в этом множестве сводятся к частным (более простым) моделям (выполнимых на соответствующих подмножествах входных данных), затем настраиваются параметры этих простых моделей, а далее эти частные модели объединяются в более общую модель [337, 338, 342, 343]. В общем случае такие модели (диагностические и прогностические), как нетрудно видеть из 3.1.2.3, имеют вид [195, 337, 338]:

$$\mathbf{y}^{(o)}(t) = \mathbf{q}(\mathbf{y}^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \mathbf{p}), \quad t \in [t_0; t_0 + T], \quad (78)$$

где $\mathbf{y}^{(o)}(t)$ - ВХС системы $\mathbf{y}(t)$, являющиеся выходными параметрами модели (ненаблюдаемые ВХС системы или наблюдаемые ВХС системы в последующие моменты времени); $\mathbf{y}^{(i)}(t)$ - ВХС системы $\mathbf{y}(t)$, являющиеся входными параметрами модели (наблюдаемые ВХС системы в текущий и предыдущий моменты времени); $\bar{\mathbf{u}}(t)$ - известные внешние воздействия на систему $\mathbf{u}(t)$ (и их производные по времени); \mathbf{p} - настраиваемые параметры модели [337, 338]. Эти параметры \mathbf{p} настраиваются на множестве динамик ВХС, полученных из уравнений динамик ФХП в системе для различных совокупностей значений неизвестных параметров этих уравнений [337, 338]. Из всего множества моделей (78) выбирается та модель, которая после настройки параметров \mathbf{p} лучше описывает связь между входными и выходными данными [337, 338].

Упомянутая выше декомпозиция модели (78) аналогична вышеописанной декомпозиции системы уравнений ППМ. С этой целью, как и ранее, уравнение (78) представим в виде [337, 338, 343]:

$$\mathbf{y}_j^{(o)}(t) = \mathbf{q}_j(\mathbf{y}_j^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}_j(t), \mathbf{p}_j, \bar{\mathbf{s}}_j(t)), \quad \bar{\mathbf{s}}_j(t) = \bar{\mathbf{h}}_j(\mathbf{y}_j^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \mathbf{p}), \quad t \in [t_{0,j}; t_{0,j} + T_j], \quad j = 1, n_m, \quad (79)$$

где $\mathbf{y}_j^{(o)}(t)$, $t \in [t_0; t_0 + T]$, $j = 1, n_m$ - все или некоторые ненаблюдаемые (или наблюдаемые последующие моменты времени) ВХС объекта $\mathbf{y}^{(o)}(t)$ в j -м представлении модели (78); $\mathbf{y}_j^{(i)}(t)$, $t \in [t_0; t_0 + T]$, $j = 1, n_m$ - все или некоторые наблюдаемые (в текущий и предыдущий моменты времени) ВХС объекта $\mathbf{y}^{(i)}(t)$ в j -м представлении модели (78); $\bar{\mathbf{u}}_j(t)$, $t \in [t_0; t_0 + T]$, $j = 1, n_m$ - все или некоторые известные внешние воздействия на объект $\bar{\mathbf{u}}(t)$ в j -м представ-

лении модели (78); \mathbf{p}_j , $j = 1, n_m$ - некоторые настраиваемые параметры \mathbf{p} модели (78) в j -м ее представлении; $[t_{0,j}; t_{0,j} + T_j] \subset [t_0; t_0 + T]$, $j = 1, n_m$, причем отрезки $[t_{0,j}; t_{0,j} + T_j]$, $j = 1, n_m$ полностью покрывают отрезок $[t_0; t_0 + T]$; n_m - число представлений (79) модели (78) [337, 338, 343].

Используя (79), модели (78) сведем к упрощенным частным моделям (аналогично 3.2.1) [337, 338, 343]:

$$\mathbf{y}_j^{(o)}(t) = \mathbf{q}_j(\mathbf{y}_j^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}_j(t), \mathbf{p}_j^{(k+1)}, \bar{\mathbf{s}}_j^{(k)}(t)), \bar{\mathbf{s}}_j^{(k)}(t) = \bar{\mathbf{h}}_j(\mathbf{y}_j^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}_j(t), \mathbf{p}^{(k)}), t \in [t_{0,j}; t_{0,j} + T_j], j = 1, n_m, \quad (80)$$

где k - номер итерации. На каждой k -й итерации $\mathbf{p}_j^{(k+1)}$, $j = 1, n_m$ находится в процессе аппроксимации динамик ВХС, полученных из уравнений динамик ФХП в рассматриваемой ФХС при различных значениях неизвестных параметров, входящих в эти уравнения, при фиксированных $\bar{\mathbf{s}}_j^{(k)}(t)$, $j = 1, n_m$, $t \in [t_0; t_0 + T]$. Отсюда в силу сказанного выше параметры $\mathbf{p}_j^{(k+1)}$, $j = 1, n_m$ являются функционалом $\bar{\mathbf{s}}_j^{(k)}(t)$, $\mathbf{y}_j^{(o)}(t)$, $\mathbf{y}_j^{(i)}(t)$, $\bar{\mathbf{u}}_j(t)$, $j = 1, n_m$, $t \in [t_0; t_0 + T]$ [337, 338, 343]:

$$\mathbf{p}_j^{(k+1)} = \mathbf{r}_j[\mathbf{y}_j^{(o)}(t), \mathbf{y}_j^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}_j(t), \bar{\mathbf{s}}_j^{(k)}(t)], \bar{\mathbf{s}}_j^{(k)}(t) = \bar{\mathbf{h}}_j(\mathbf{y}_j^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}_j(t), \mathbf{p}^{(k)}), j = 1, n_m. \quad (81)$$

Выстроив аналогичные рассуждения для (79), получим [337, 338, 343]:

$$\mathbf{p}_j = \mathbf{r}_j[\mathbf{y}_j^{(o)}(t), \mathbf{y}_j^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}_j(t), \bar{\mathbf{s}}_j(t)], \bar{\mathbf{s}}_j(t) = \bar{\mathbf{h}}_j(\mathbf{y}_j^{(i)}(t), \bar{\mathbf{u}}_j(t), \mathbf{p}), j = 1, n_m. \quad (82)$$

Полученное выражение (81) представляет собой прямые итерации [234]. Если в (81) выполняется условие сходимости прямых итераций [234], то эти итерации сходятся к (82) [234], т.е. $\exists \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{p}^{(k)} = \mathbf{p}$ [234]. Таким образом, выражения (80) являются частными моделями (78) тогда и только тогда, когда выполняются условия сходимости прямых итераций (81).

Модели (80) выбираются еще и так, чтобы они по частям поместились в памяти ЭВМ [337, 338, 343]. Это дает возможность частные модели настраивать, используя (81), параллельно на разных ЭВМ на каждой итерации (рисунок 23) [337, 338, 343]. Затем эти итерации повторяются [337, 338, 343].

4.2.4. Получение в параллель моделей системы для решения практических задач

Получив диагностические и прогностические модели произвольной рассматриваемой ФХС, мы затем получаем вероятностные модели для соответствующих вероятностных ха-

ра характеристик рассматриваемой системы. Эти модели получаются (см. 3.3) путем расчета статистики ненаблюдаемых или наблюдаемых в последующие моменты времени ВХС на основе имеющейся статистики испытаний, дальнейшего расчета условных статистических характеристик этих ненаблюдаемых или наблюдаемых в последующие моменты времени ВХС (в зависимости от наблюдаемых в текущий и предыдущий моменты времени ВХС) и дальнейшей аппроксимации математической модели для этих условных статистических характеристик [233].

Как нетрудно видеть, эти описанные этапы также легко распараллеливаются на разных ЭВМ (используя среды анализа данных, установленные на разных ЭВМ (рисунок 23)) [338].

4.3. Использование баз данных для построения моделей пользовательских физико-химических систем

4.3.1. Обоснование необходимых баз данных

Как неоднократно отмечалось выше, построение моделей различных ФХС сводится к построению блочных диаграмм ФХП (синтезу уравнений динамики ФХП), моделированию этой динамики при различных значениях неизвестных параметров, входящих в систему уравнений этой динамики, расчету соответствующих динамик ВХС и аппроксимации диагностических и прогностических моделей на множестве динамик этих ВХС. Затем в общем случае на основе этих полученных моделей строятся вероятностные диагностические и прогностические модели.

Т.к. одни и те же ФХП протекают в общем случае в различных ФХС, то эти процессы, образующие блочные поддиаграммы, целесообразно держать в базе данных [344]. Аналогично диагностические и прогностические модели строятся на основе комбинации аналитических выражений, которые целесообразно держать в базе данных аналитических выражений [343].

Таким образом, для численно-аналитического построения математических моделей различных ФХС нам необходимы базы данных [343, 344]:

- база данных структур подсистем различных ФХС и соответствующих ФХП в этих подсистемах, встречающихся в различных ФХС;

— база данных аналитических выражений, на основе которых задаем ФР для СВП, а также строим модель заданной ФХС.

Рассмотрим каждую из этих баз данных в отдельности.

4.3.2. База данных структур подсистем различных физико-химических систем и соответствующих физико-химических процессов в этих подсистемах

Как отмечалось в 2.1, в общем случае структура произвольной ФХС имеет вид, показанный на рисунке 11 (с учетом нарушения локального термодинамического равновесия, нескольких температур в одной фазе) [224, 300]. В общем случае ФХП, протекающие между фазами, между подфазами одной фазы, внутри подфазы определяются химическим составом фаз и подфаз. Это должно быть отражено в базе данных структур подсистем различных физико-химических систем и соответствующих процессов в этих подсистемах [344].

Как было показано в 4.1, блочная реализация формализма современной неравновесной термодинамики представляет собой классы блоков, реализующих [224]:

- КС кроме внутренних энергий (в том числе и законы сохранения кроме первого начала термодинамики);
- ЭСС (в том числе и первое начало термодинамики);
- ФХП (в том числе и потенциально-потокосые уравнения этих ФХП);
- ТС (в том числе и уравнения для этих ТС через ПВЗ);
- ПВЗ, коэффициенты матрицы баланса (на их вход подается выход функции для этих ПВЗ, этих коэффициентов матрицы баланса соответственно).

Таким образом, блоки ФХП, ТС, а также блоки коэффициентов матрицы баланса мы объединим в суперблоки соответствующих ФХП [224, 344]; блоки КС, ПВЗ объединяются в суперблоки соответствующих подфаз (см. рисунок 11) и в суперблоки соответствующих веществ, температуры степеней свободы частиц которых различаются (см. рисунок 11) [344]. Соответственно связи между блоками, входящих в разные суперблоки, объединяются в суперсвязи [344].

Также в рассматриваемые суперблоки могут входить функции состояния (с точностью до постоянных параметров) для ПВЗ и коэффициентов КМ [224, 344]. Именно в виде таких суперблоков для ФХП и целесообразно хранить ФХП в БД (рисунок 24) [344]. Также фазы и

подфазы произвольной ФХС хранятся в БД в виде вышеупомянутых суперблоков фаз и подфаз соответственно (рисунок 24) [344]. Суперблоки подфаз и веществ также могут быть объединены в суперблоки фаз и в таком виде также храниться в БД (рисунок 24) [344].

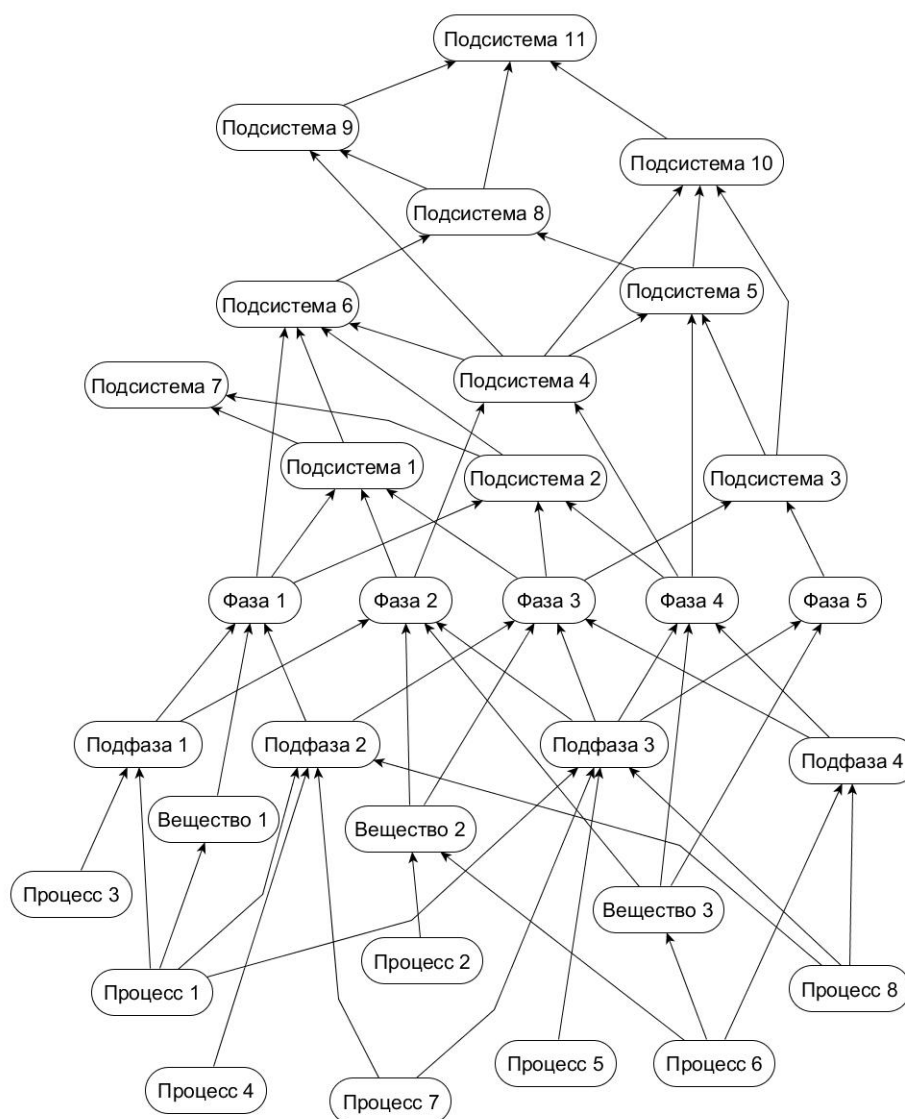


Рисунок 24 – База данных фаз, подфаз, отдельных веществ, температуры степеней свободы молекул которых различается, подсистем и физико-химических процессов. Процессы между подфазами, отдельными веществами автоматически включаются в подсистемы (на рисунке не показывается)

Также суперблоки фаз вместе с суперблоками ФХП между подфазами и отдельными веществами в этих фазах или между этими фазами объединяются в суперблоки подсистем (которые также хранятся в рассматриваемой БД). Такие суперблоки подсистем также связаны с ФХП между этими подсистемами (рисунок 25) [344].

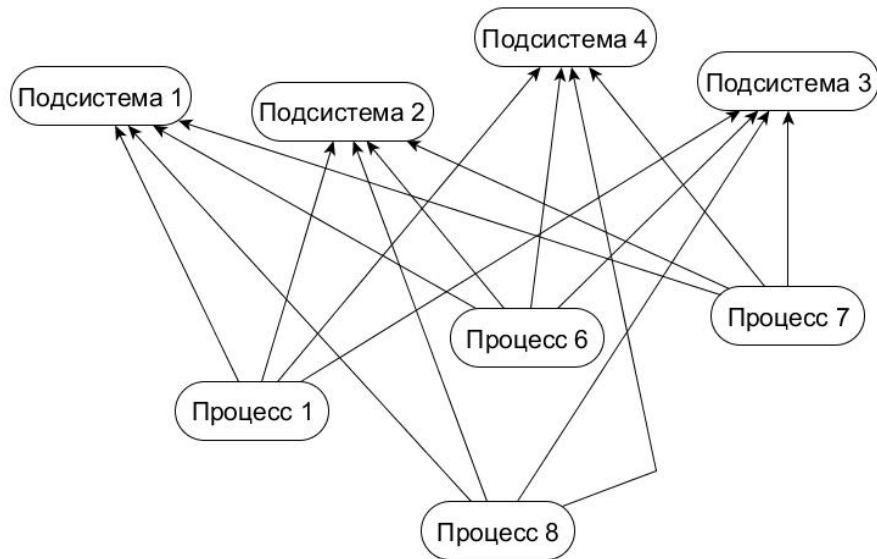


Рисунок 25 – Процессы между подсистемами

Получив (с использованием графовых методов) из БД (рисунок 24) связь между подсистемами и процессами между этими подсистемами (рисунок 25), мы, используя соответствующие суперблоки и соответственно суперсвязи между этими суперблоками, получим блочную диаграмму (модель) рассматриваемой ФХС. Таким образом, использование БД в форме, показанной на рисунке 24, позволяет быстро в соответствии с запросом пользователя строить блочные модели ФХП в пользовательской системе (пользователю не надо будет создавать целиком сложную блочную модель) [344].

4.3.3. База данных аналитических выражений

Аналитические выражения, на основе которых мы задаем ФР для СВП, а также на основе которых мы строим модели различных ФХС, представляют собой класс соответствующих математических моделей [182, 187, 232]. Такой класс формальных моделей ФХС может быть представлен в виде ориентированного двудольного графа $G(U, V)$, узлами $U = F \cup C$, $F \cap C = \emptyset$ которого являются аналитические функции F , а C - условия, при которых мы переходим от более сложных функций к упрощенным функциям, а ребра $V = F \times C \cup C \times F$ показывают связь функций F с условиями C (рисунок 26) [343]. Более того, для каждого узла $f \in F$ определен алгоритм доводки параметров $a = H_A(f) \in A$, $H_A : F \rightarrow A$, где A -

множество алгоритмов настройки параметров соответствующих моделей (формальных моделей) F ; причем начальные приближения параметров этих моделей F получаются из доводки этих параметров более частных моделей [343]. Для частных моделей, не сводящихся к другим более частным моделям, задан алгоритм оценки начальных приближений параметров [343].

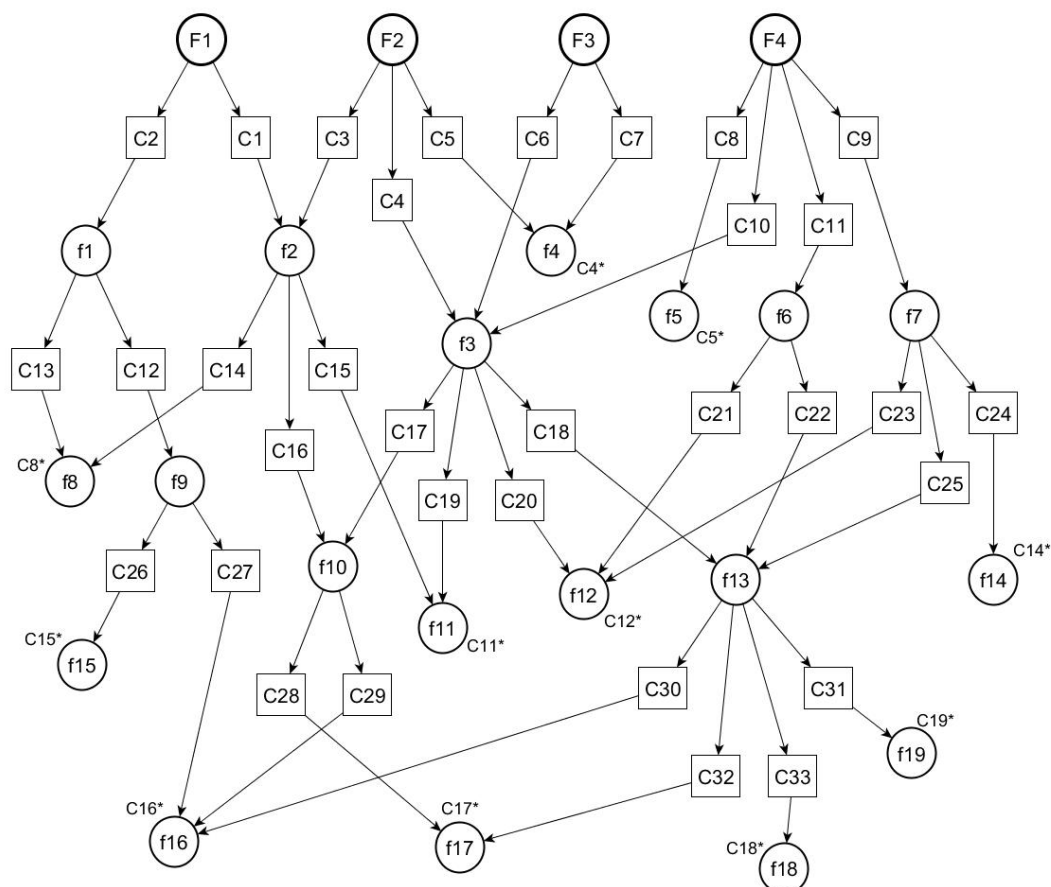


Рисунок 26 – Аналитические выражения и условия перехода от более сложных аналитических выражений к более простым

Таким образом, необходимо для каждого узла $f \in F$ определить алгоритм расчета начального приближения $a^{(0)} = H_{A^{(0)}}(f) \in A^{(0)}$, $H_{A^{(0)}} : F \rightarrow A^{(0)}$, где $A^{(0)}$ - множество алгоритмов расчета начальных приближений параметров соответствующих моделей (формальных моделей) F [343]. Каждая формальная модель $f \in F$ берет на вход и возвращает на выходе одни и те же ВХС рассматриваемой физико-химической системы; различается только структура каждой такой формальной модели $f \in F$. Сам математический объект формальной модели $f \in F$ включает в себя как структуру этой формальной модели $f \in F$, так и ее

параметры, которые определяются вышеописанным образом из полученных ППМ динамик ВХС с помощью алгоритмов $A = H_A(F)$ и $A^{(0)} = H_{A^{(0)}}(F)$ [343].

Функции $H_A : F \rightarrow A$ и $H_{A^{(0)}} : F \rightarrow A^{(0)}$ подаются на вход алгоритма построения формальных математических моделей вместе с графом $G(U, V)$ [343]. Граф $G(U, V)$ и функции $H_A : F \rightarrow A$ и $H_{A^{(0)}} : F \rightarrow A^{(0)}$ вместе составляют подаваемый на вход алгоритма построения формальных математических моделей класс возможных моделей физико-химических систем с их упрощенными моделями и условиями их применения [343].

Как нетрудно видеть из рисунка 26, идя от любой общей функции, к более частным, мы получим совокупность условий, при которых эта частная функция справедлива. Эти условия включают в себя множество настраиваемых параметров, при которых эти частные модели справедливы. Выполняя настройку этих частных моделей на имеющихся полученных из потенциально-поточковых уравнений динамиках ВХС, мы параметры этих моделей настраиваем в этих приведенных диапазонах. Эти диапазоны мы также подаем на вход алгоритмов $A = H_A(F)$ и $A^{(0)} = H_{A^{(0)}}(F)$ [343].

Таким образом, мы из графа аналитических выражений и условий перехода от более сложного выражения к более простому, показанного на рисунке 26, берем все условия по каждой частной модели, которые далее уже не сводятся к другим частным моделям, C^* и сами эти модели F^* в соответствие с $(F^*, C^*) = H_c(G(U, V))$, используя для этого функцию $H_c : \{G(U, V)\} \rightarrow \{(F^*, C^*)\}$ [343]. Эти условия C^* представляют собой конъюнкцию условий, при которой более общие модели сводятся к рассматриваемым частным моделям F^* по каждой ветви (рисунок 26) [343]. Затем по каждому условию $c^* \in C^*$ разбиваем полученные из потенциально-поточковых уравнений данные динамик ФХП на кластеры, каждый кластер удовлетворяет «своим» условиям $c^* \in C^*$, и на каждом таком кластере доводим соответствующую локальную модель $f^* \in F^*$ [343]. Затем на этом графе $G(U, V)$ переходим к более общим моделям $\bar{f} \in F \setminus F^*$; параметры этих моделей $\bar{f} \in F \setminus F^*$ в первом приближении известны из анализа частных моделей, и эти параметры мы доводим также по частям (в общем случае аналогично описанному в [337] и в предыдущем параграфе с использованием промежуточных значений) в соответствие с соответствующими алгоритмами доводки $\bar{A} = H_A(F \setminus F^*)$ и алгоритмами $\bar{A}^{(0)} = H_{A^{(0)}}(F \setminus F^*)$ расчета начальных значений параметров (которые также входят в граф, показанных на рисунке 26) [343]. Схематически этот расчет показан на рисунке 27 [343].

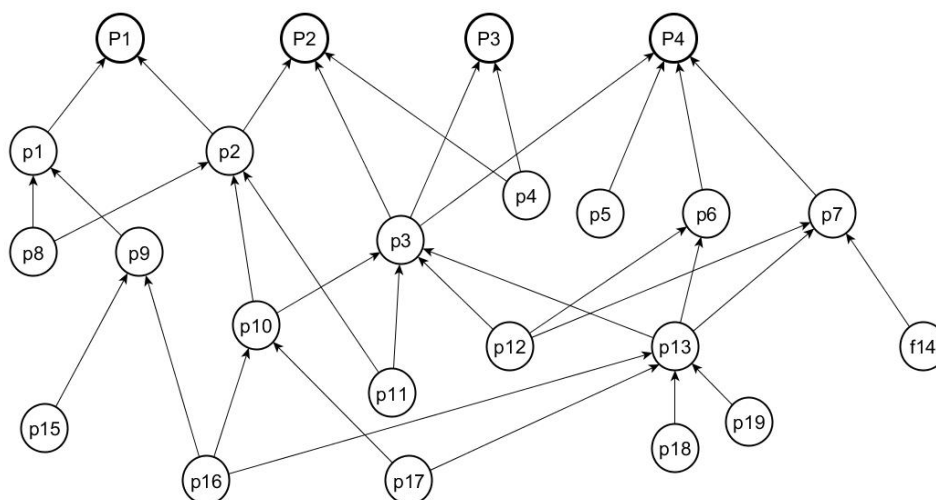


Рисунок 27 - Расчет параметров моделей

Для любого описываемого графа $G(U, V)$ алгоритмы A и $A^{(0)}$, а также условия C формируются, исходя из конкретных соответствующих моделей F . Эти модели F задаются, исходя из характера поставленной практической задачи (разработка алгоритма управления, диагностики и прогнозирования технического состояния, а именно, из вычислительной базы соответствующей системы управления, диагностики и прогнозирования технического состояния рассматриваемой системы) [343].

4.4. Концепция распределенной информационной системы построения математической модели сложной системы на основе анализа процессов в ней

4.4.1. Пользовательский функционал распределенной информационной системы построения математической модели сложной системы на основе анализа процессов в ней

Как следует из сказанного выше, функционал предлагаемой информационной системы [345]:

- построение диагностических и прогностических моделей заданных пользователем систем различной физической и химической природы (в том числе и химических источников электрической энергии);

- управление базами данных (в общем случае распределенных [345, 346], интеллектуальных [345, 346]):
 - базой данных диаграмм ФХП (в подсистемах) на основе блоков, реализующих формализм современной неравновесной термодинамики;
 - базой данных аналитических выражений, с использованием которых задаются с точностью до определяемых коэффициентов модели систем и ФС для СВП;
 - базой данных статистик результатов испытаний экземпляров конкретной пользовательской системы.

Использование распределенных и интеллектуальных баз данных дает возможность, например, получения процессов, а также свойств веществ и процессов в зависимости от химического состава системы [345].

4.4.2. Архитектура распределенной информационной системы построения математической модели пользовательской физико-химической системы

Как собственно и видно из формализмов, приведенных в главах 2 и 3, и сказанного выше, основой этих формализмов является мультикомпьютерное распараллеливание [338, 339, 345], основой которого является MPI-интерфейс обмена сообщениями, а также интерфейс удаленного запуска приложений по сети [338, 345]. На каждом вычислительном узле в сети запускается среда (например, MatLab [333], Scilab [334]), в которой также реализованы вычисления по блочным моделям заданных пользовательских систем (рисунок 23) [337, 338, 345]. Также необходимо промежуточное программное обеспечение (связующее программное обеспечение) middleware [345 – 348], также включающее в себя управление базами данных [345 – 348], например Nadoor [348].

На каждом подчиненном вычислительном узле вычислительная среда (рисунок 23) работает в режиме ожидания задания [345]. Получив задание, эта среда отправляет результаты выполнения задания узлу, с которого это задание поступило [345]. Затем цикл повторяется [345]. Поддерживается очередь заданий, которые исполняются на вычислительных узлах-исполнителях [345]. Вычислительный узел-заказчик планирует подзадачи (с использованием приведенных в главах 2 и 3 алгоритмов) и распределяет эти подзадачи по вычислительным узлам-исполнителям (рисунок 28) [345]. Вычислительный узел-исполнитель может также

быть узлом-заказчиком для других узлов исполнителей (рисунок 28) [345], планирующим распределение задач по этим узлам-исполнителям [345]. Такая организация мультимедийной вычислительной системы позволяет каждому вычислительному узлу-заказчику управлять сравнительно небольшим числом вычислительных узлов [345].

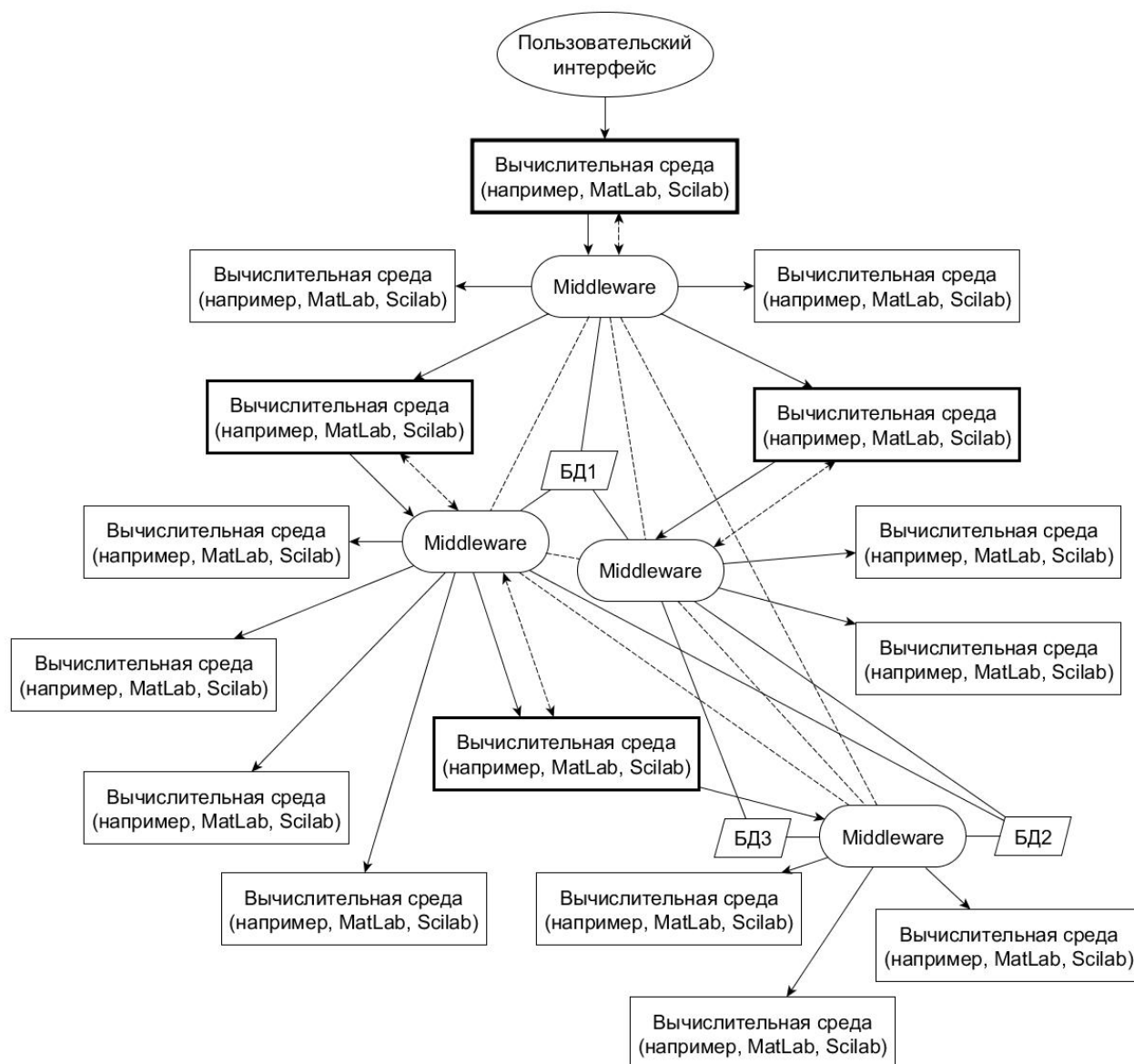


Рисунок 28 – Распределенная вычислительная система, реализующая формализм построения моделей на основе анализа процессов в системах. Стрелками показаны направления передачи задач, результаты решения задач передаются по этим стрелкам в противоположном направлении. Пунктирные линии без стрелок – межузловое взаимодействие между собой компонентов middleware. Пунктирные линии со стрелками – обращение из вычислительной среды к базе данных через middleware. БД с номерами – локальные базы данных на каждом узле в сети, сплошные линии без стрелок – обмен данными компонентов middleware с базами данных. Выделенные жирным вычислительные среды-заказчики

Решаемые узлами подзадачи, описанные в формализмах, приведенных в главах 2 и 3, реализованы в виде соответствующих модулей расширения (рисунки 29 и 30, таблица 10) [345]: на узлах-исполнителях эти модули реализуют решение этих подзадач, а на узлах-заказчиках – планирование этих подзадач по узлам-исполнителям. На вычислительных узлах-исполнителях, которые имеют в своем подчинении свои узлы-исполнители, реализованы два приведенных класса модулей расширения (рисунки 29 и 30, таблица 10) [345].

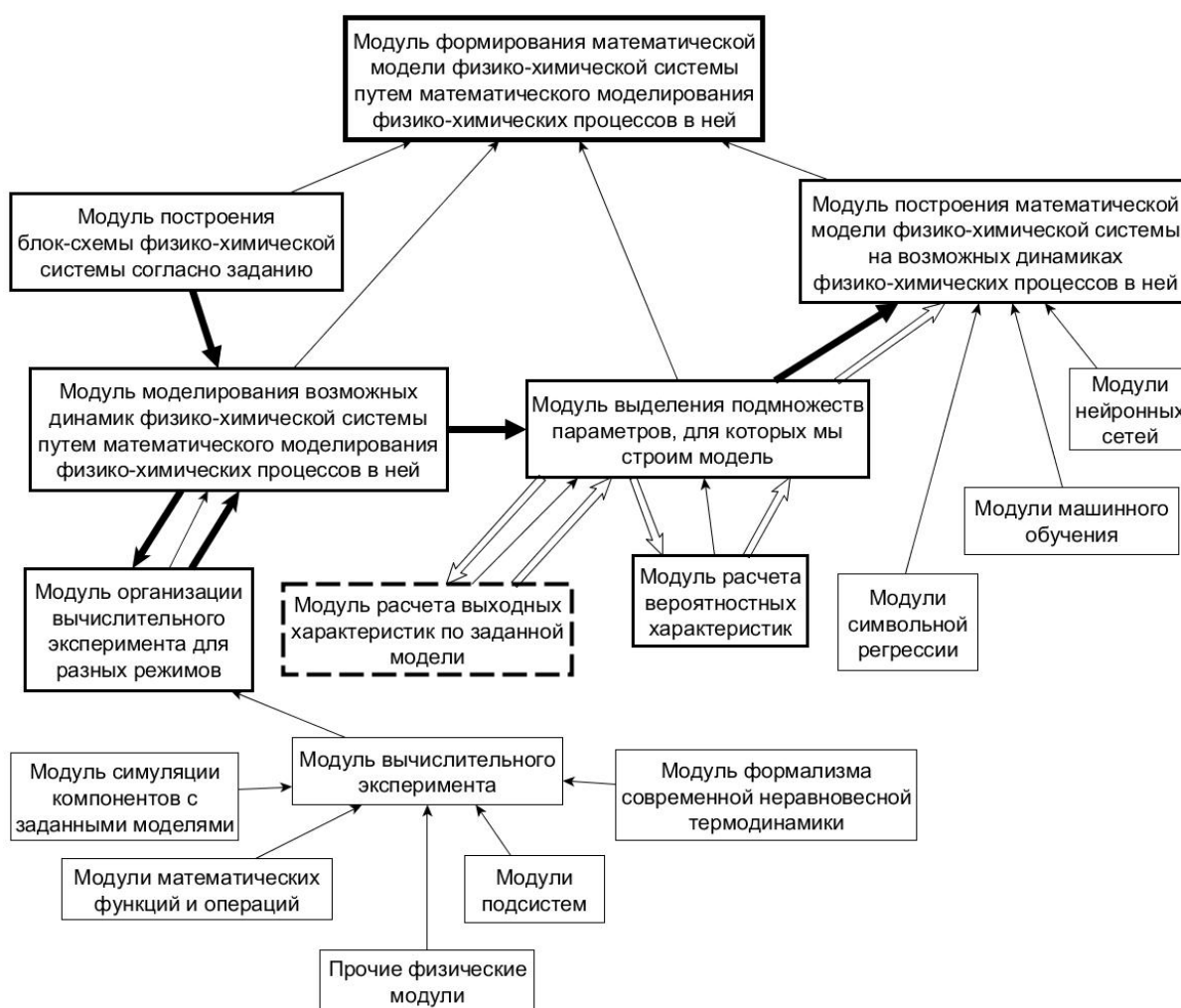


Рисунок 29 - Модули построения математической модели на вычислительных узлах-исполнителях. Толстыми стрелками показана последовательность выхода библиотек в процессе построения модели системы (черные стрелки – построение формальной модели, белые стрелки – построение модели для вероятностных характеристик). Тонкими стрелками – какие модули расширения положены в основу каких модулей расширения. Пунктиром выделен подмодуль, входящий в состав модуля

Вычислительные узлы в рассматриваемой вычислительной системе в общем случае соединяются посредством локальной сети или Интернет (с использованием поддержки

соответствующих middleware [346 – 348]) [345]. Благодаря этому становится возможным создание вычислительной системы, различные вычислительные узлы которой физически находятся в разных местах (например, в разных зданиях, в разных городах, в разных странах) [345]. Обращение к упомянутым базам данных осуществляется как через локальную сеть, так и через Интернет [345].



Рисунок 30 – Модуль координации формирования математической модели заданной физико-химической системы на вычислительных узлах-исполнителях. Толстыми стрелками показана последовательность выхода библиотек в процессе построения модели системы. Тонкими стрелками – какие модули расширения положены в основу каких модулей расширения

Таблица 10 – Соответствие модулей расширения на вычислительных узлах-заказчиках и узлах-исполнителях

Модули расширения на вычислительных узлах-исполнителях	Модули расширения на вычислительных узлах-заказчиках
Модуль построения блок-схемы физико-химической системы согласно заданию	Модуль декомпозиции блок-схемы физико-химической системы по вычислительным уз-

	лам-исполнителям
Модуль моделирования возможных динамик физико-химической системы путем математического моделирования физико-химических процессов в ней	Модуль координации моделирования возможных динамик физико-химической системы на вычислительных узлах-исполнителях
Модуль выделения подмножеств параметров, для которых мы строим модель	Модуль координации выделения подмножеств параметров, для которых мы строим модель на вычислительных узлах-исполнителях
Модуль построения математической модели физико-химической системы на возможных динамиках физико-химических процессов в ней	Модуль координации построения математической модели физико-химической системы на возможных динамиках физико-химических процессов в ней на вычислительных узлах-исполнителях
Модуль вычислительного эксперимента	Модуль анализа связей в блок-схеме структуры системы

Описанная архитектура распределенной системы может быть реализована как полностью, так и частично [345]. В настоящей работе используется частичная реализация описанной архитектуры на основе СКМ Scilab (с использованием модулей расширения Non-equilibrium process [349], Computing Experiment [350], IODataIntegration [351]) и RDP, например Team Viewer, AnyDesk. С помощью этой реализации и получают математические модели режима разряда постоянным током ЛИА.

ГЛАВА 5. ТЕХНОЛОГИЯ ФОРМИРОВАНИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ РАБОЧЕЙ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЛИТИЙ-ИОННОГО АККУМУЛЯТОРА

Комплектация большинства современных аккумуляторных батарей, в том числе применяемых в авиации, включает аккумуляторы с форм-фактором 18650 в качестве базовых элементов. Контроль состояния ЛИАБ осуществляется для каждого аккумулятора в отдельности, по результатам которого осуществляется диагностирование и управление аккумуляторной батареей. Поэтому экспериментальные исследования применения разработанных научных основ оценивания работоспособности химических источников электроэнергии можно проводить с отдельными аккумуляторами.

5.1. Этапы построения математической модели литий-ионных аккумуляторов

Разработанные в предыдущих главах кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики, потенциально-потокосый метод построения моделей динамики ФХП, метод адаптации математических моделей на основе численно-аналитических преобразований, а также программная реализация указанных выше методов являются научной основой для разработанной технологии формирования и применения рабочих диагностических моделей для конкретных ЛИА (рисунок 31).

Технология состоит из последовательности ряда этапов, которые в общем случае должны выполняться автоматизированной системой ввиду большого объема данных и преобразований. В данной работе этапы технологии реализованы в полуавтоматическом режиме и опираются на разработанные автором программные модули.

Нулевой этап посвящен получению полной математической модели ФХП в ЛИА, которая в программном комплексе формируется в виде блочной диаграммы.

На первом этапе полная математическая модель преобразуется в модель с заданными конкретными исходными данными и ограничениями.

Второй этап технологии посвящён получению паспортных данных для определения диапазонов изменения коэффициентов моделей, определяемых разбросом параметров реальных аккумуляторов выбранной марки, определяемых *на третьем этапе*.

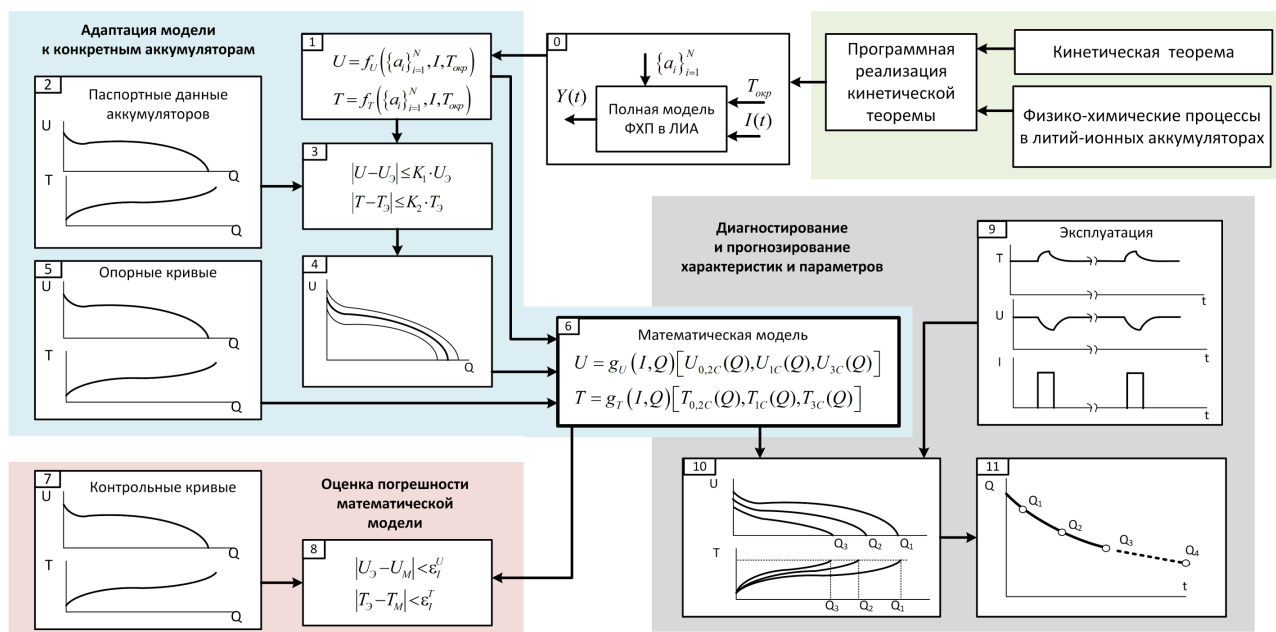


Рисунок 31 - Технология формирования и применения рабочей диагностической модели литий-ионного аккумулятора

На четвертом этапе с учетом рассчитанных диапазонов параметров насчитываются семейства динамик разрядных характеристик.

Пятый этап необходим для формирования опорных разрядных кривых (базиса) для аппроксимации коэффициентов математической модели аналитическими функциями. Эти кривые получаются из экспериментальных данных.

Используя опорные кривые, рассчитанные семейства динамик разрядных характеристик и адаптированную математическую модель, полученную на 1 этапе, с помощью численно-аналитических преобразований на шестом этапе получаем рабочую математическую модель, приспособленную для диагностирования и прогнозирования характеристик и параметров литий-ионных аккумуляторов. Для подтверждения достоверности модели на восьмом этапе проводится оценка ее погрешностей на основе экспериментально снятых на седьмом этапе контрольных кривых.

Девятый этап – это этап практической эксплуатации аккумуляторов, на котором выбираются разрядные режимы, используемые для восстановления разрядных характеристик (этап 10). Повосстановленным разрядным характеристикам вычисляется текущая фактическая емкость аккумулятора. Полученные в каждом вылете значения фактической емкости на 11 этапе экстраполируются для получения прогноза работоспособности конкретного аккумулятора.

5.2. Модель физико-химических процессов в литий-ионном аккумуляторе

ФХП, протекающие в основном режиме работы ЛИА (в том числе и US18650VTC6), в соответствии с формализмом современной неравновесной термодинамики (см. 2.3.2) и блочной реализацией этого формализма (см. 4.1.1) моделируются блочной диаграммой (рисунок 32) [352]. Блок задания функций состояния для температуры литий-ионного аккумулятора в дифференциальном виде приведен рисунке 33 [352].

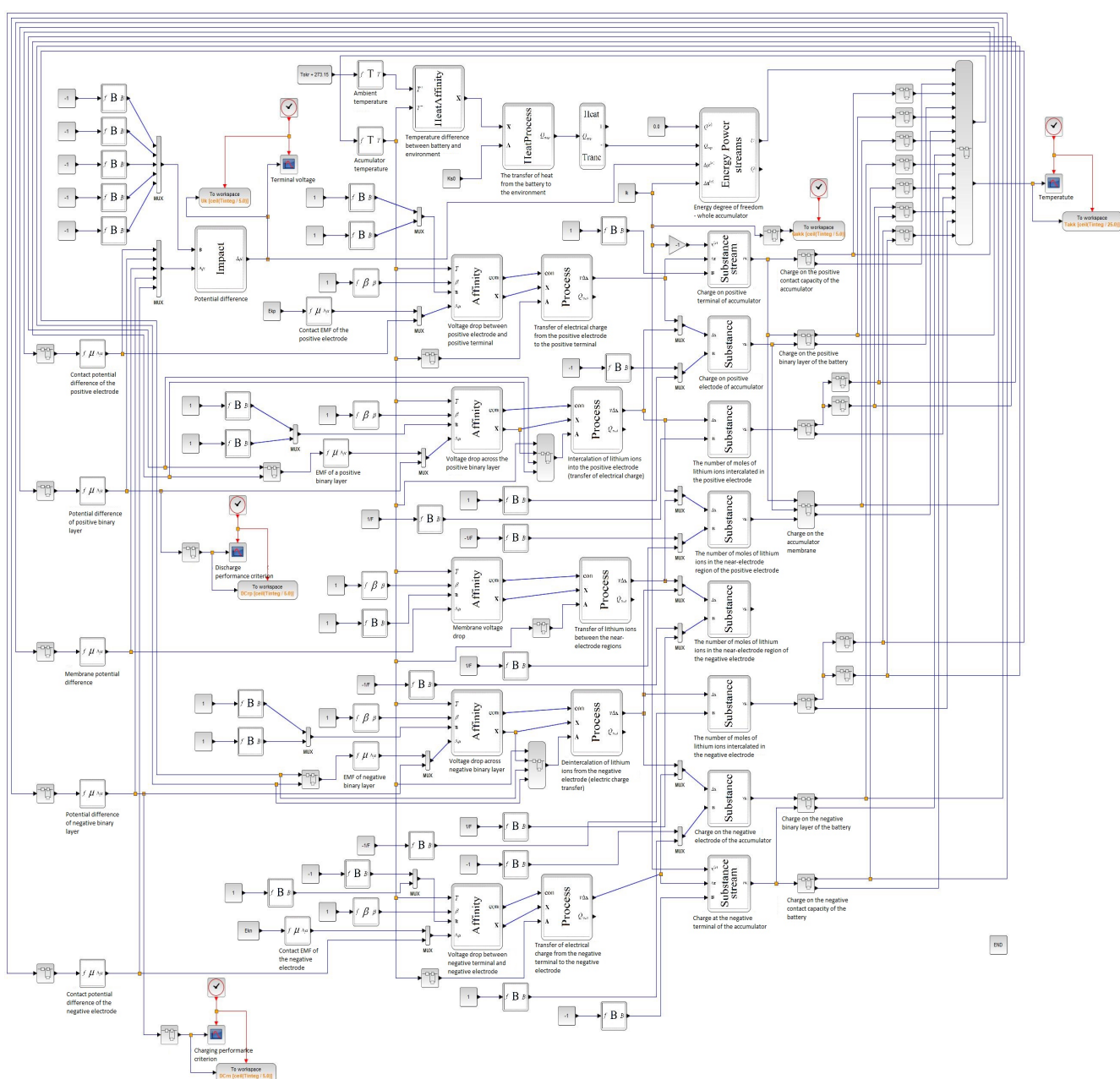


Рисунок 32 – Блочная диаграмма физико-химических процессов в литий-ионном аккумуляторе в нормальном режиме его работы

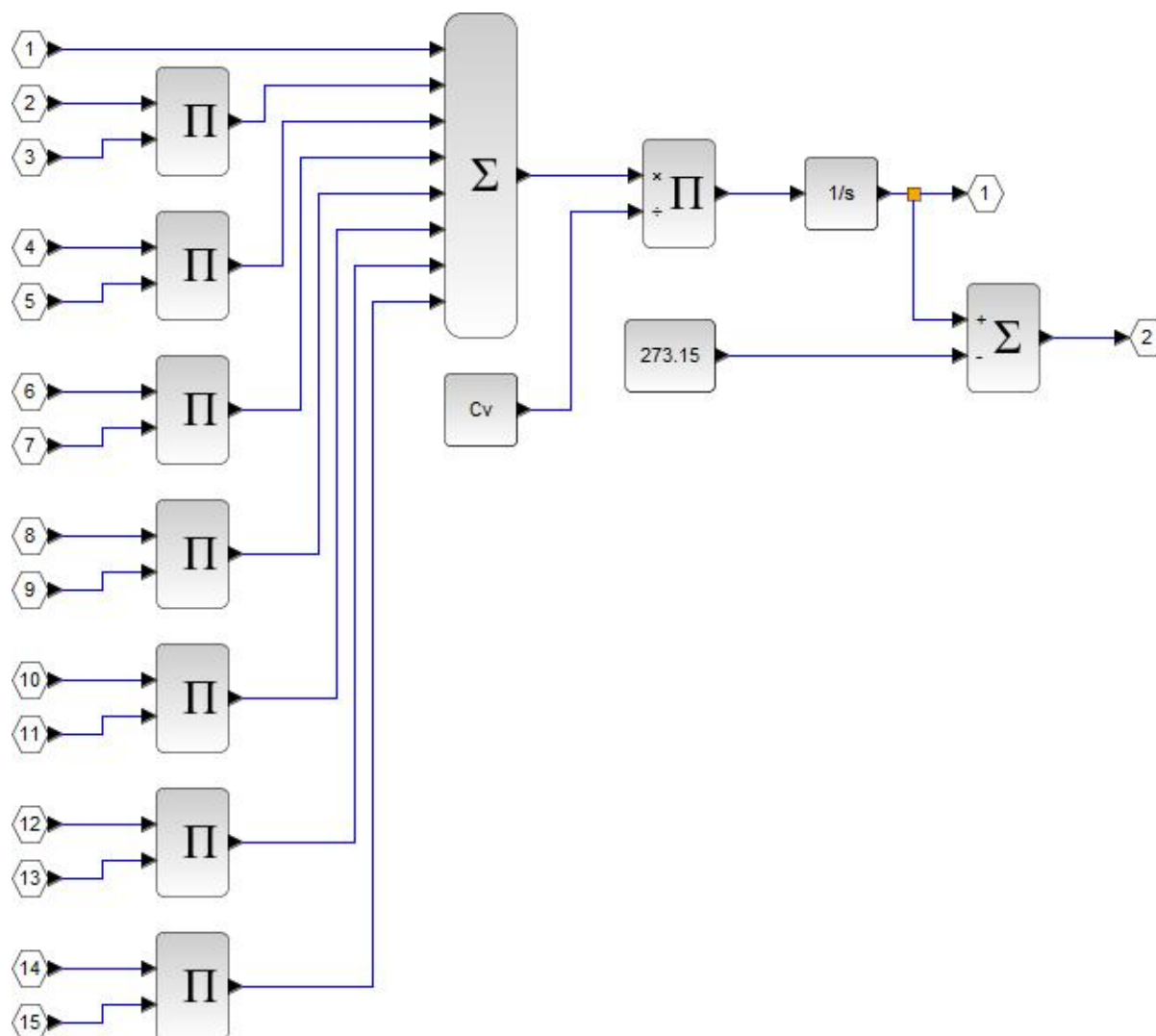


Рисунок 33 – Задание функции состояния для температуры в дифференциальном виде

Как видно из этих рисунков 32 и 33, для получения динамики ФХП в нормальном режиме работы ЛИА, моделируемой этой блочной диаграммой, необходимо задать следующие функции состояния для [291, 292]:

- коэффициента интеркаляции ионов лития Li^+ в положительном двойном слое ЛИА;
- коэффициента интеркаляции ионов лития Li^+ в отрицательном двойном слое ЛИА;
- коэффициента диффузии ионов лития Li^+ через мембрану ЛИА;
- емкостей положительного и отрицательного двойных слоев ЛИА;
- емкости мембраны ЛИА;
- ЭДС положительного и отрицательного двойных слоев ЛИА;

— частных производных внутренней энергии ЛИА по числам молей ионов лития в электролите и в электродах ЛИА.

Как нетрудно видеть из рисунка 33, заданная в дифференциальном виде функция состояния по температуре берет произведение частных производных по числам молей реагентов, заряду на клеммах на соответствующие величины, а затем, просуммировав с приращением внутренней энергии, делит на теплоемкость этого ЛИА. И получается скорость изменения температуры. Частные производные внутренней энергии ЛИА получаются из дифференциальных соотношений (см. 2.3.2) на основе прочих функций состояния.

Функции состояния для разностей потенциалов положительного двойного слоя (рисунок 34), отрицательного двойного слоя (рисунок 35), мембраны (рисунок 36) вбирают в себя функции состояния для емкостей положительного и отрицательного двойных слоев и мембраны соответственно. Функции состояния для контактных разностей потенциалов положительного электрода (рисунок 37) и отрицательного электрода (рисунок 38) определяются контактными емкостями, которые в рассматриваемой расчетной схеме взяты постоянными.

Как нетрудно видеть из рисунков 32, 34 – 38, соответствующие разности потенциалов определяются, как отношения соответствующих перенесенных электрических зарядов к соответствующим емкостям. Такие заряды определяются в соответствие с функциями, показанными на рисунках 39 – 43. Из этих функций видно, что каждый из этих перенесенных зарядов определяется соответствующим переносом электрического заряда.

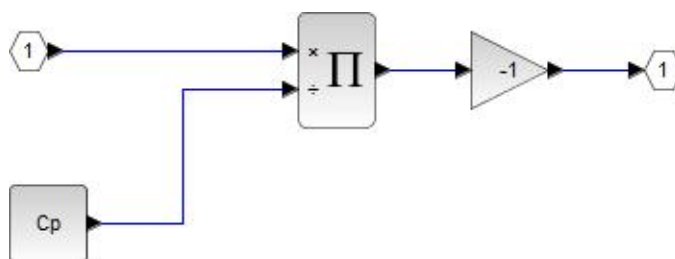


Рисунок 34 – Функция состояния разности потенциалов положительного двойного слоя

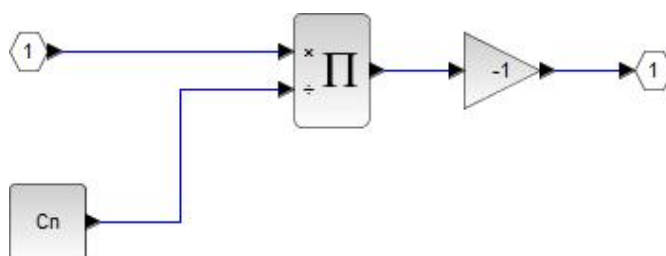


Рисунок 31 – Функция состояния разности потенциалов отрицательного двойного слоя

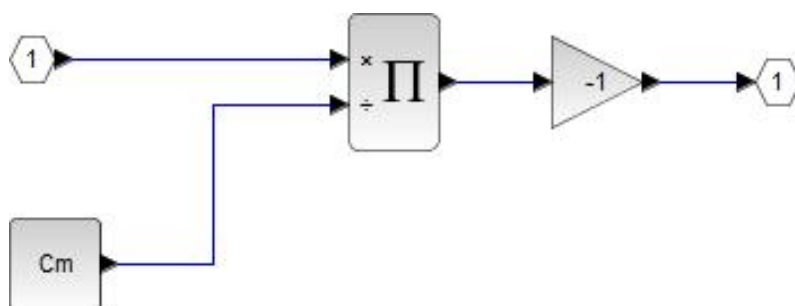


Рисунок 32 – Функция состояния разности потенциалов мембраны

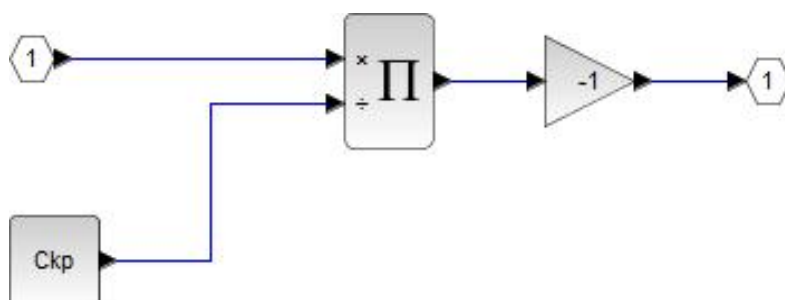


Рисунок 37 – Контактная разность потенциалов положительного электрода

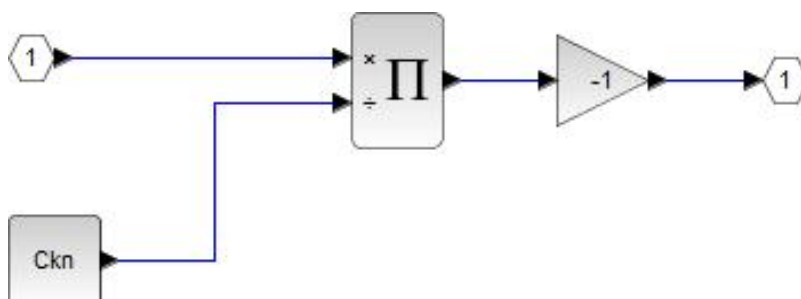


Рисунок 38 – Контактная разность потенциалов отрицательного электрода

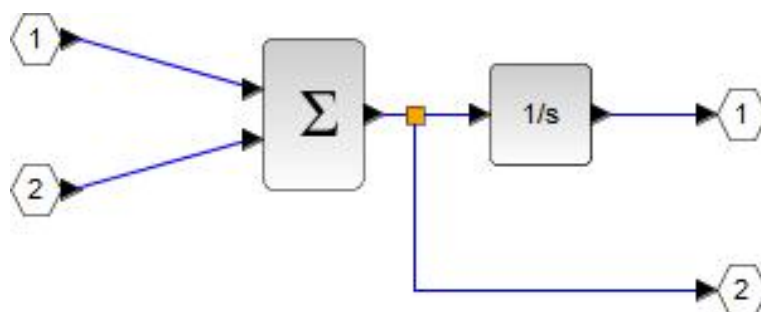


Рисунок 39 – Функция состояния для заряда на положительном двойном слое литий-ионного аккумулятора

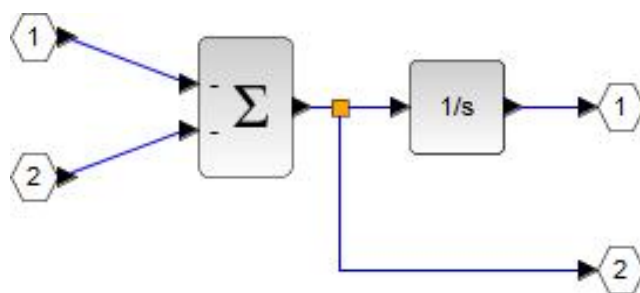


Рисунок 40 – Функция состояния для заряда на отрицательном двойном слое литий-ионного аккумулятора

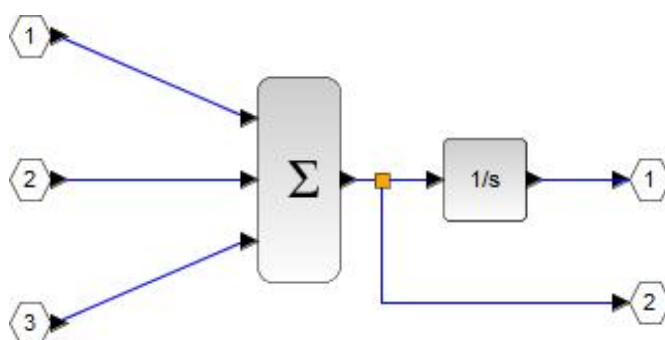


Рисунок 41 – Функция состояния для заряда на мембране литий-ионного аккумулятора

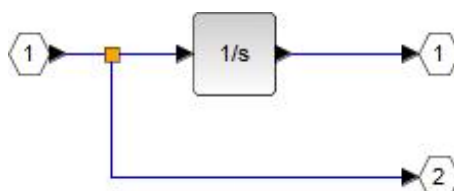


Рисунок 42 – Контактный заряд положительного электрода литий-ионного аккумулятора

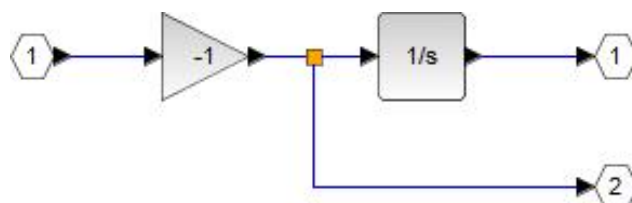


Рисунок 43 – Контактный заряд отрицательного электрода литий-ионного аккумулятора

Приведенные диаграммы ФХП в ЛИА (рисунки 32, 33) сводятся к системе уравнений динамики этих процессов в ЛИА, приведенные в [291, 292].

5.3. Критерии работоспособности литий-ионного аккумулятора

Критерии работоспособности литий-ионного аккумулятора обусловлены неположительностью химических средств, движущих побочные химические реакции (реакция выделения металлического лития на отрицательном электроде при перезаряде и разрушения положительного электрода при переразряде) [291, 292]. Действительно, из химической термодинамики известно, что, для того, чтобы химическая реакция протекала, необходимо, чтобы ее химическое средство было положительным (в противном случае реакция может протекать в противоположном направлении) [189]. Отсюда, из соображений неположительности химических средств (реакций выделения металлического лития на отрицательном электроде при перезаряде и разрушения положительного электрода при переразряде) и формулируются критерии работоспособности ЛИА в режиме его заряда и разряда, показанные на рисунках 44 и 45 [291, 292].

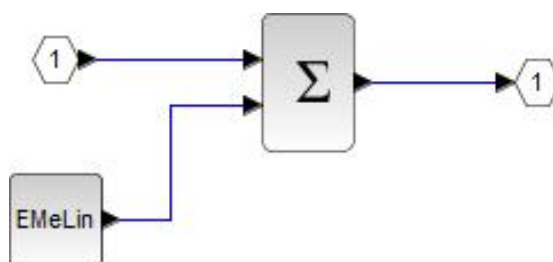


Рисунок 44 – Зарядный критерий работоспособности ЛИА

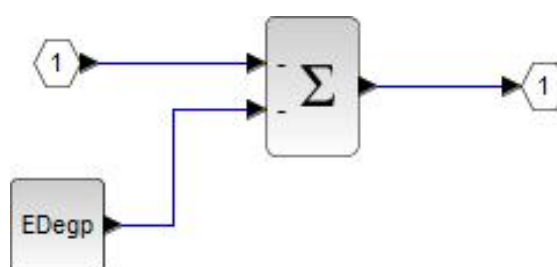


Рисунок 45 – Разрядный критерий работоспособности ЛИА

Из рисунков 44 и 45 нетрудно видеть, что зарядный и разрядный критерии работоспособности ЛИА определяются разностями потенциалов двойных слоев отрицательного и положительного электродов соответственно [291, 292]. Также эти критерии определяются ЭДС двойных этих соответствующих двойных слоев по интеркаляции/деинтеркаляции ионов лития в соответствующие электроды, и ЭДС двойных слоев по соответствующим побочным химическим реакциям [291, 292]. Эти ЭДС и входят в граничные значения E_{MeLin} , E_{Degr} соответственно (видно из рисунков 44 и 45).

Условием работоспособности ЛИА является положительность этих зарядного (рисунок 44) и разрядного (рисунок 45) критериев работоспособности. Величины E_{MeLin} , E_{Degr} уточняются из статистики тепловых разгонов ЛИА и падения емкости ЛИА соответственно.

5.4. Функции состояния для свойств веществ и процессов литий-ионных аккумуляторов US18650VTC6

Функции состояния для вышеуказанных свойств веществ и процессов ЛИА US18650VTC6 будут задаваться в блочном виде.

Функции для коэффициентов интеркаляции/деинтеркаляции ионов лития в электроды приведены на рисунках 46 и 47. Как нетрудно видеть из рисунков 46 и 47 ФС для этих коэффициентов интеркаляции представляют собой функциональные разложения, включающие базовую и довесочные составляющие. Довесочные составляющие представляют собой степенные полиномы. Базовая составляющая представляет собой произведение составляющей, определяемой напряжением, и составляющей, определяемой заполненностью электродов (числом молей ионов интеркалированного лития) (рисунки 48 – 51).

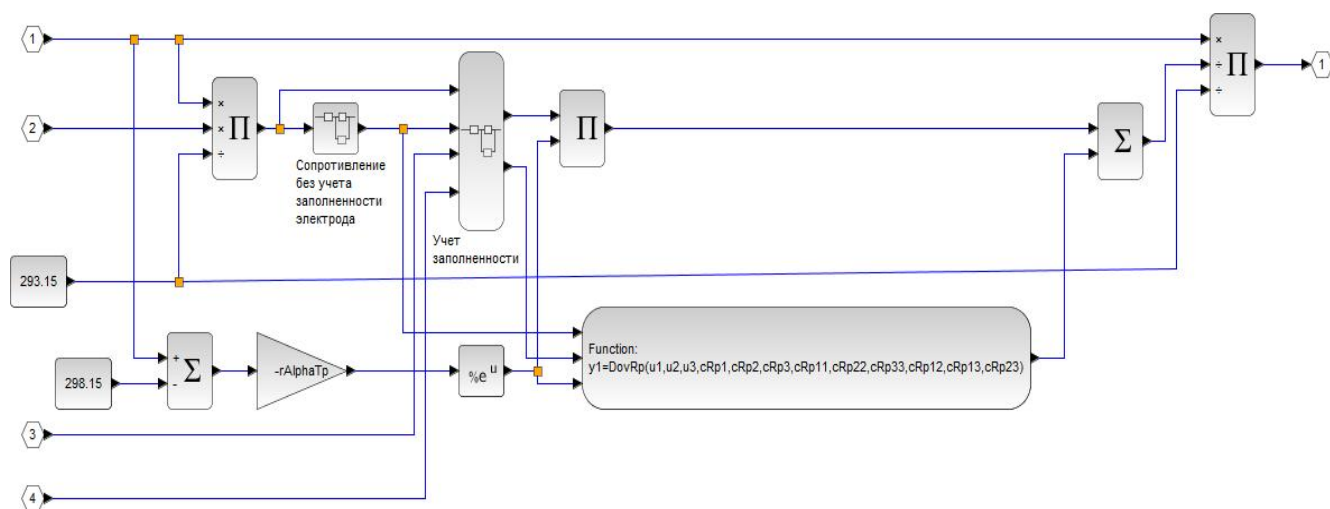


Рисунок 46 – Коэффициент интеркаляции ионов лития в положительный электрод литий-ионного аккумулятора

Как видно из рисунков 46 – 51, коэффициент интеркаляции ионов лития в электроды повышается в основе своей с ростом по модулю напряжения двойных слоев. Функция состо-

яния для коэффициента диффузии ионов лития через мембрану показана на рисунке 52. ФС для приведенного числа молей ионов лития, которые как видно из рисунков 46 – 52, подается на вход функций состояния для коэффициентов интеркаляции ионов лития в электроды и диффузии через мембрану, приведена на рисунках 53 – 56.

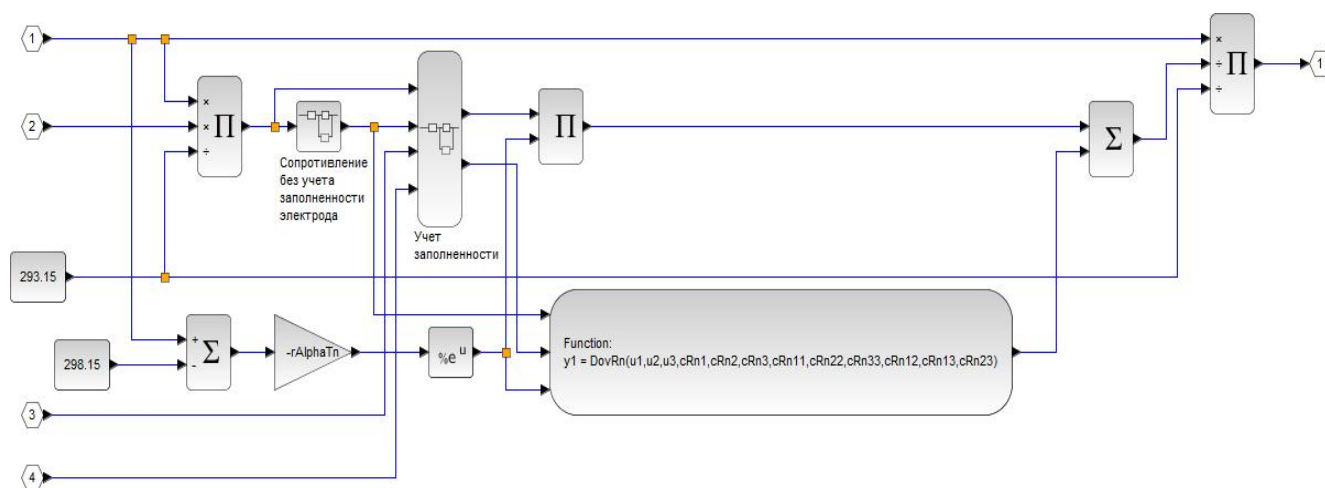


Рисунок 47 – Коэффициент интеркаляции ионов лития в положительный электрод литий-ионного аккумулятора

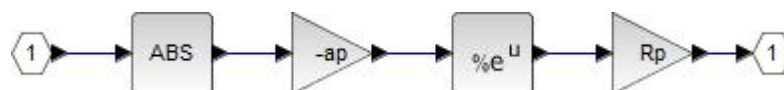


Рисунок 48 – Базовая составляющая коэффициента интеркаляции ионов лития в положительный электрод литий-ионного аккумулятора без учета заполненности электрода

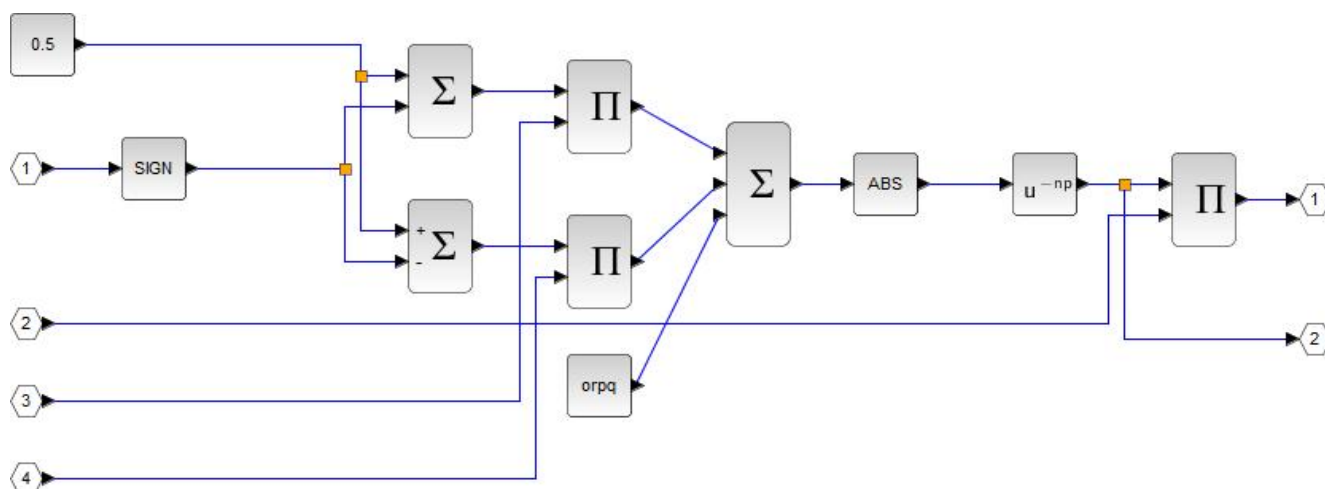


Рисунок 49 – Функция заполненности положительного электрода литий-ионного аккумулятора

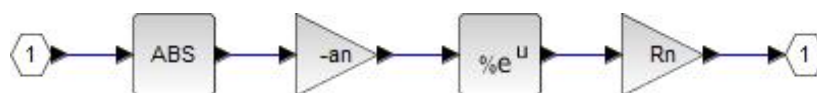


Рисунок 50 – Базовая составляющая коэффициента интеркаляции ионов лития в положительный электрод литий-ионного аккумулятора без учета заполненности электрода

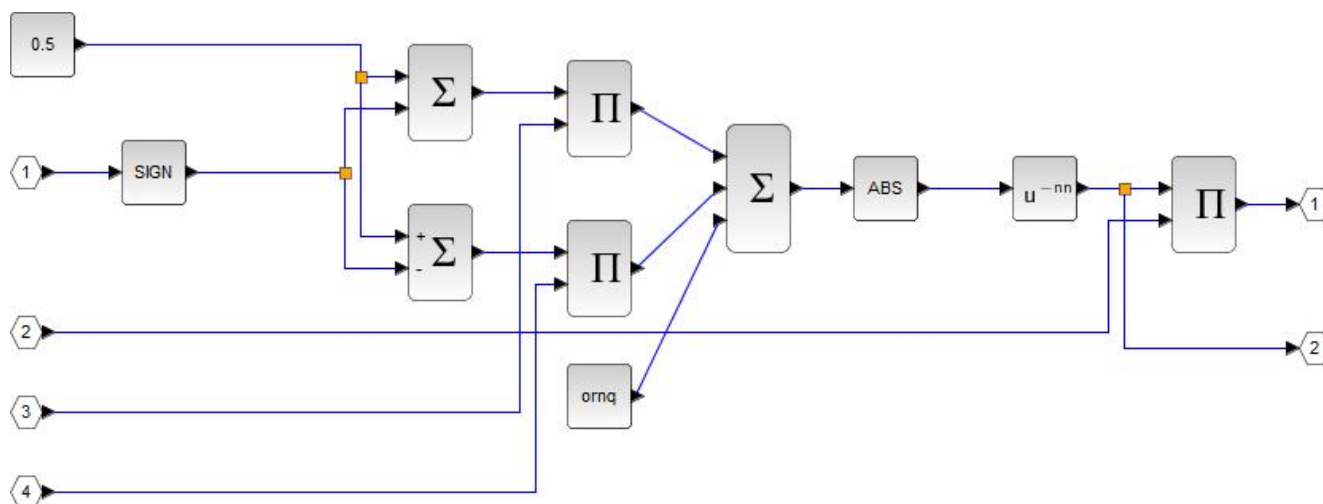


Рисунок 51 – Функция заполненности отрицательного электрода литий-ионного аккумулятора

Как видно из рисунков 46, 47 и 52, в соответствующие функции состояния помимо базовых составляющих входят также и довесочные составляющие. Эти довесочные составляющие также представляют собой степенные полиномы второго-третьего порядка.

Емкости двойных слоев положительного и отрицательного электродов мы берем постоянными (рисунки 34 – 38). Функции состояния для ЭДС двойных слоев ЛИА показаны на рисунках 57 и 58.

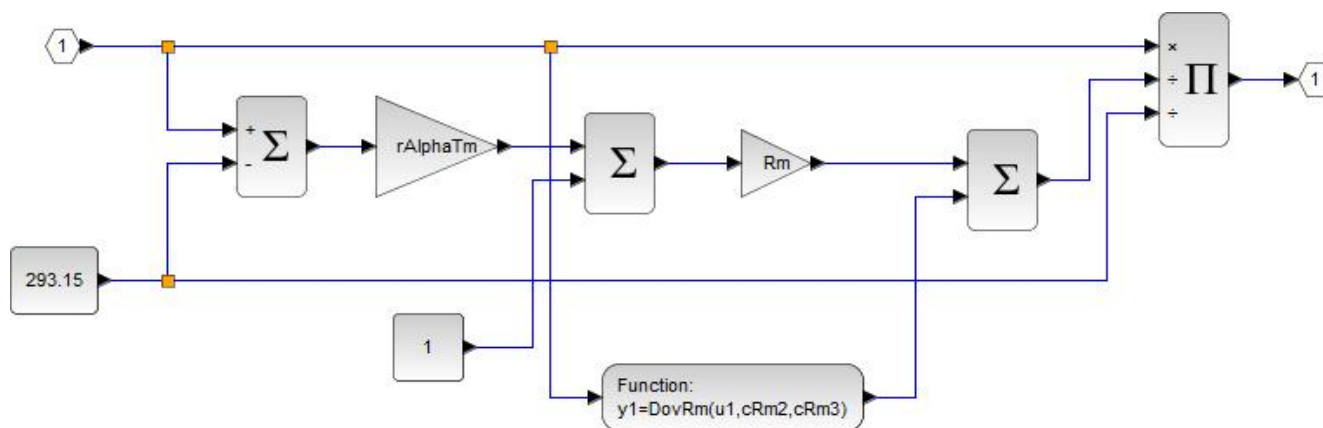


Рисунок 52 – Коэффициент диффузии ионов лития через мембрану литий-ионного аккумулятора

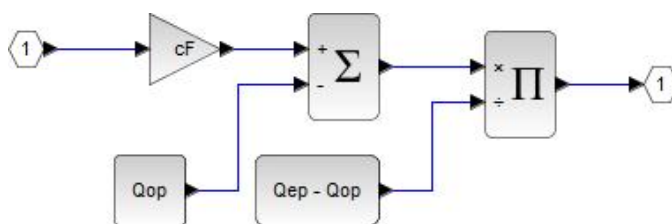


Рисунок 53 – Приведенное зарядовое число молей ионов лития, интеркалированных в положительный электрод, в процессе интеркаляции

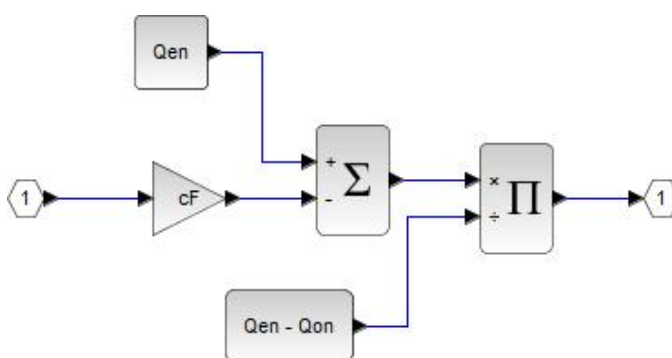


Рисунок 54 – Приведенное зарядовое число молей ионов лития, интеркалированных в положительный электрод, в процессе интеркаляции

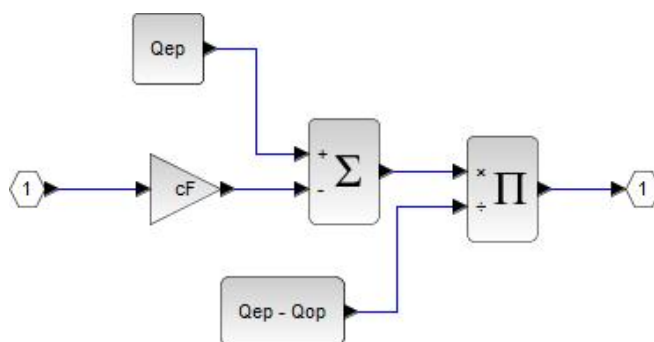


Рисунок 55 – Приведенное зарядовое число молей ионов лития, интеркалированных в отрицательный электрод в процессе деинтеркаляции

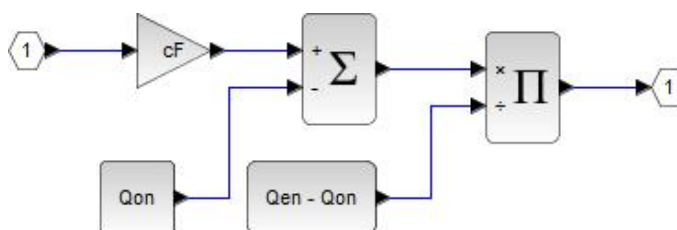


Рисунок 56 – Приведенное зарядовое число молей ионов лития, интеркалированных в отрицательный электрод в процессе деинтеркаляции



Рисунок 57 – ЭДС положительного двойного слоя



Рисунок 58 – ЭДС отрицательного двойного слоя

Используя приведенные функции состояния (рисунки 46 – 58), мы из полной модели ФХП в ЛИА (рисунки 32 – 45) получим модель ЛИА, используемые для решения практических задач.

5.5. Оценка диапазонов параметров модели физико-химических процессов в литий-ионном аккумуляторе

При значениях коэффициентов, приведенных в таблице 11, мы получим характерные разрядные кривые напряжения, температуры, разрядных и зарядных критериев работоспособности ЛИА, приведенных на рисунках 59 – 142, для различных токов разряда и температурах окружающей среды [352].

Как нетрудно видеть из рисунков 59 – 142, полученные динамики напряжения и температуры качественно соответствуют характерным динамикам напряжения и температуры ЛИА US18650VTC6, показанным на рисунках 143 и 144. Таким образом, на множестве этих динамик будет строиться модель этих ЛИА US18650VTC6.

Таблица 11. Параметры модели, при которых моделируем различные динамики физико-химических процессов в литий-ионном аккумуляторе

Параметр	Значение параметра	Девияция параметра	Параметр	Значение параметра	Девияция параметра
C_{nom} , А·ч	3.003	0.0	Q_{ep} , А·ч	$1.23 \cdot C_{nom}$	$3 \cdot C_{nom} \cdot 10^{-4}$
Q_{en} , А·ч	$1.17 \cdot C_{nom}$	$3 \cdot C_{nom} \cdot 10^{-4}$	Q_{op} , А·ч	$0.09 \cdot C_{nom}$	$3 \cdot C_{nom} \cdot 10^{-4}$
Q_{on} , А·ч	$0.09 \cdot C_{nom}$	$3 \cdot C_{nom} \cdot 10^{-4}$	K_{s0} , Вт/К	$8.13 \cdot C_{nom}$	$0.24 \cdot C_{nom}$
C_v , Дж/К	$34.5 \cdot C_{nom}$	$2.7 \cdot C_{nom}$	R_{pek} , МОм	0.5	0.1
R_{nek} , МОм	1.0	0.1	R_p , МОм	63	15
R_n , МОм	15	5.1	R_m , МОм	9	1.5
a_p , В ⁻¹	4.5	0.9	a_n , В ⁻¹	4.5	0.81
η_p	0.63	0.09	η_n	0.51	0.063
$\sigma_p q$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$\sigma_n q$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$
$r_{\alpha p T_p}$, 1/°С	0.15	$3 \cdot 10^{-2}$	$r_{\alpha n T_n}$, 1/°С	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$
$r_{\alpha p T_m}$, 1/°С	0.03	$2.1 \cdot 10^{-3}$	E_{kp} , В	0.45	0.0153
E_{kn} , В	0.3	0.0147	E_p , В	2.5	0.51
E_{pmin} , В	1.5	0.33	E_n , В	1.5	0.21
E_{nmin} , В	1.4	0.21	C_{kp} , нФ	10.0	1.5
C_{kn} , нФ	15.0	1.5	C_p , Ф	900	21
C_n , Ф	50	10	C_m , Ф	80	15
E_{Degp} , В	1.0	$2.1 \cdot 10^{-4}$	E_{MeLin} , В	3.0	$2.1 \cdot 10^{-4}$
c_{Ep11}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-3}$	c_{Ep22}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-3}$
c_{En11}	0.0	$4.5 \cdot 10^{-3}$	c_{En22}	0.0	$4.5 \cdot 10^{-3}$
c_{Ep12}	0.0	$9 \cdot 10^{-4}$	c_{En12}	0.0	$9 \cdot 10^{-4}$
c_{Ep111}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$	c_{Ep222}	0.0	$4.5 \cdot 10^{-5}$
c_{Ep112}	0.0	$1.83 \cdot 10^{-5}$	c_{Ep122}	0.0	$3.3 \cdot 10^{-5}$
c_{En111}	0.0	$5.1 \cdot 10^{-3}$	c_{En222}	0.0	$4.5 \cdot 10^{-5}$
c_{En112}	0.0	$1.83 \cdot 10^{-5}$	c_{En122}	0.0	$3.3 \cdot 10^{-5}$
c_{Rp1}	0.0	$5.1 \cdot 10^{-3}$	c_{Rn1}	0.0	$4.5 \cdot 10^{-3}$
c_{Rp2}	0.0	$4.5 \cdot 10^{-3}$	c_{Rn2}	0.0	$6.3 \cdot 10^{-3}$
c_{Rp3}	0.0	$6.3 \cdot 10^{-3}$	c_{Rn3}	0.0	$5.1 \cdot 10^{-3}$
c_{Rp11}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$	c_{Rn11}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$
c_{Rp22}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$	c_{Rn22}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$
c_{Rp33}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$	c_{Rn33}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$
c_{Rp12}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$	c_{Rn12}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$
c_{Rp13}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$	c_{Rn13}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$
c_{Rp23}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$	c_{Rn23}	0.0	$1.5 \cdot 10^{-5}$
c_{Rm2}	0.0	$5.1 \cdot 10^{-10}$	c_{Rm3}	0.0	$5.1 \cdot 10^{-10}$

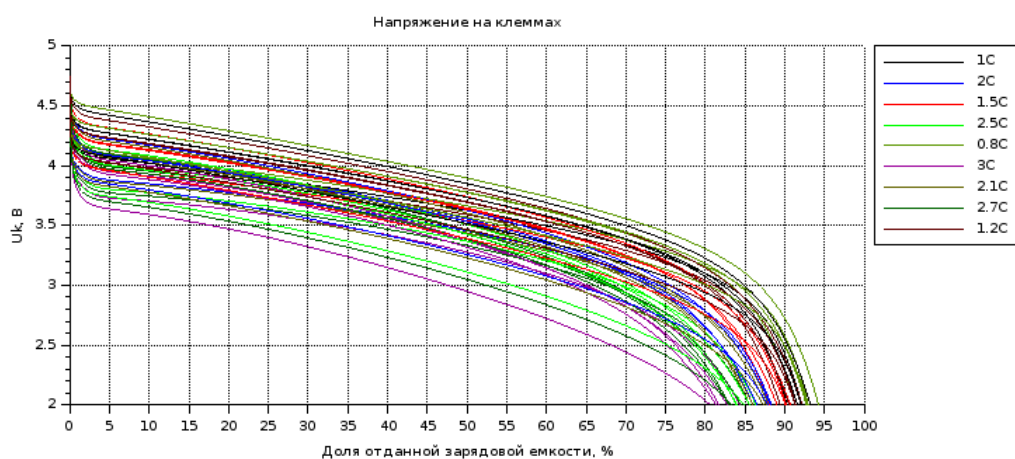


Рисунок 59 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

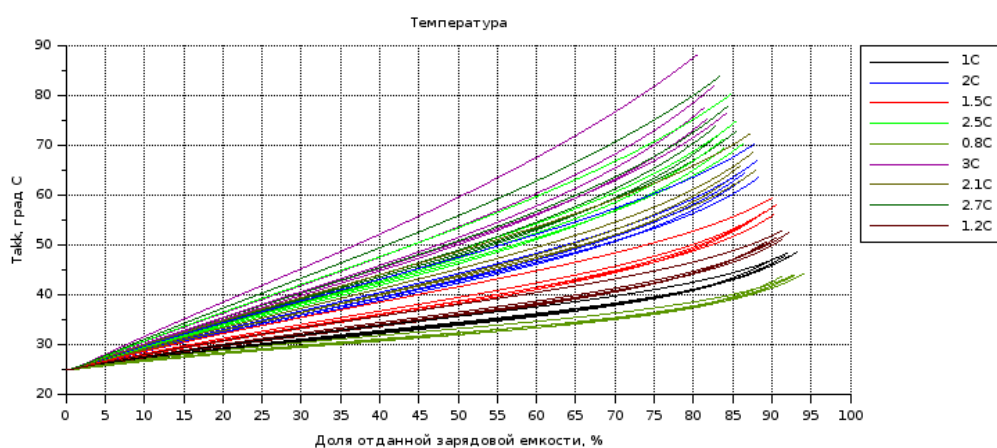


Рисунок 60 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

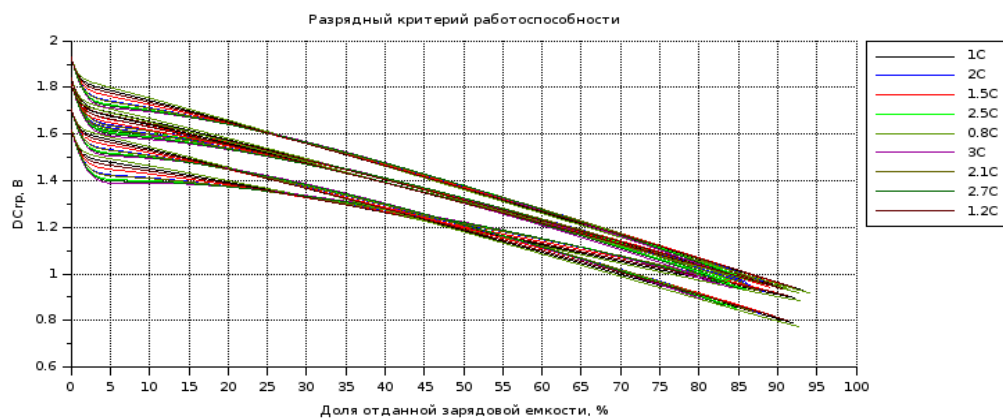


Рисунок 61 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

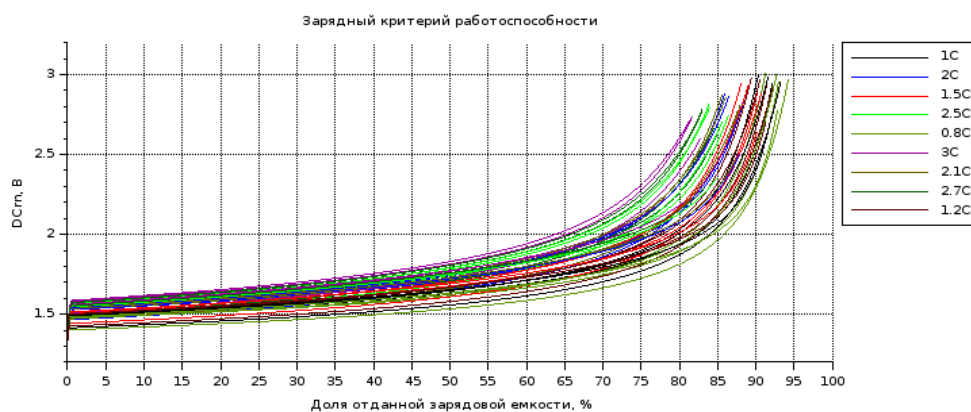


Рисунок 62 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

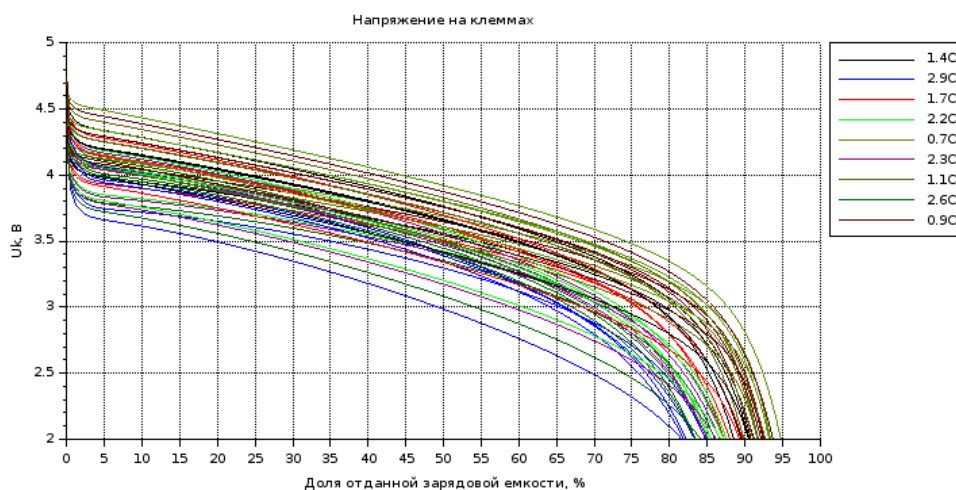


Рисунок 63 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

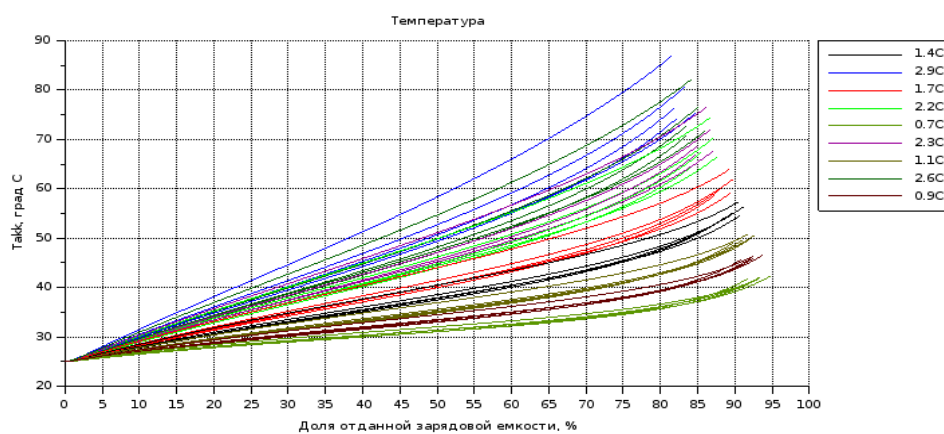


Рисунок 64 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

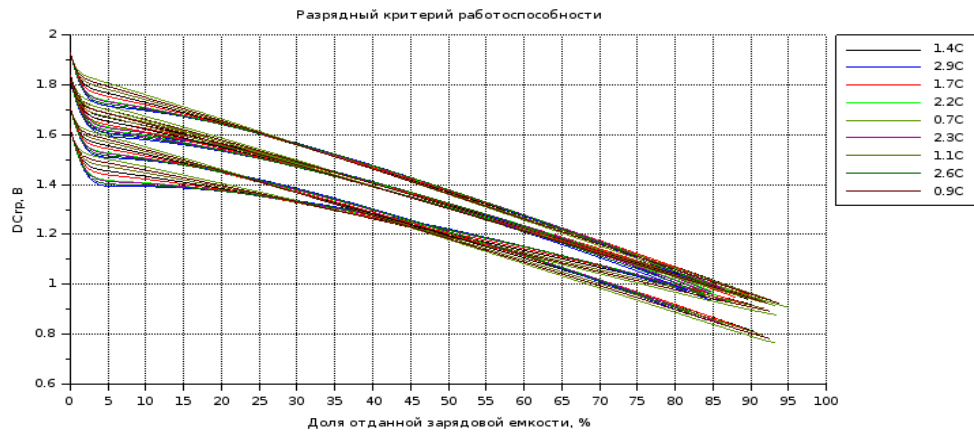


Рисунок 65 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

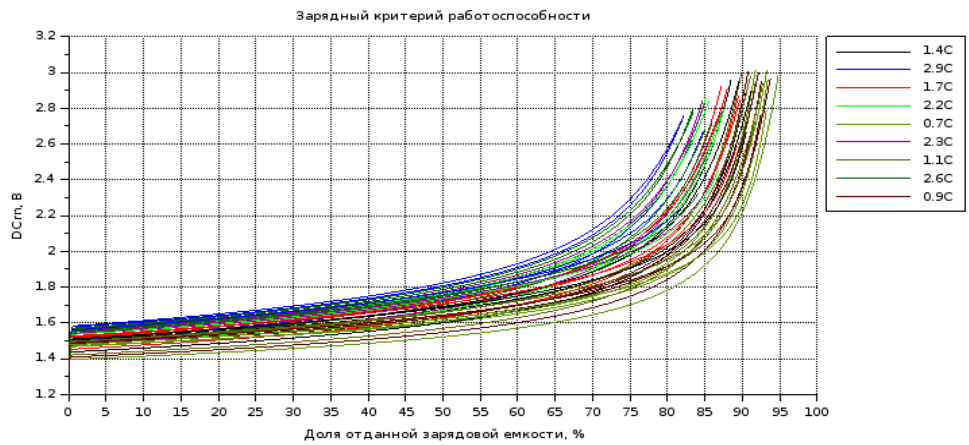


Рисунок 66 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

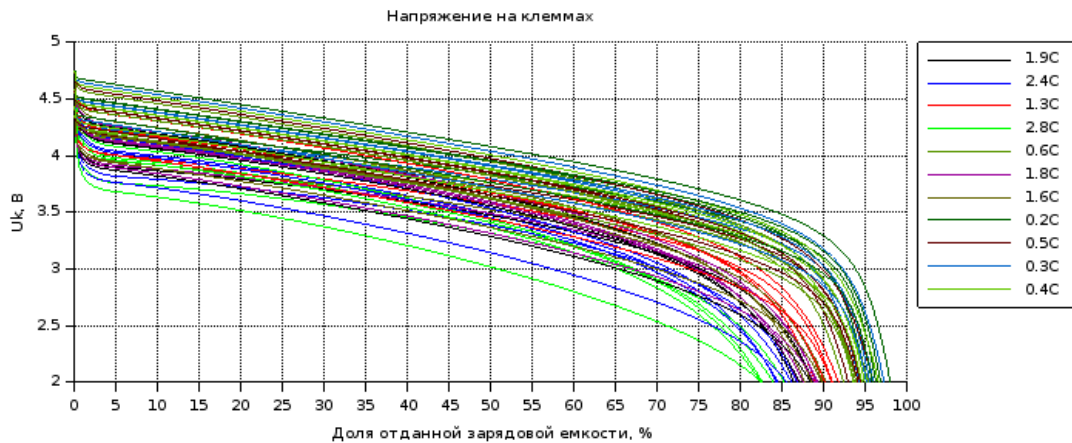


Рисунок 67 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

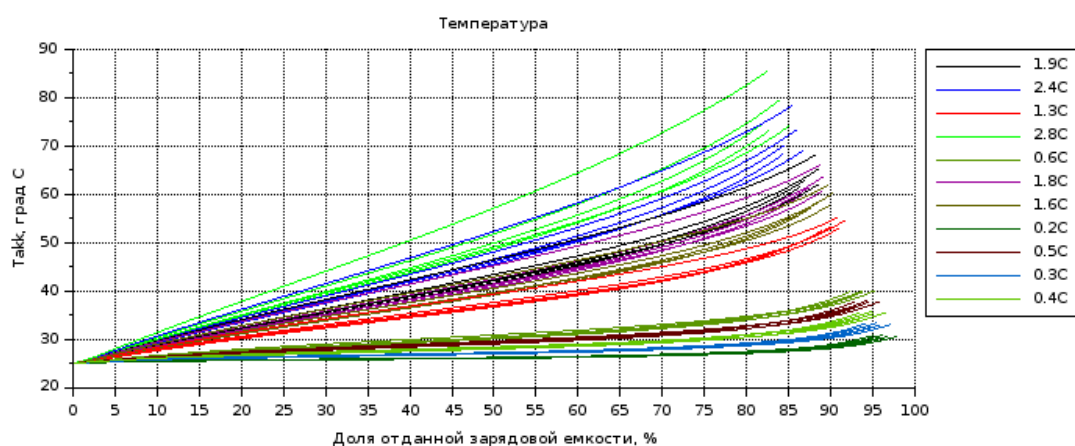


Рисунок 68 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

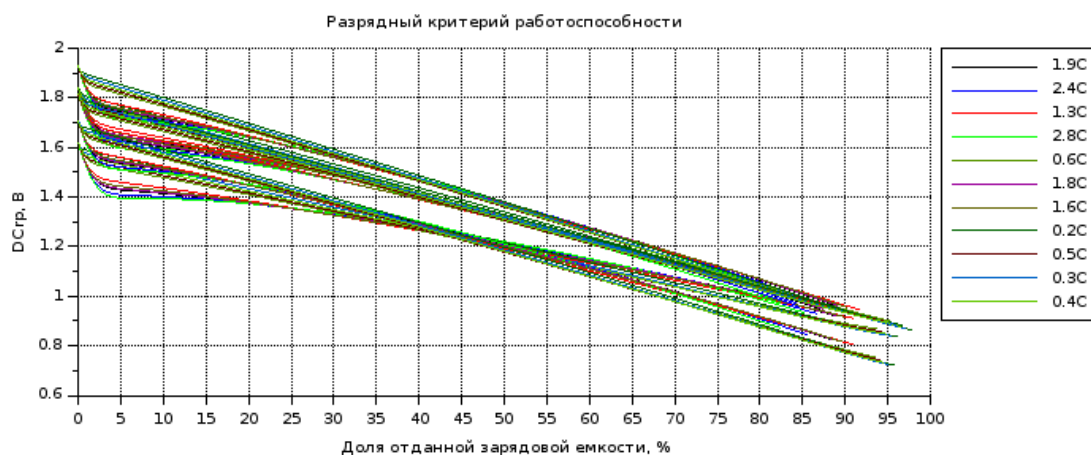


Рисунок 69 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

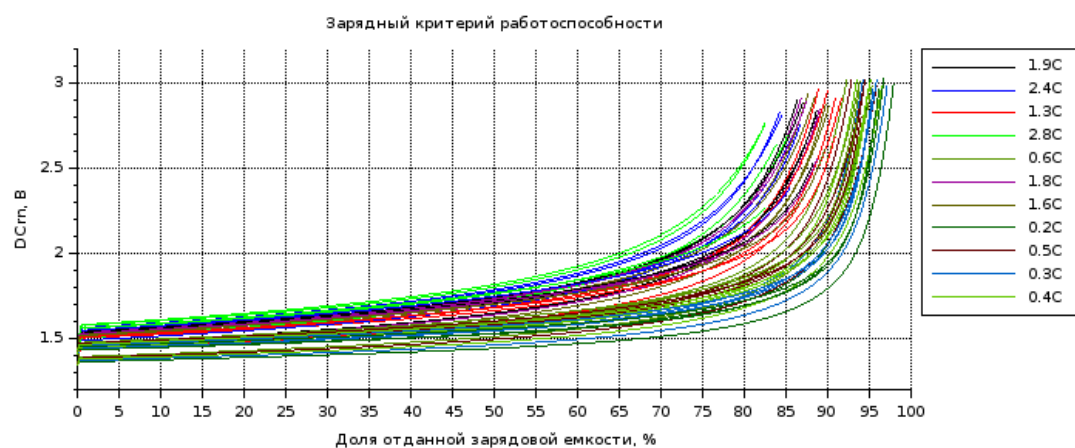


Рисунок 70 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 25°C

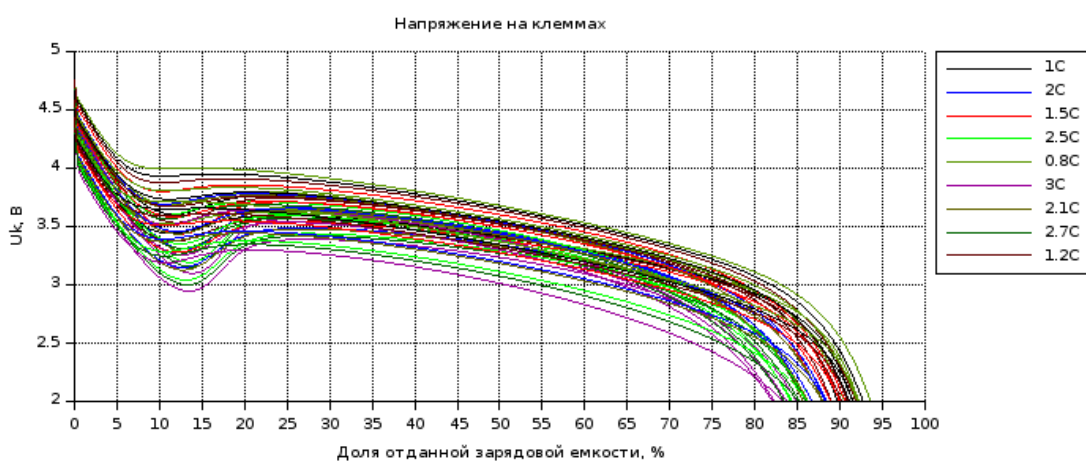


Рисунок 71 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

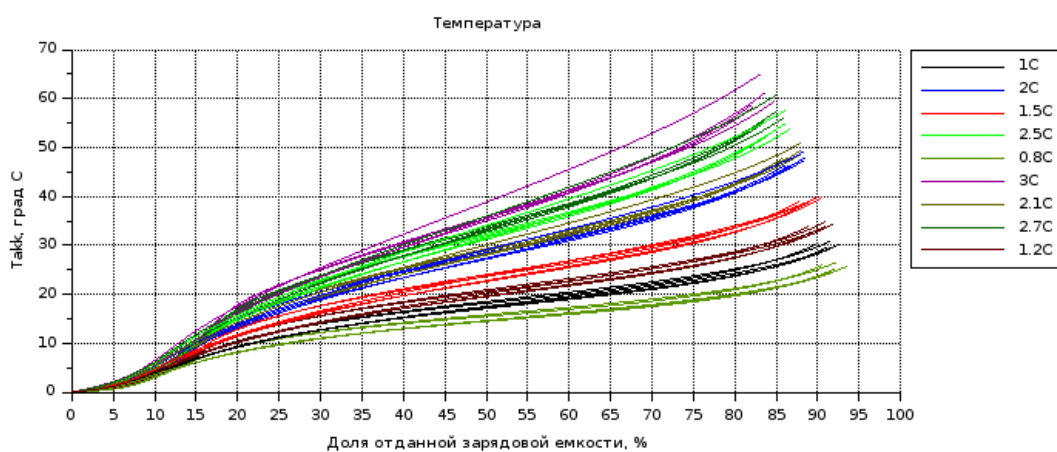


Рисунок 72 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

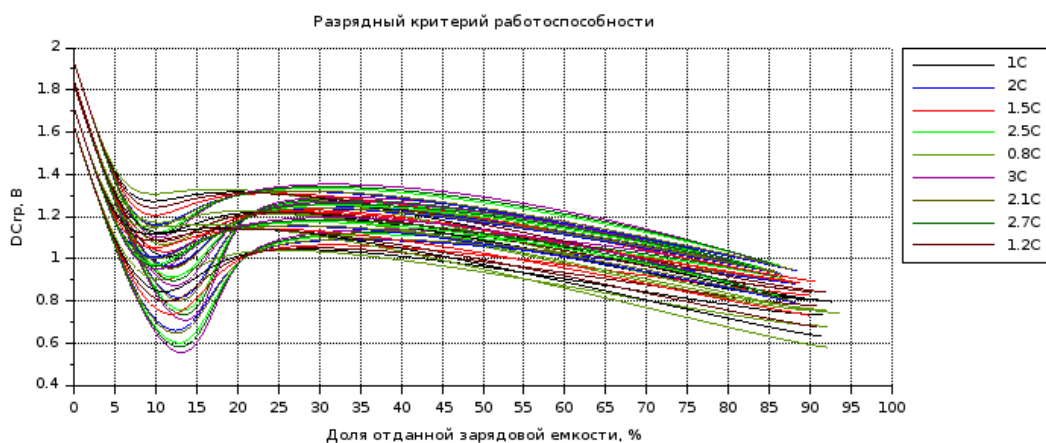


Рисунок 73 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

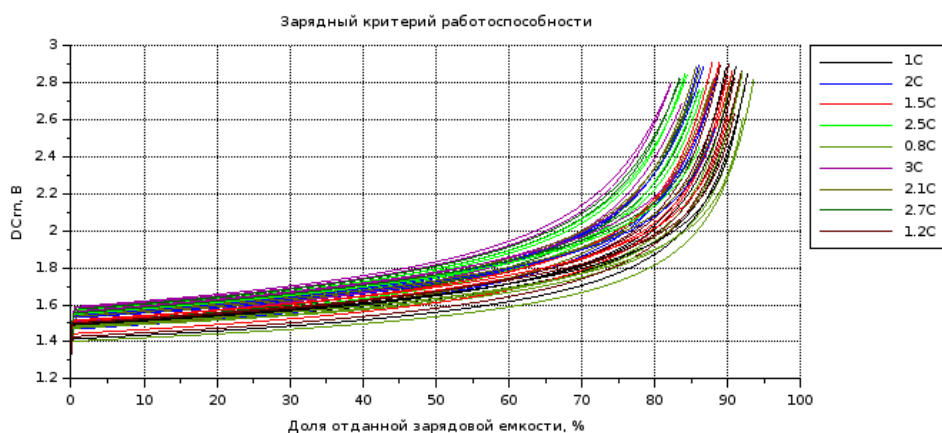


Рисунок 74 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

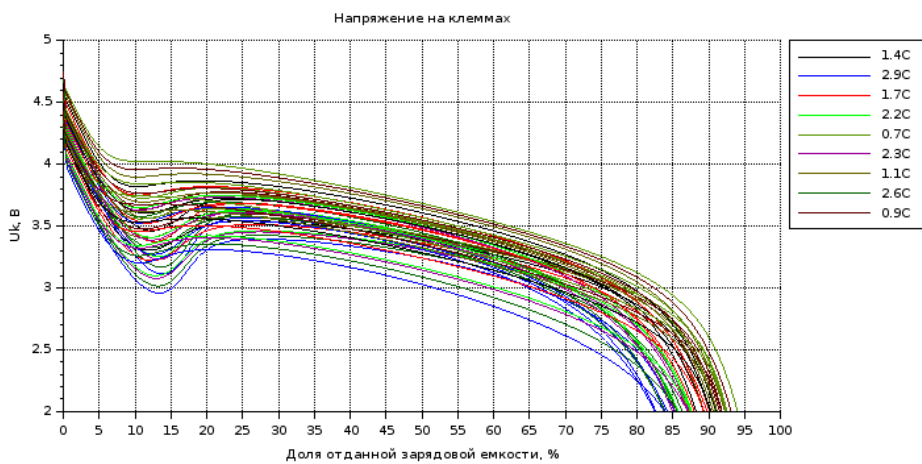


Рисунок 75 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

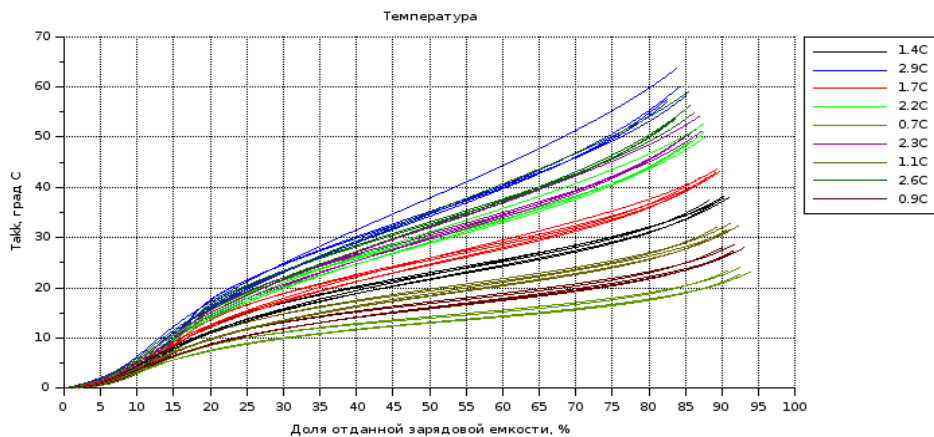


Рисунок 76 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

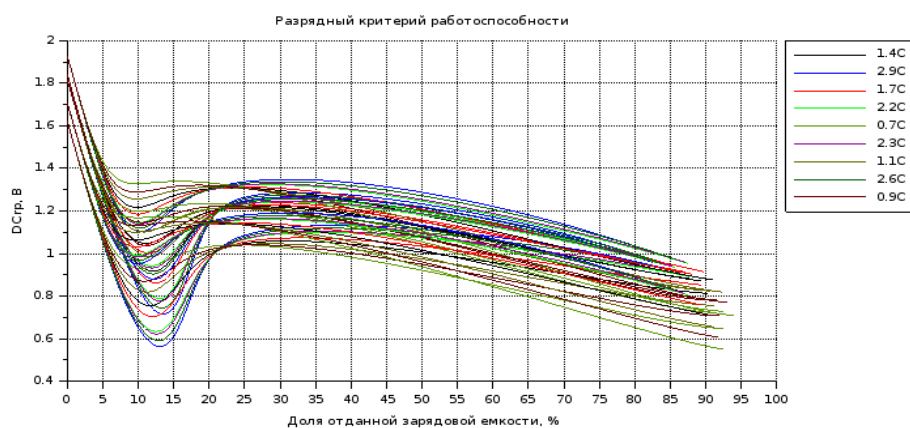


Рисунок 77 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды $0^{\circ}C$

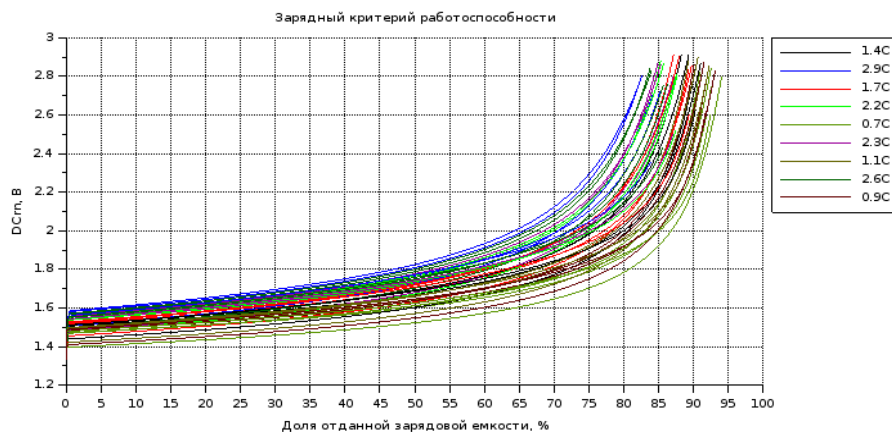


Рисунок 78 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды $0^{\circ}C$

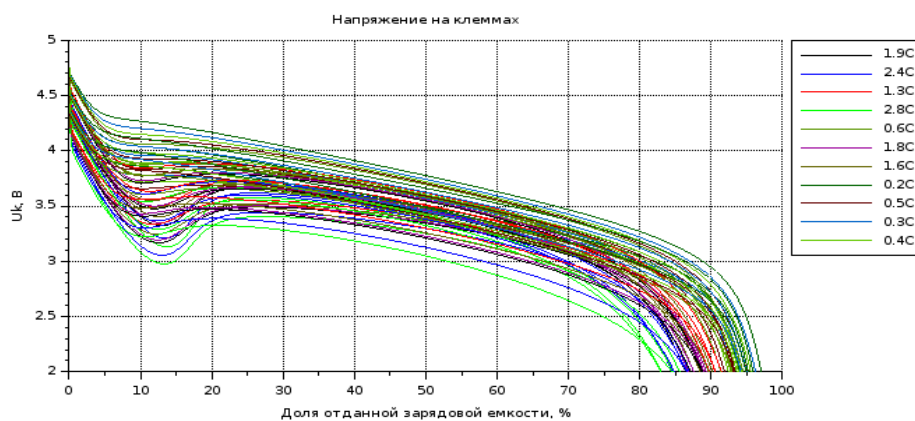


Рисунок 79 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды $0^{\circ}C$

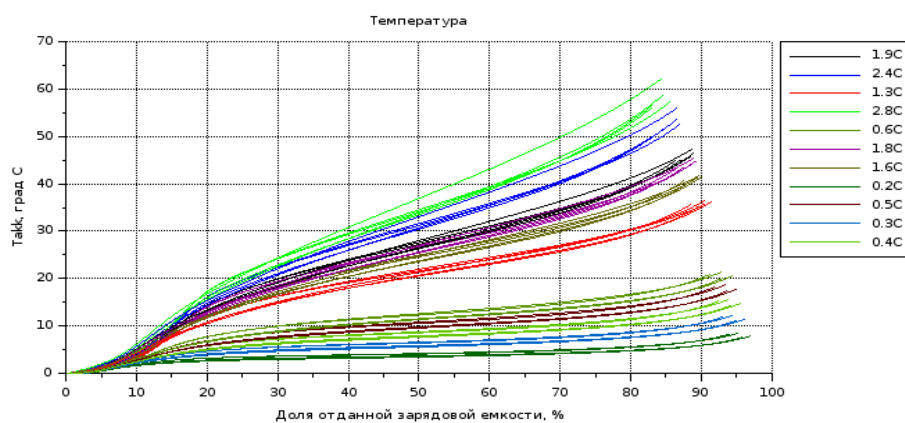


Рисунок 80 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

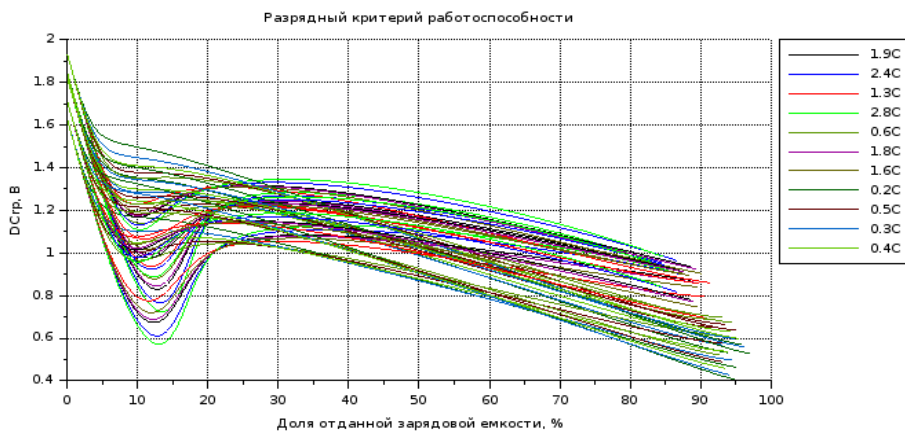


Рисунок 81 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

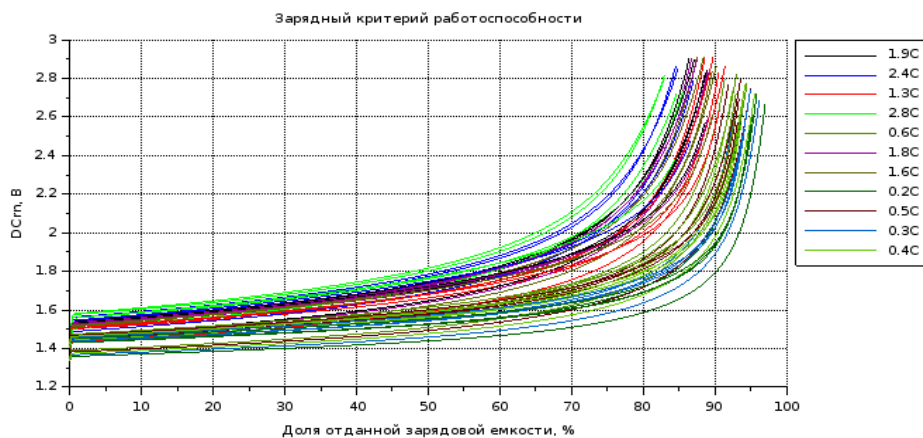


Рисунок 82 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 0°C

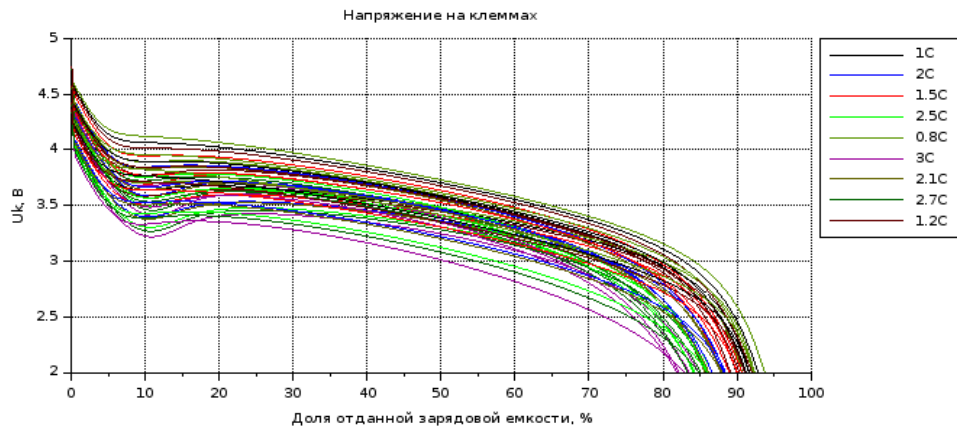


Рисунок 83 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

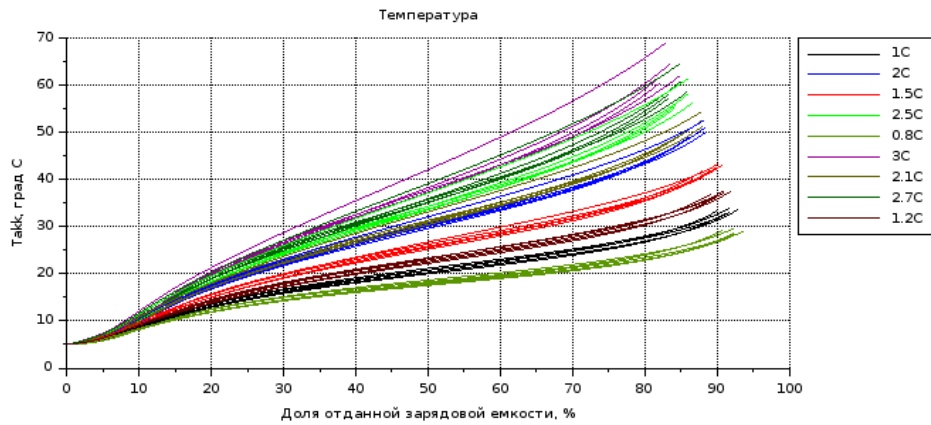


Рисунок 84 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

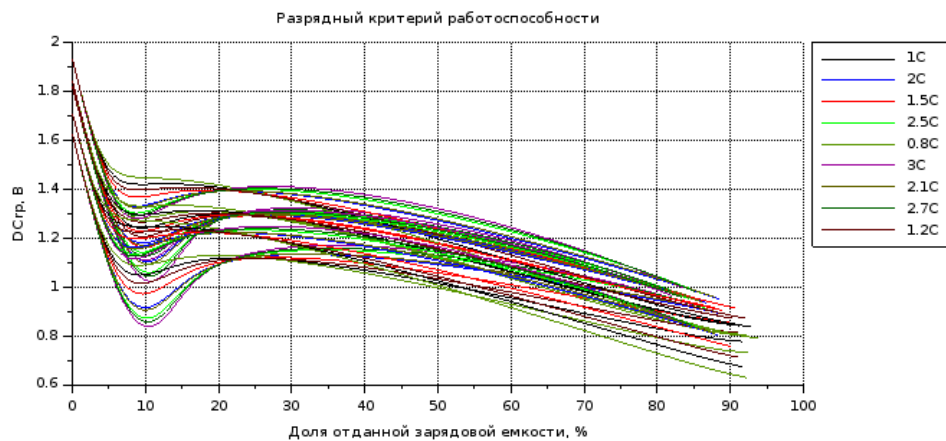


Рисунок 85 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

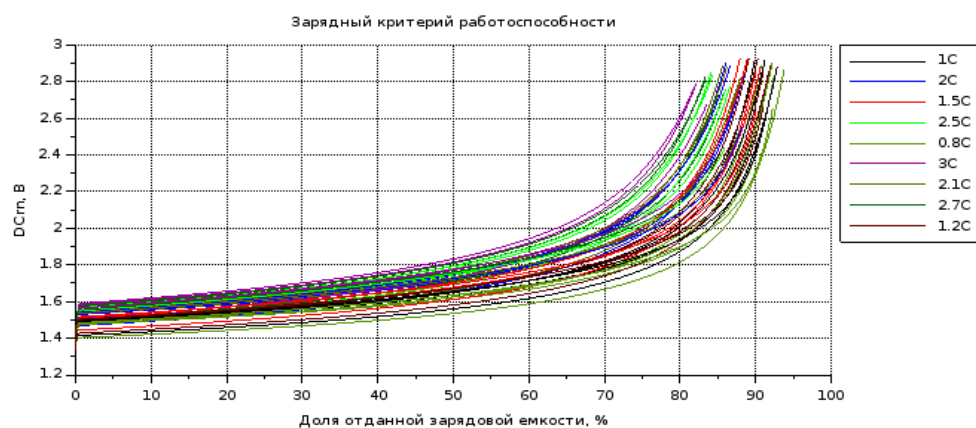


Рисунок 86 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

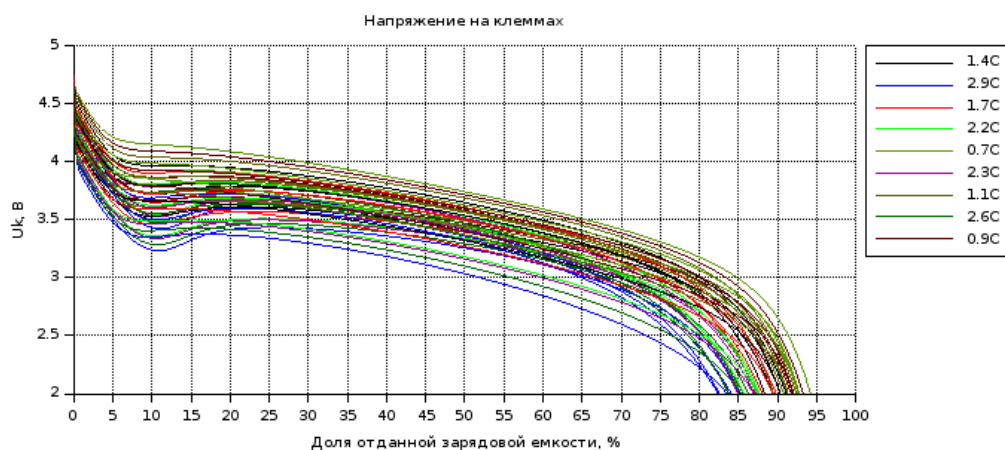


Рисунок 87 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

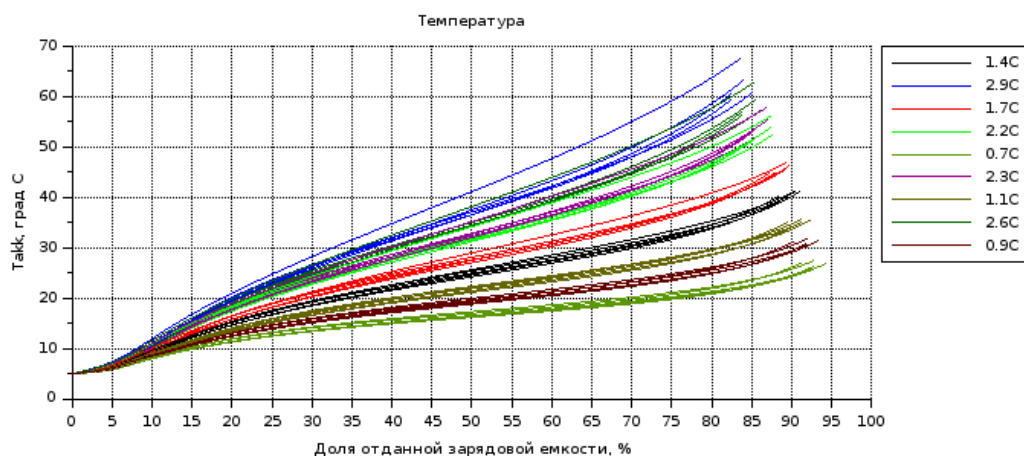


Рисунок 88 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

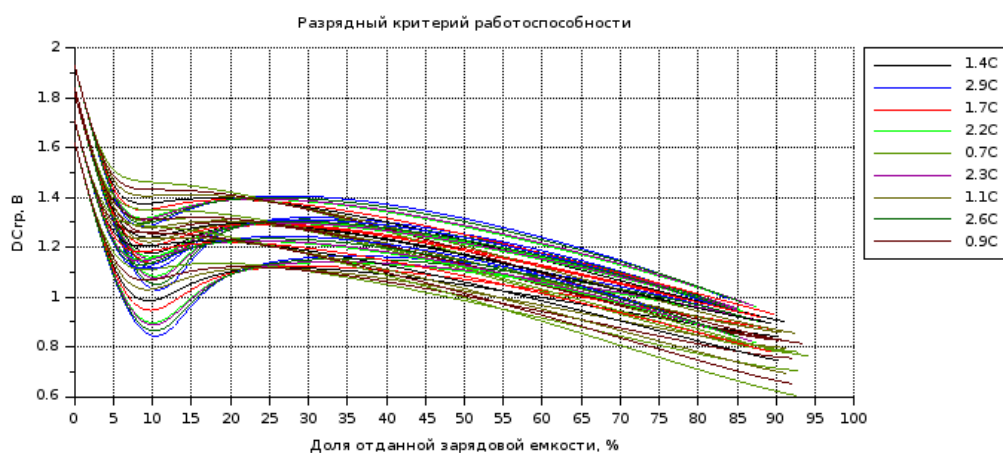


Рисунок 89 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

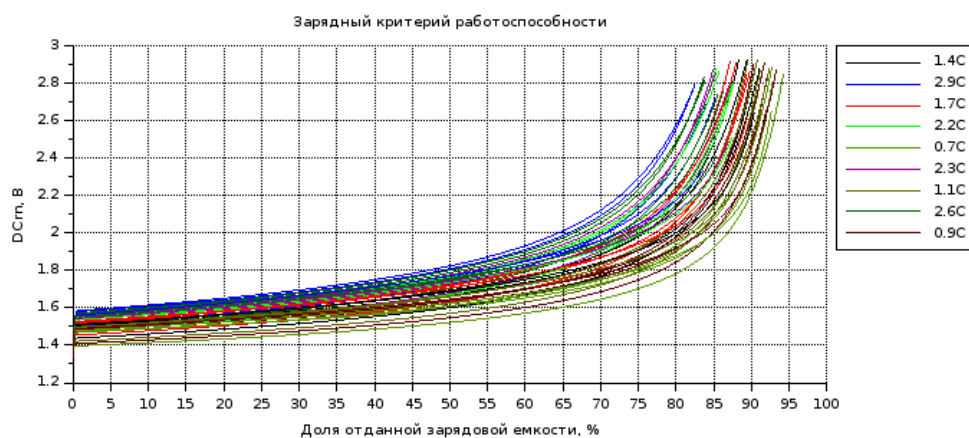


Рисунок 90 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

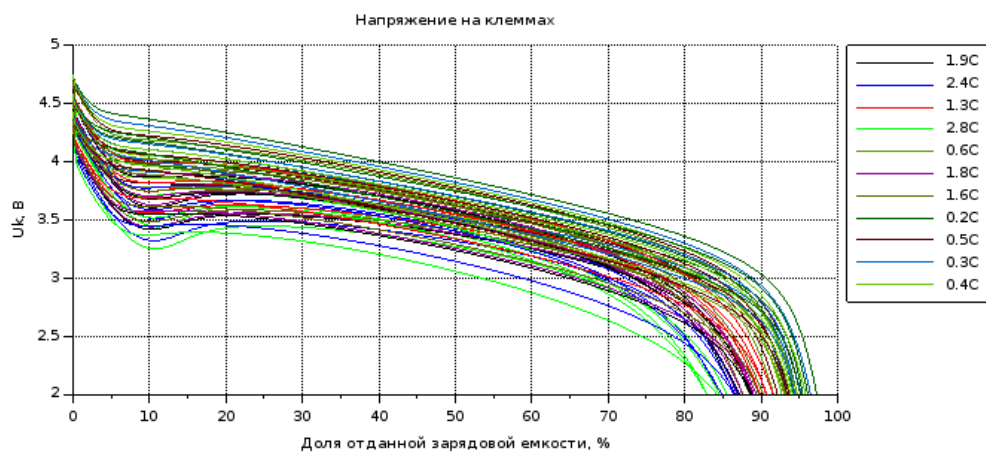


Рисунок 91 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

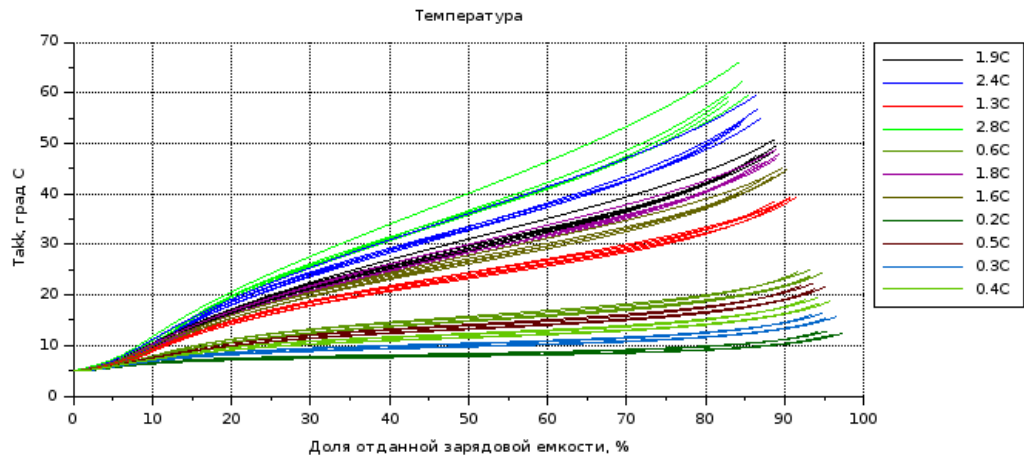


Рисунок 92 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

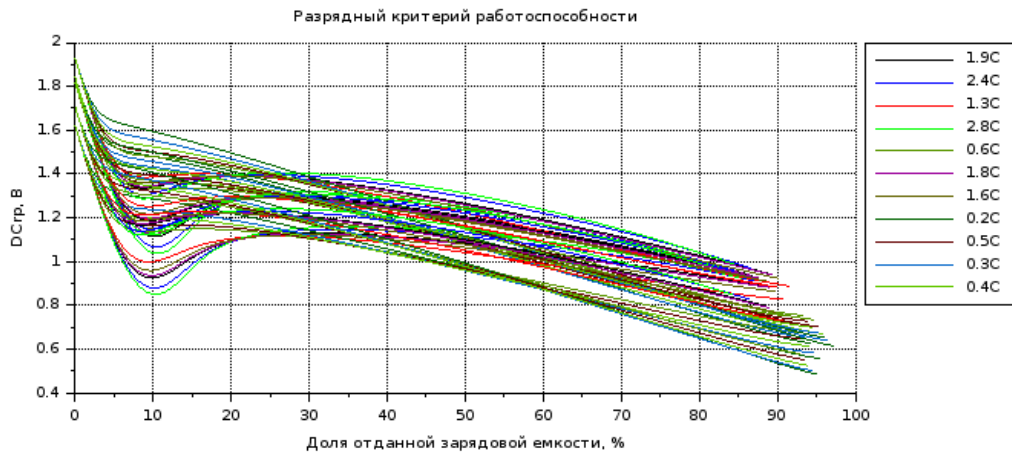


Рисунок 93 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

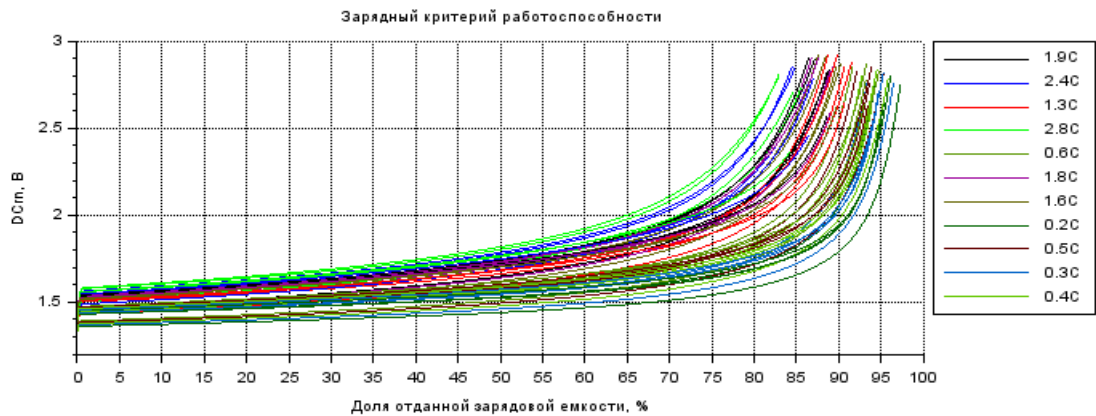


Рисунок 94 - Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 5°C

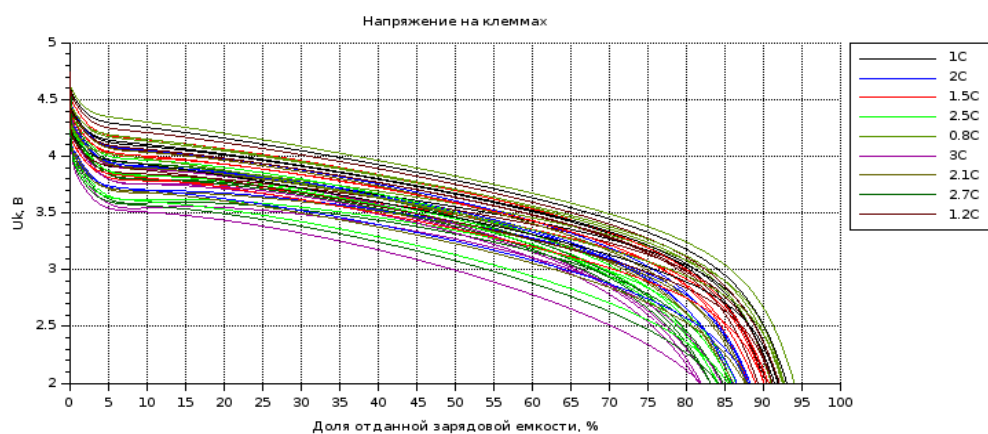


Рисунок 95 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

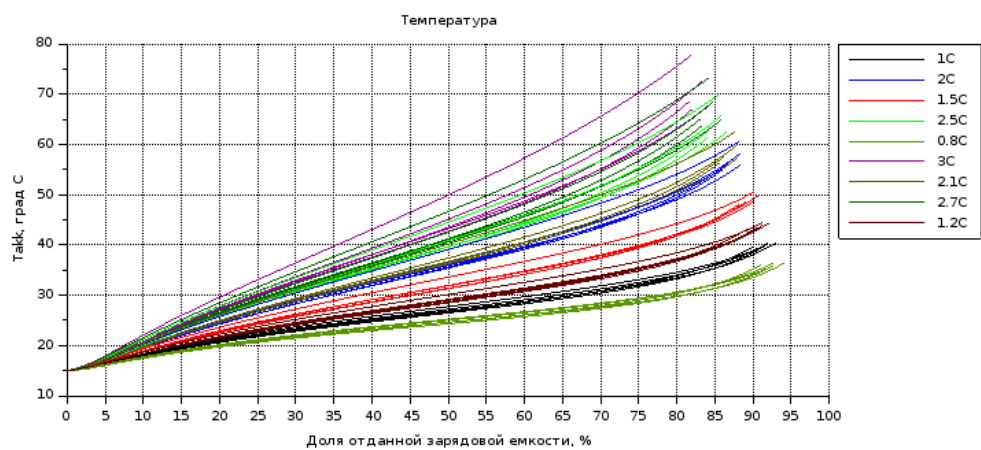


Рисунок 96 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

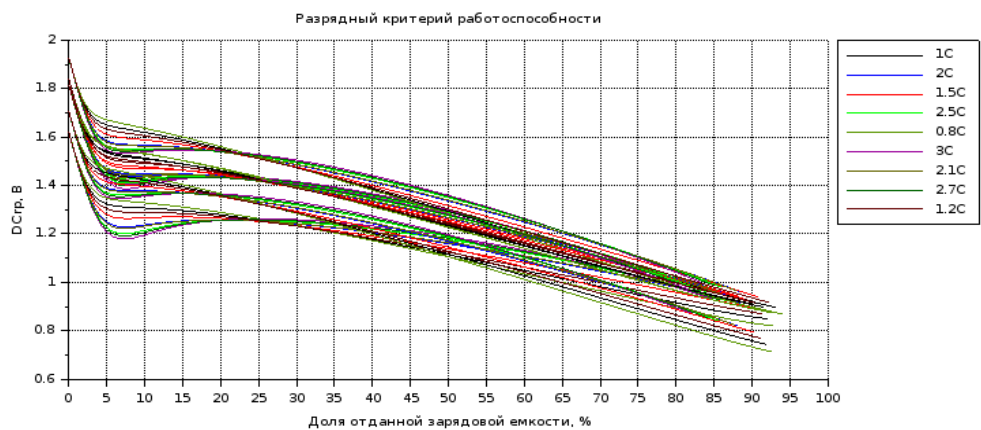


Рисунок 97 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

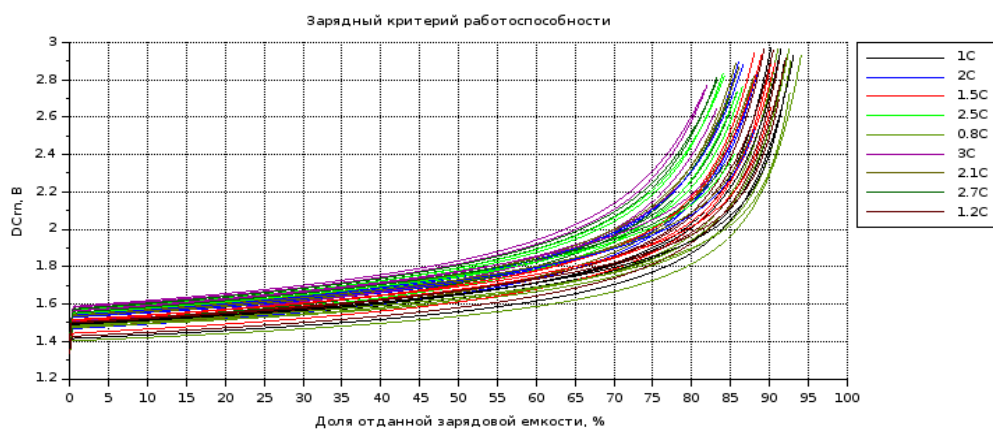


Рисунок 98 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

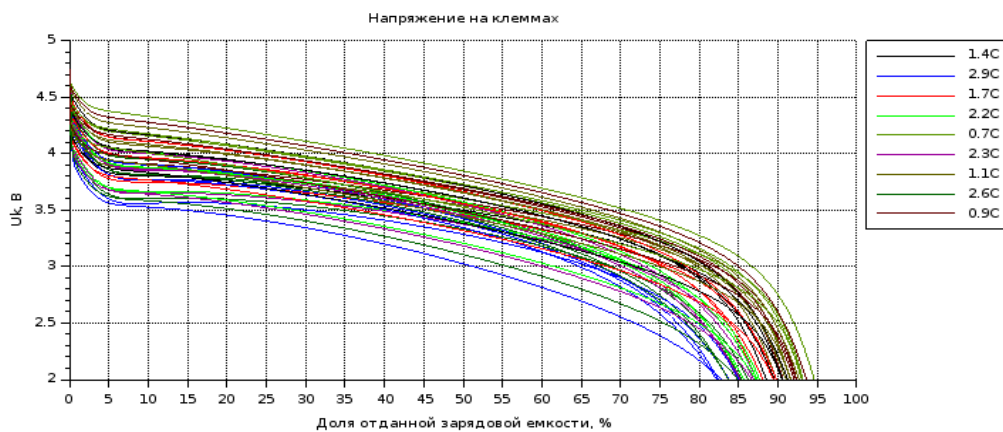


Рисунок 99 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

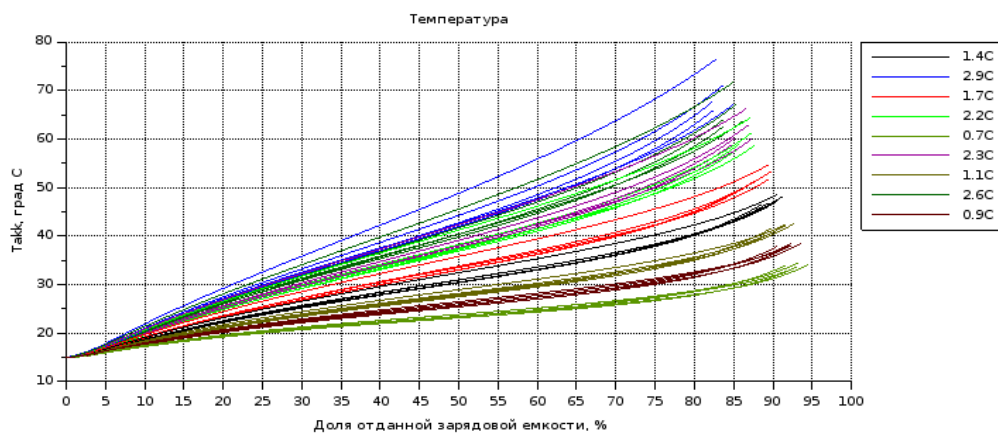


Рисунок 100 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

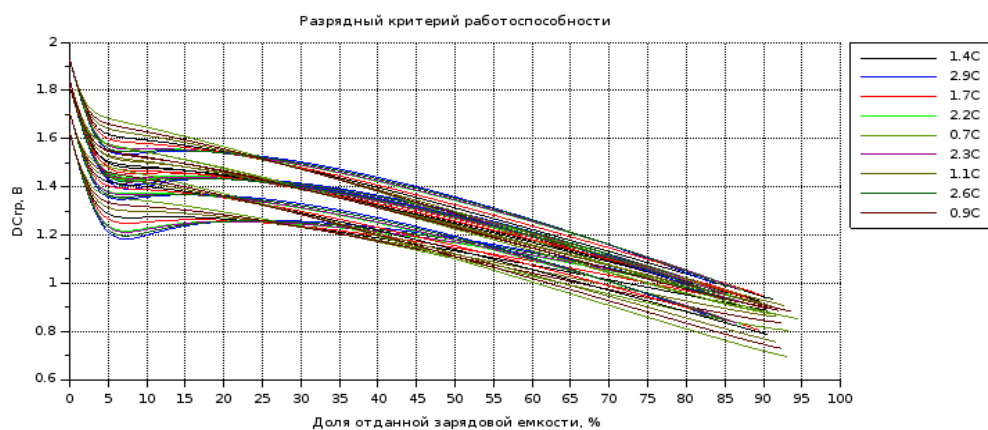


Рисунок 101 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

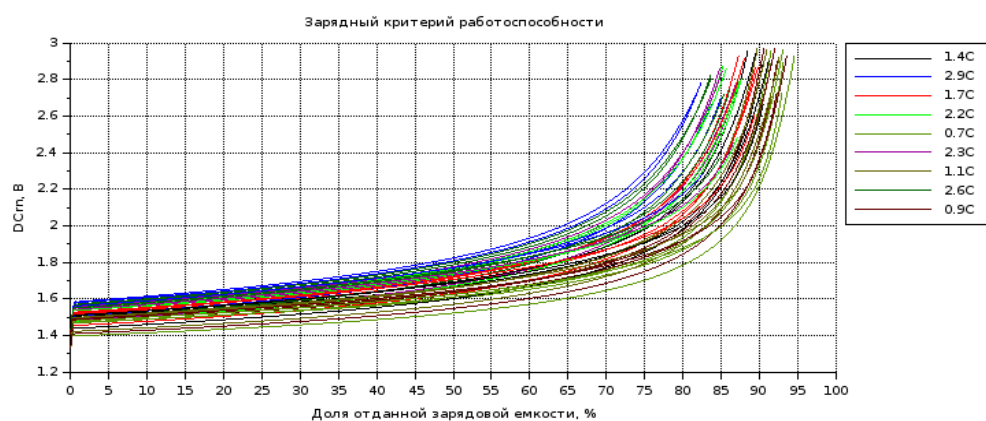


Рисунок 102 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

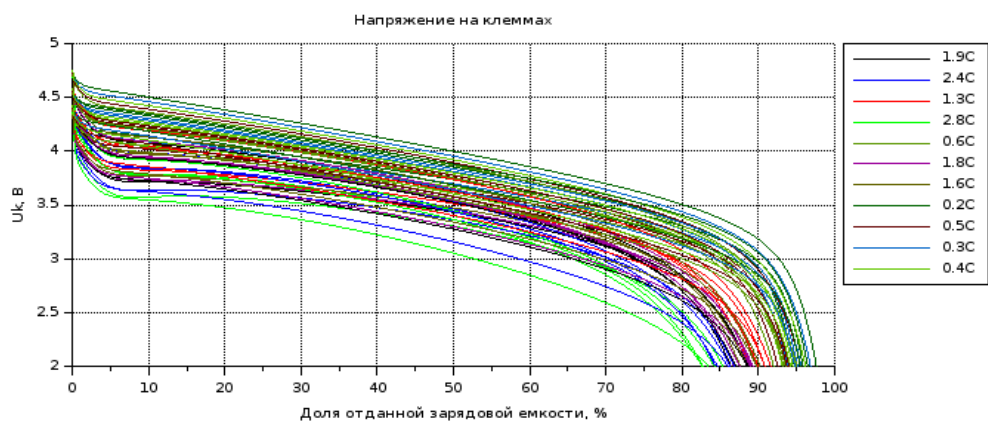


Рисунок 103 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

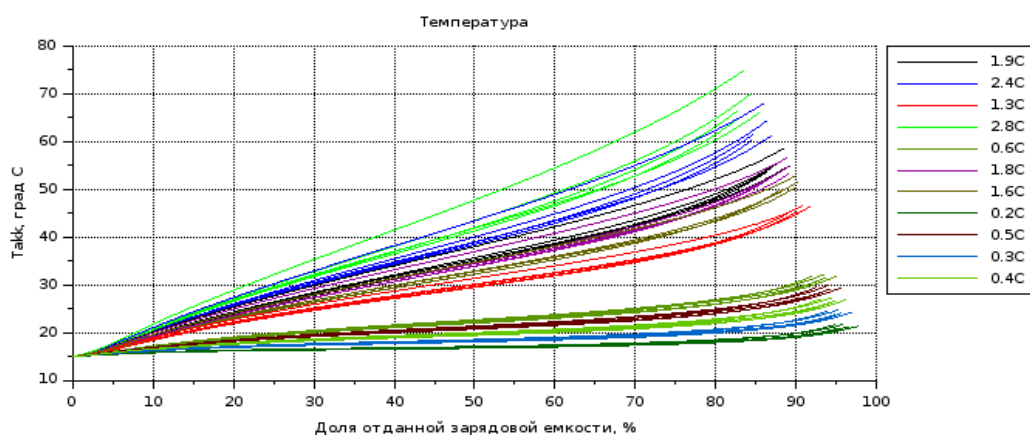


Рисунок 104 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

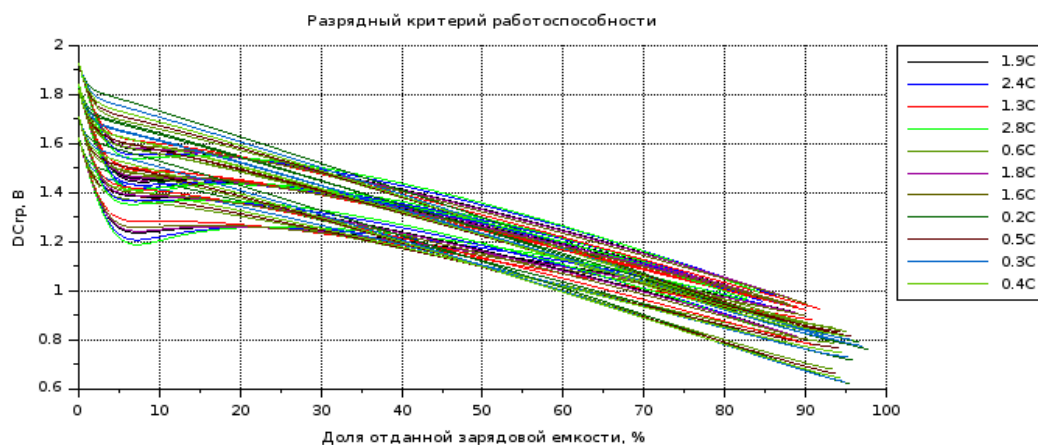


Рисунок 105 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

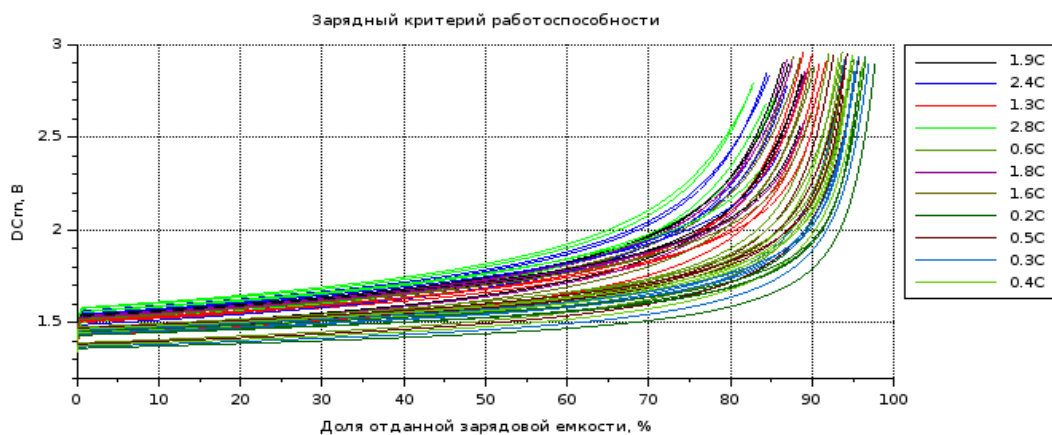


Рисунок 106 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 15°C

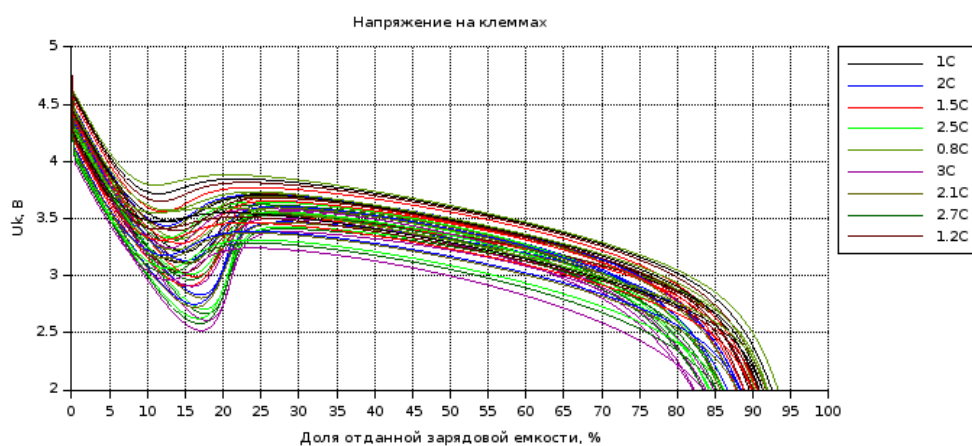


Рисунок 107 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

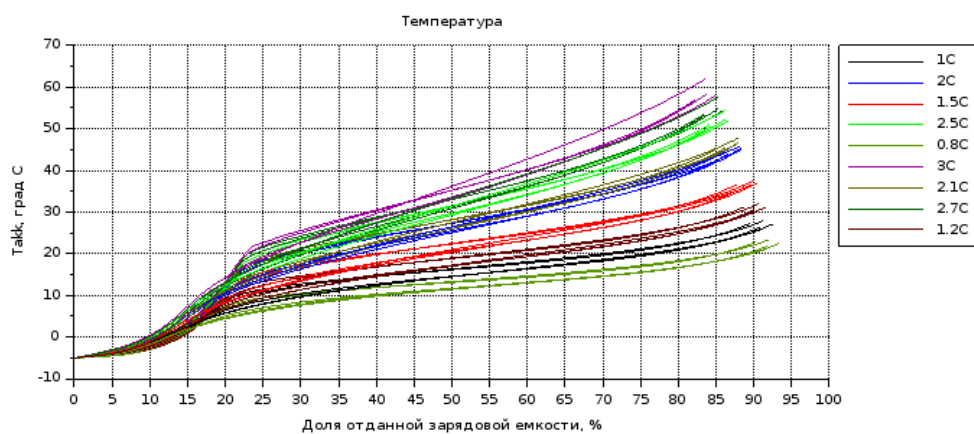


Рисунок 108 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

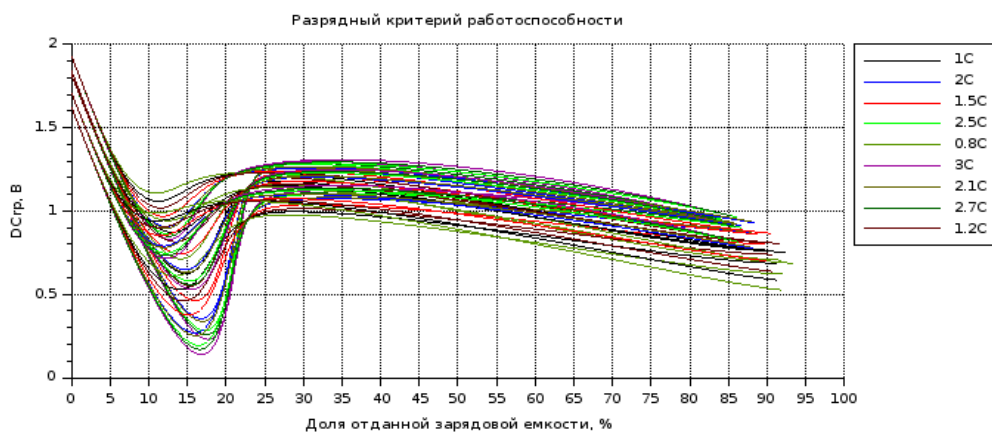


Рисунок 109 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

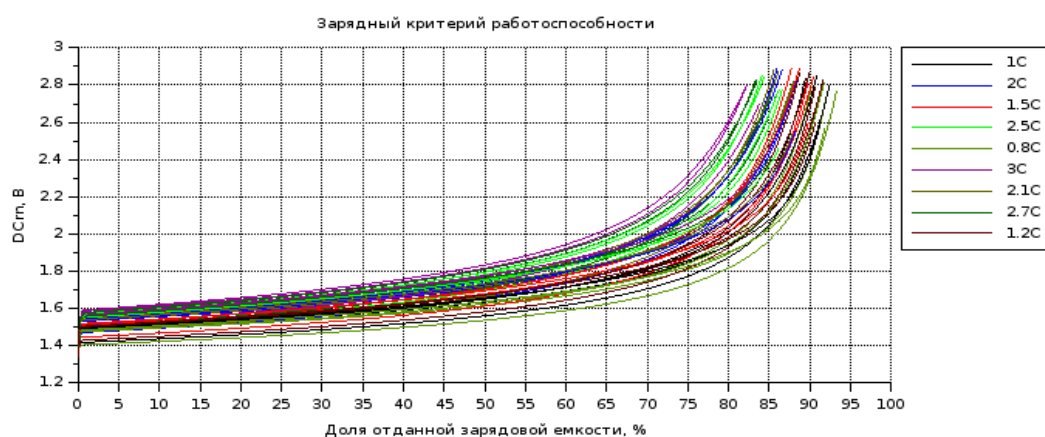


Рисунок 110 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

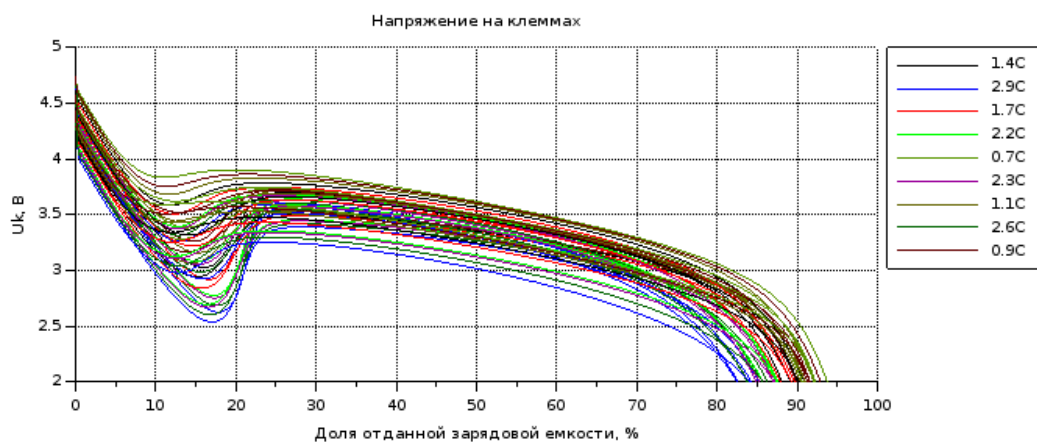


Рисунок 111 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

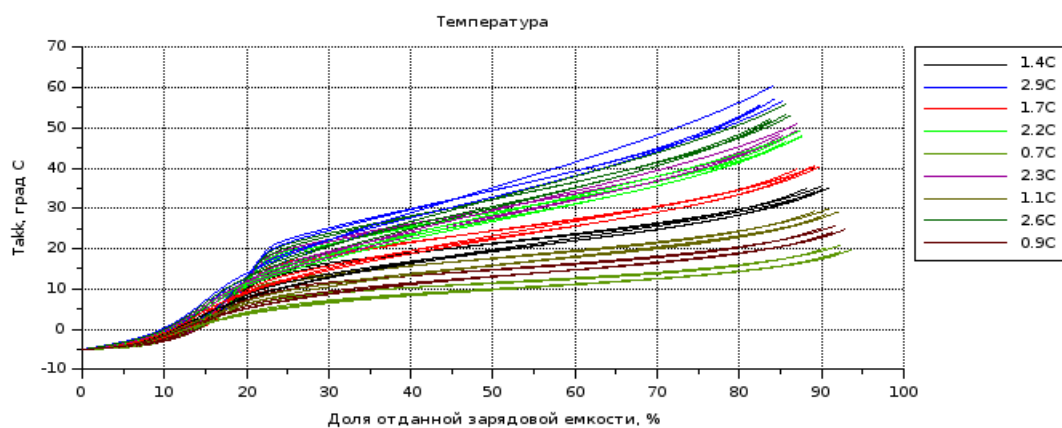


Рисунок 112 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

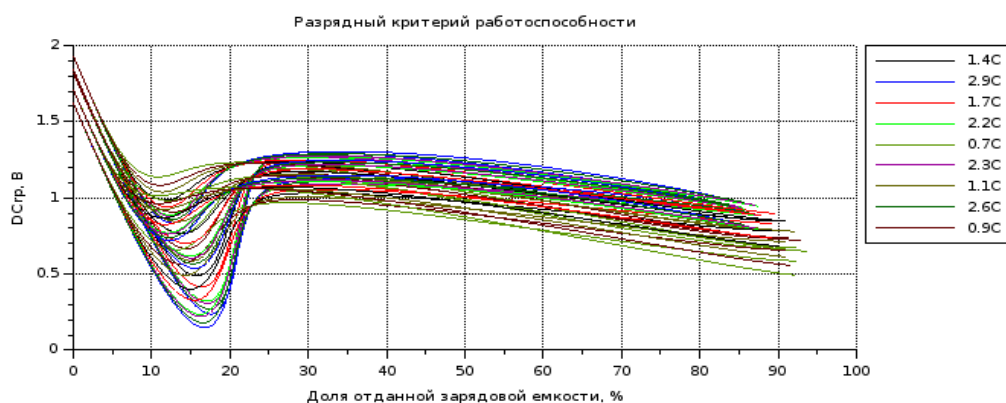


Рисунок 113 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

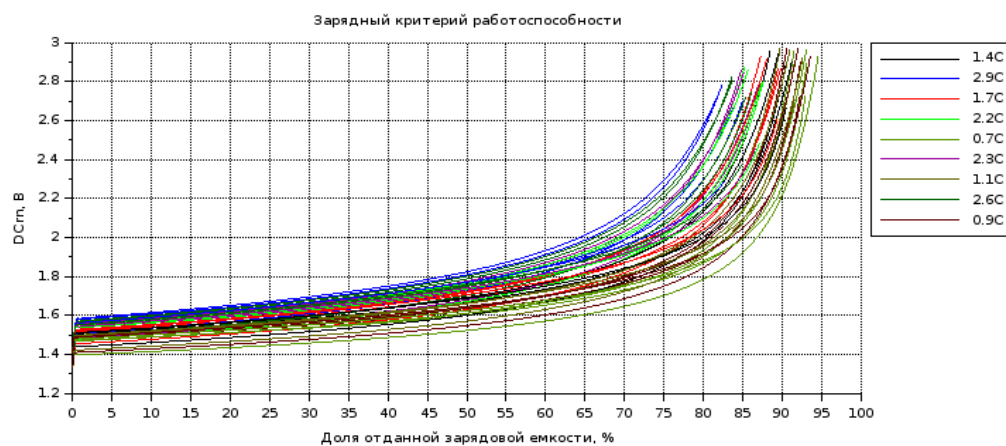


Рисунок 114 – Зарядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

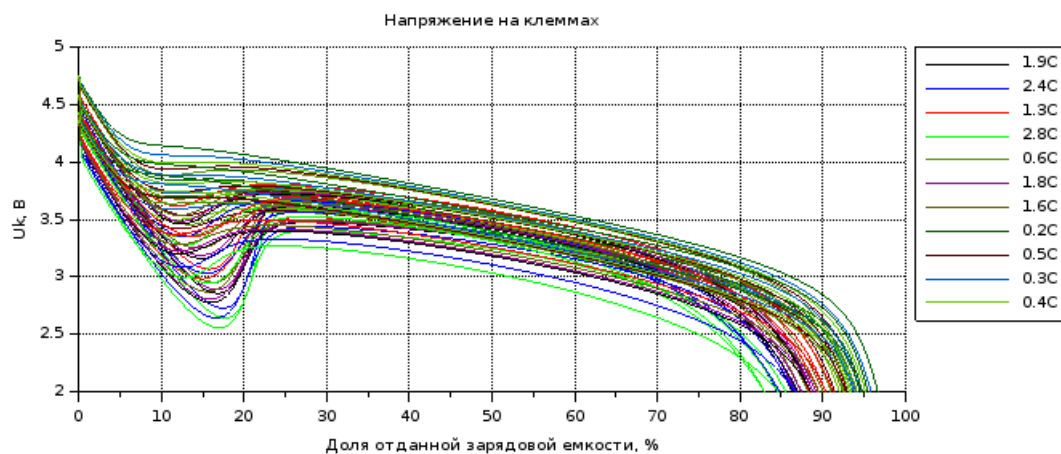


Рисунок 115 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

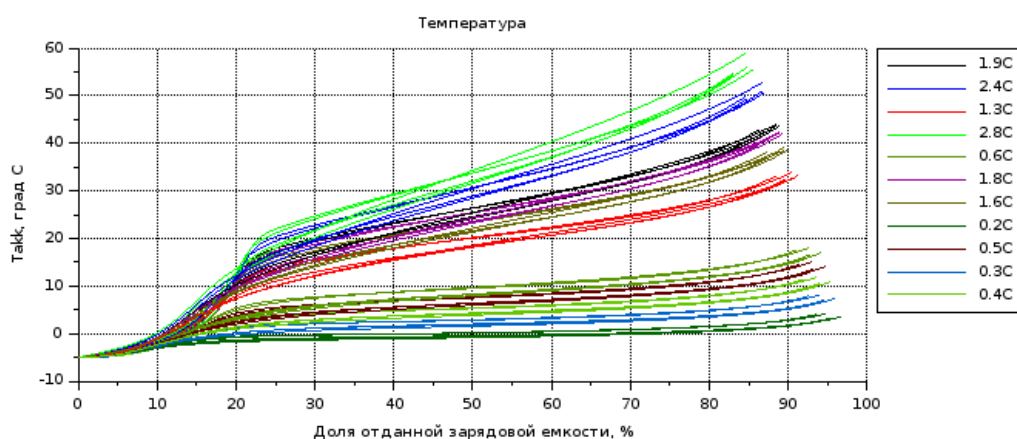


Рисунок 116 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

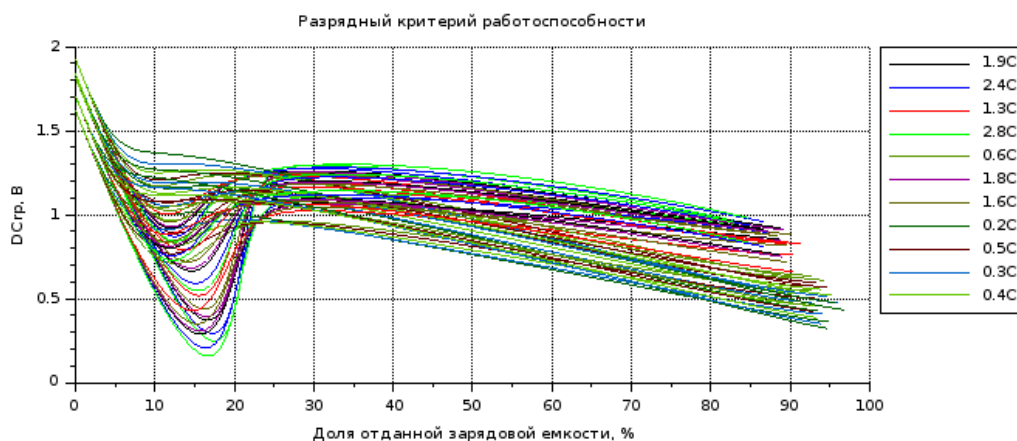


Рисунок 117 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

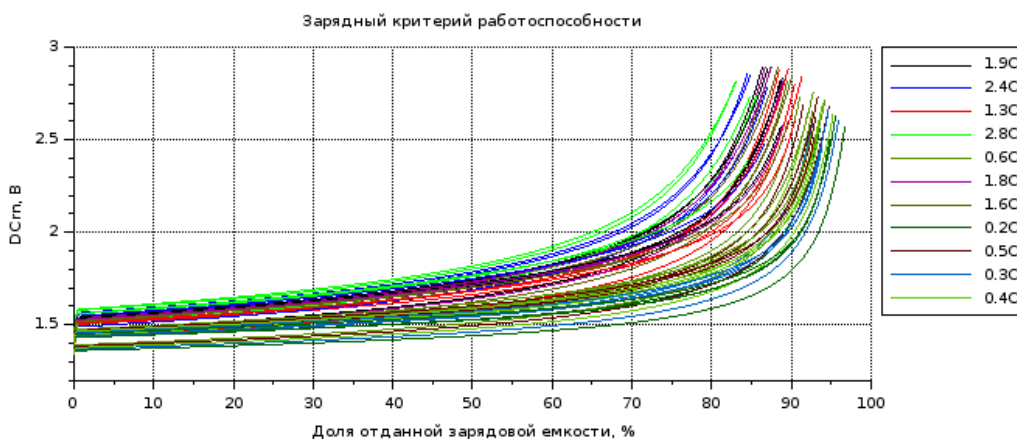


Рисунок 118 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -5°C

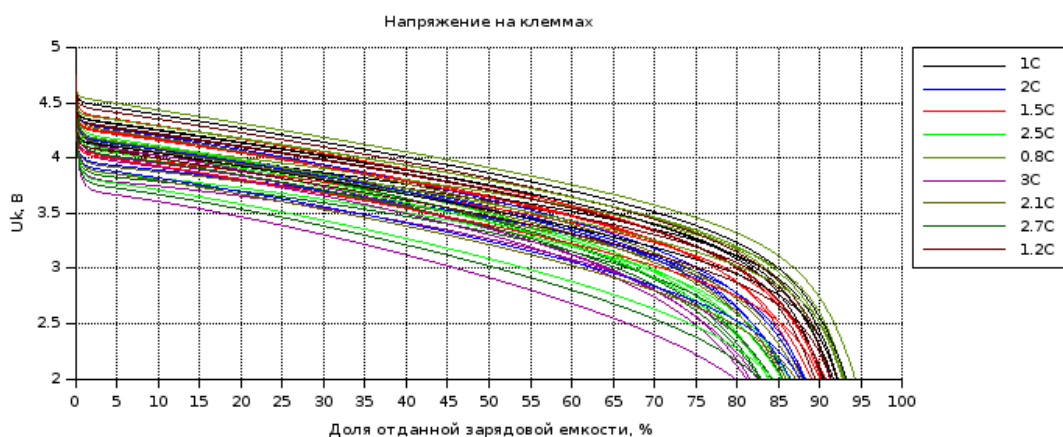


Рисунок 119 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

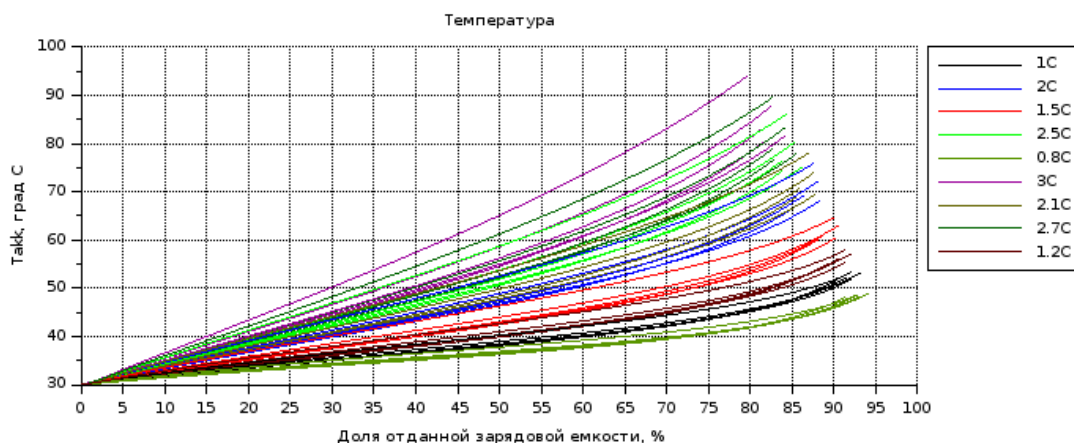


Рисунок 120 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

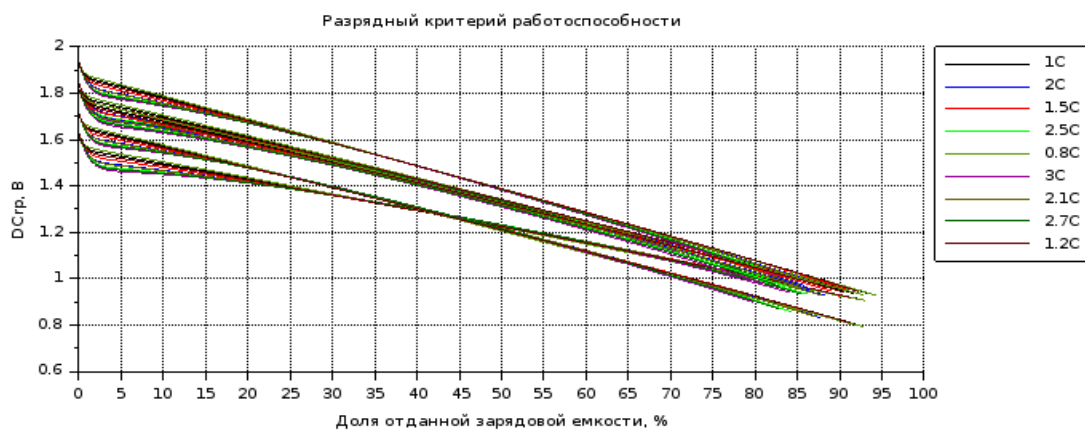


Рисунок 121 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

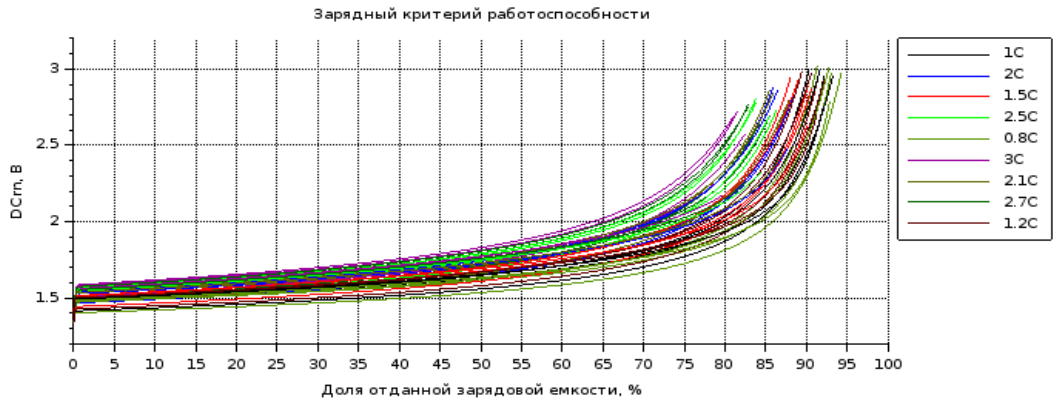


Рисунок 122 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

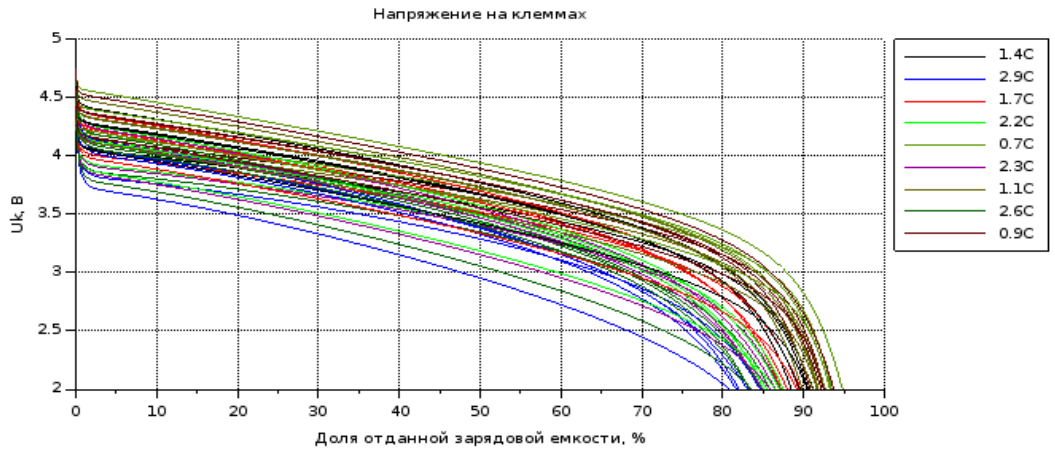


Рисунок 123 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

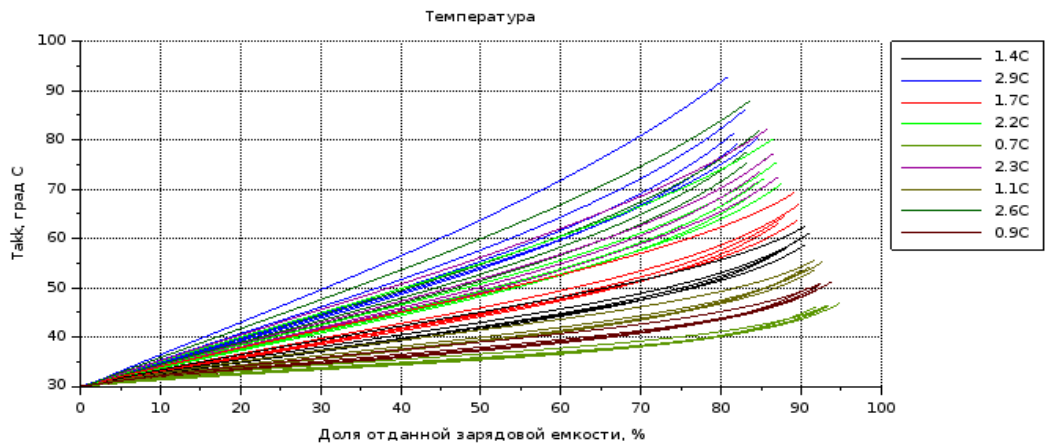


Рисунок 124 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

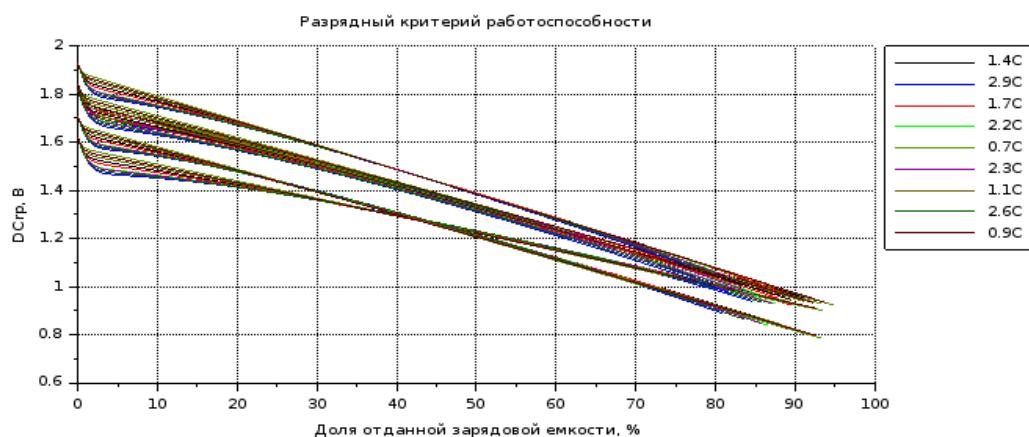


Рисунок 125 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

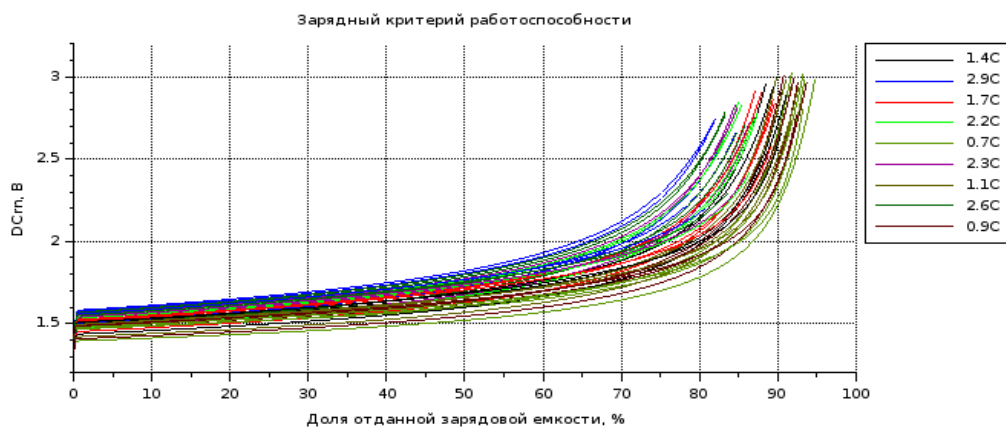


Рисунок 126 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

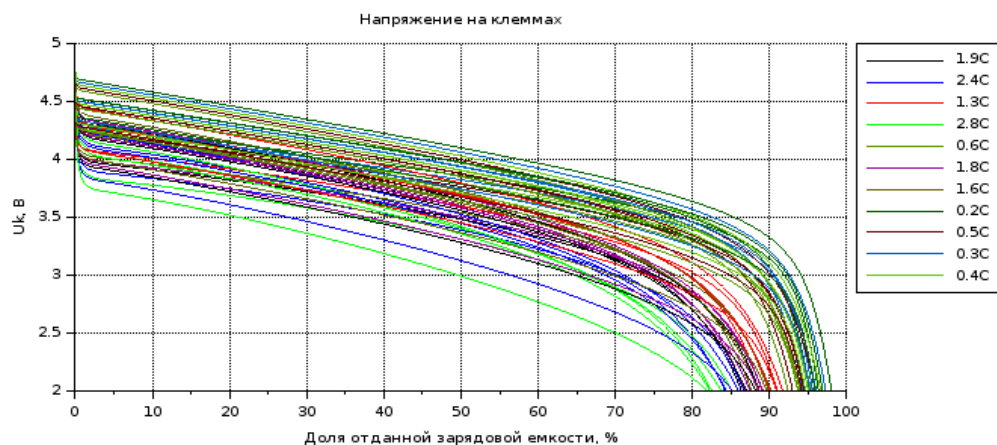


Рисунок 127 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

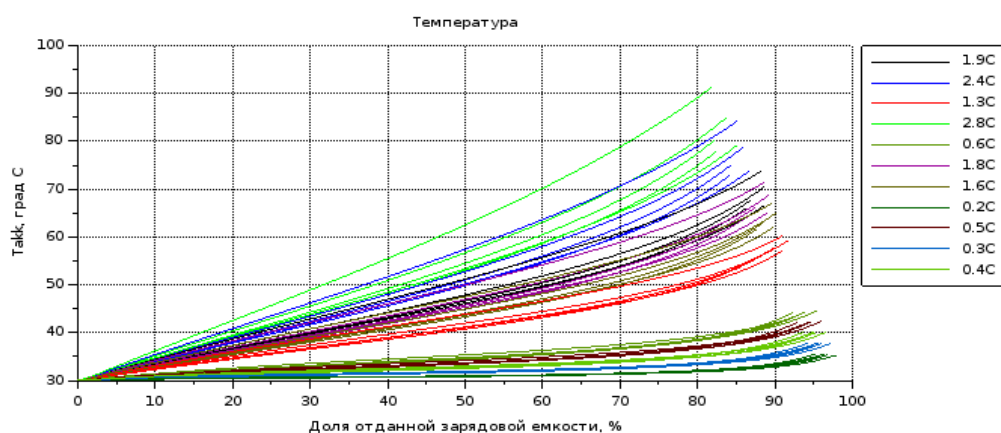


Рисунок 128 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

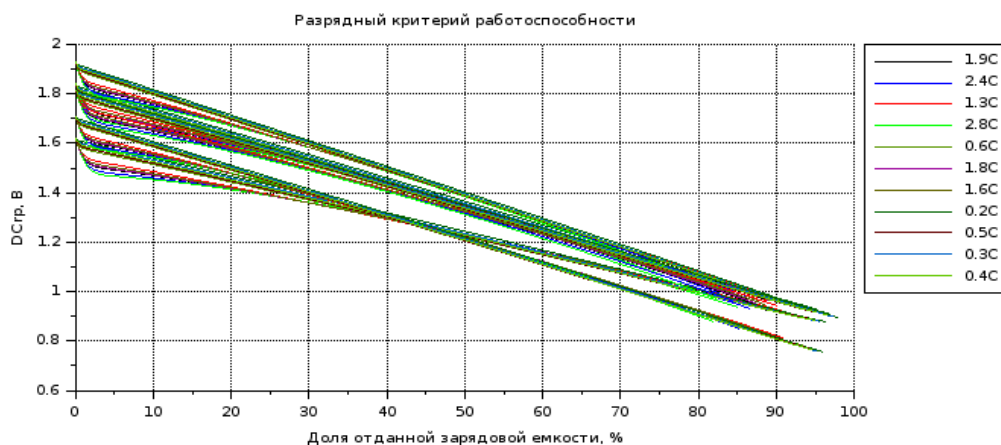


Рисунок 129 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

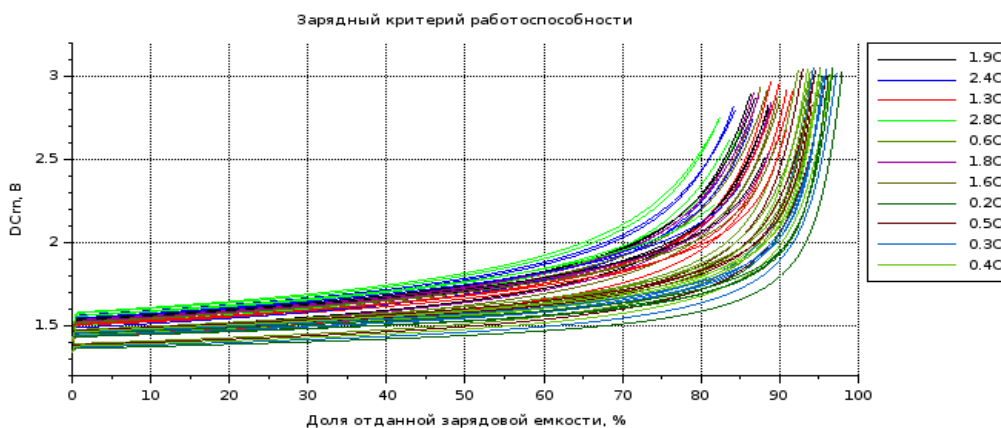


Рисунок 33 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды 30°C

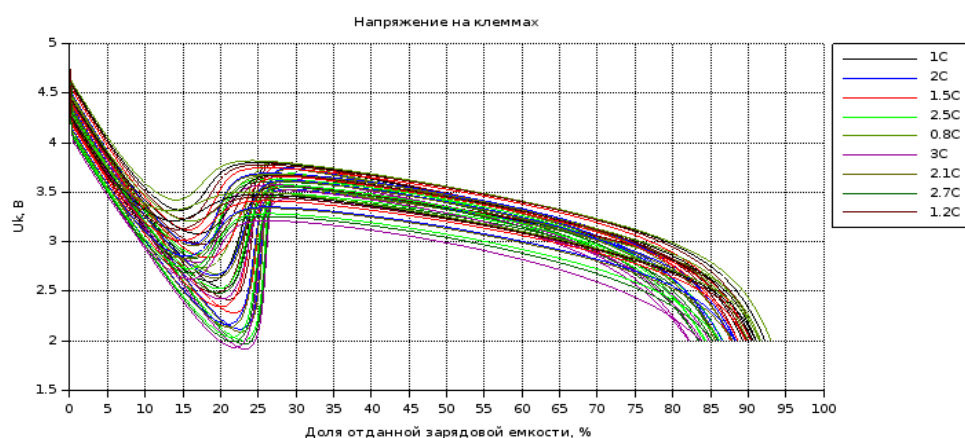


Рисунок 131 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

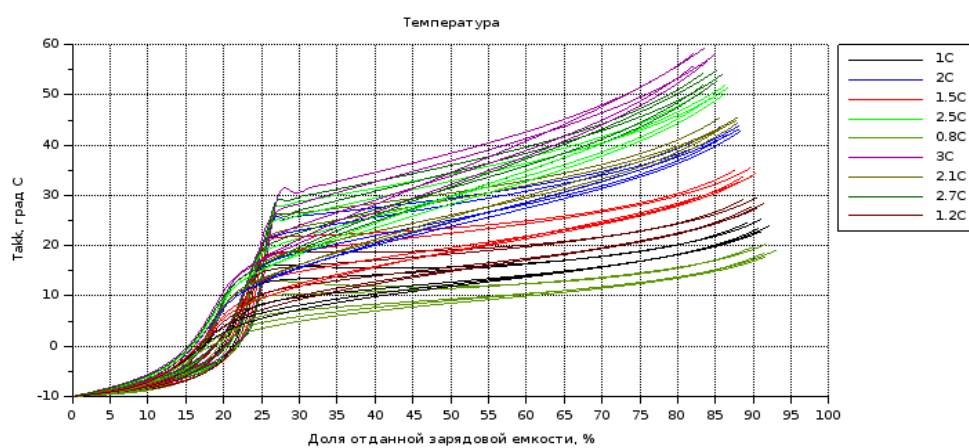


Рисунок 132 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

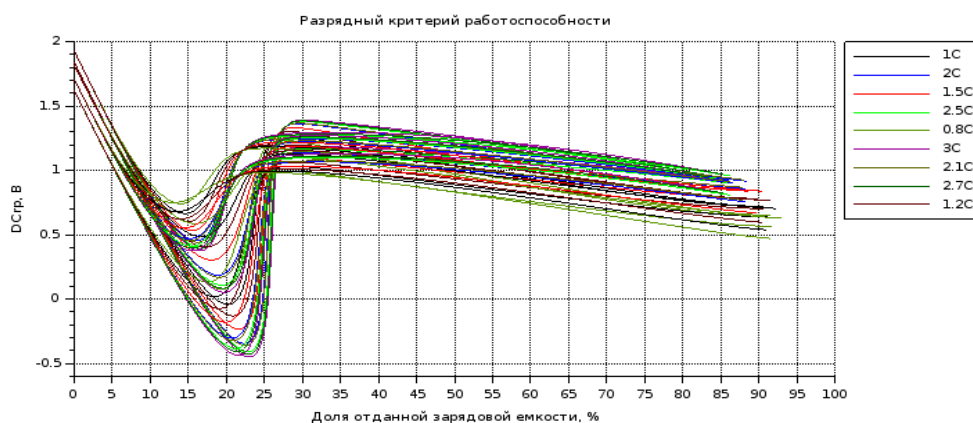


Рисунок 133 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

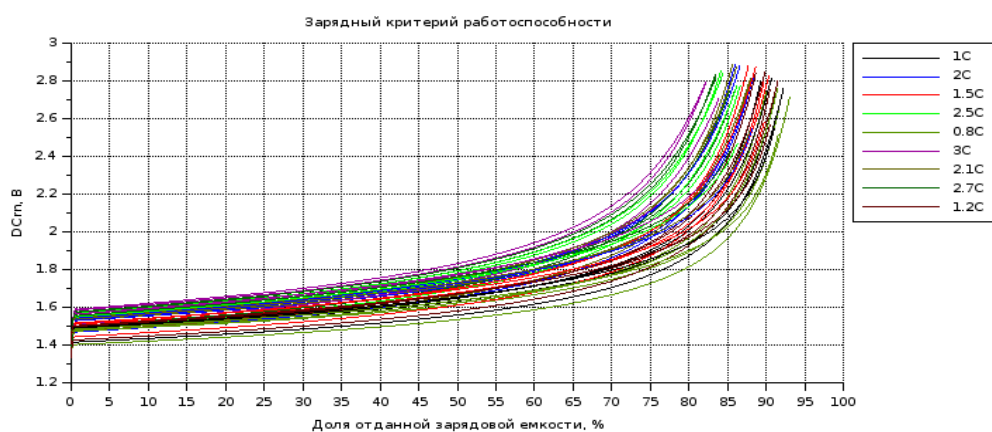


Рисунок 134 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

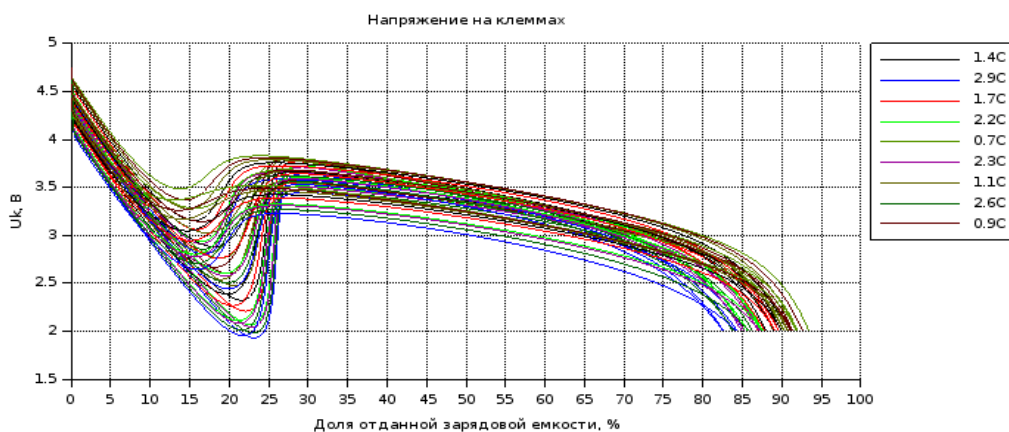


Рисунок 135 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

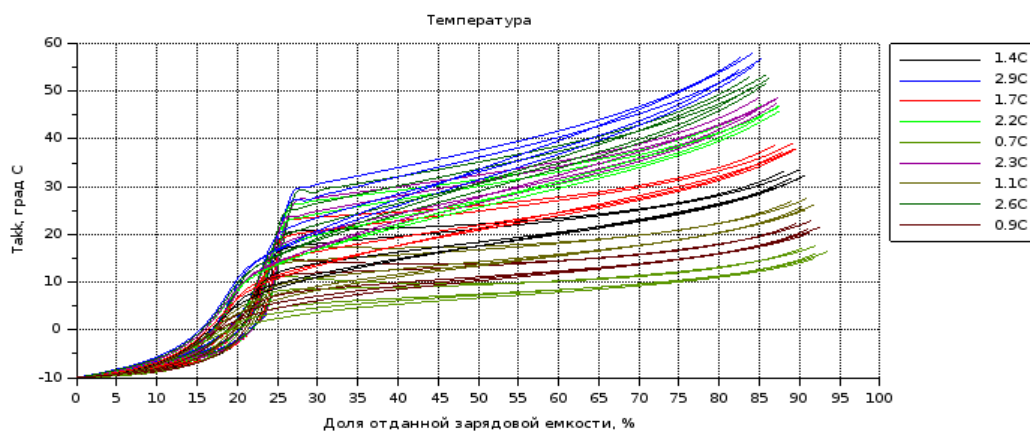


Рисунок 136 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

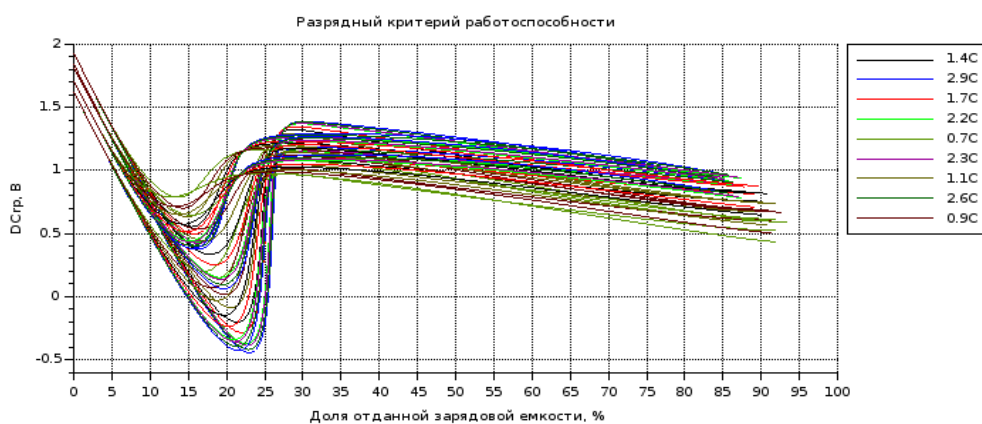


Рисунок 137 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

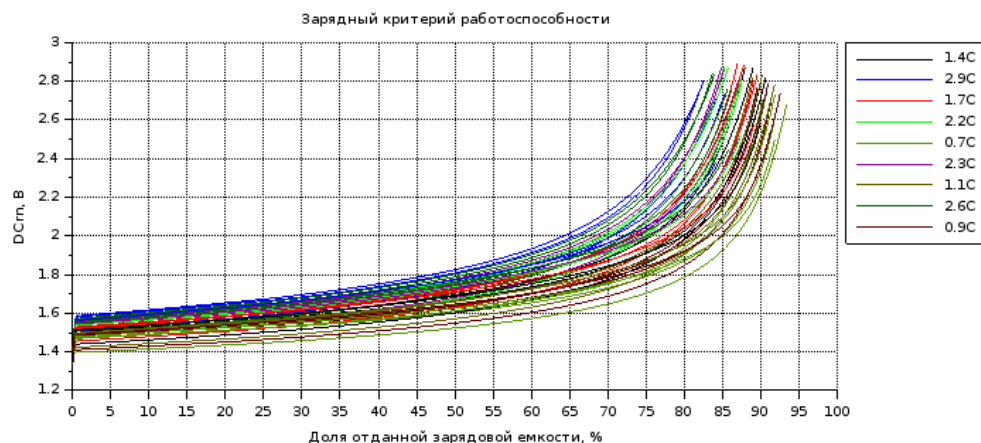


Рисунок 138 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

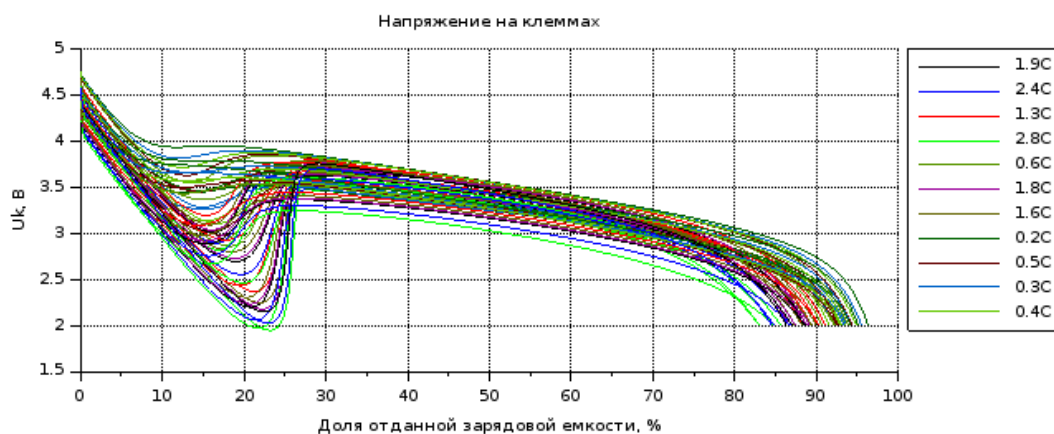


Рисунок 139 – Разрядные постоянным током кривые напряжения литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

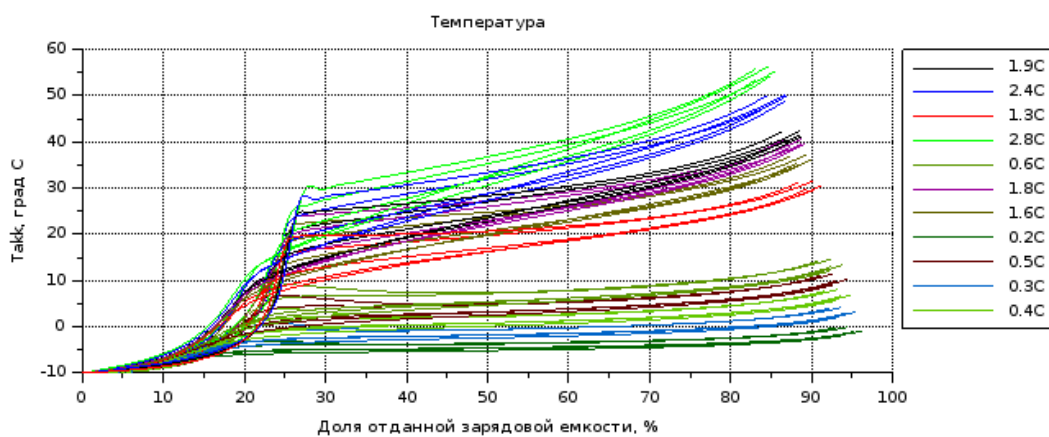


Рисунок 140 – Разрядные постоянным током кривые температуры литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

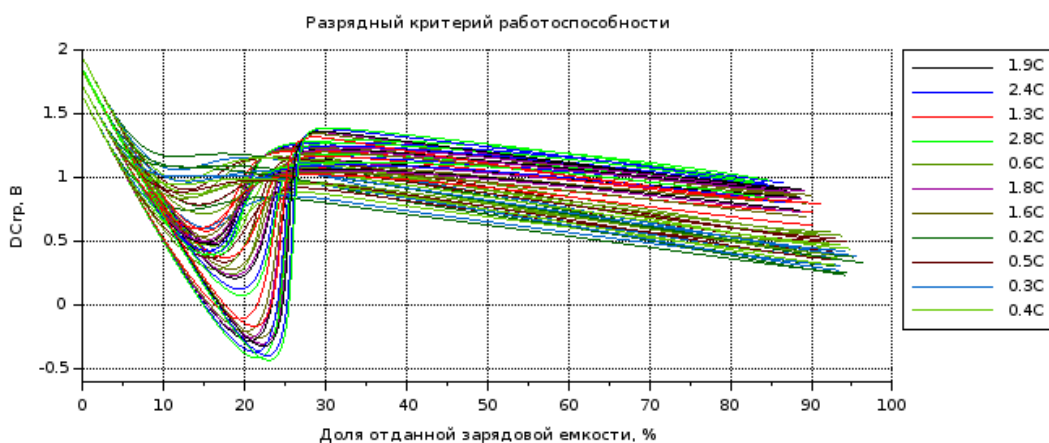


Рисунок 141 – Разрядные постоянным током кривые разрядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

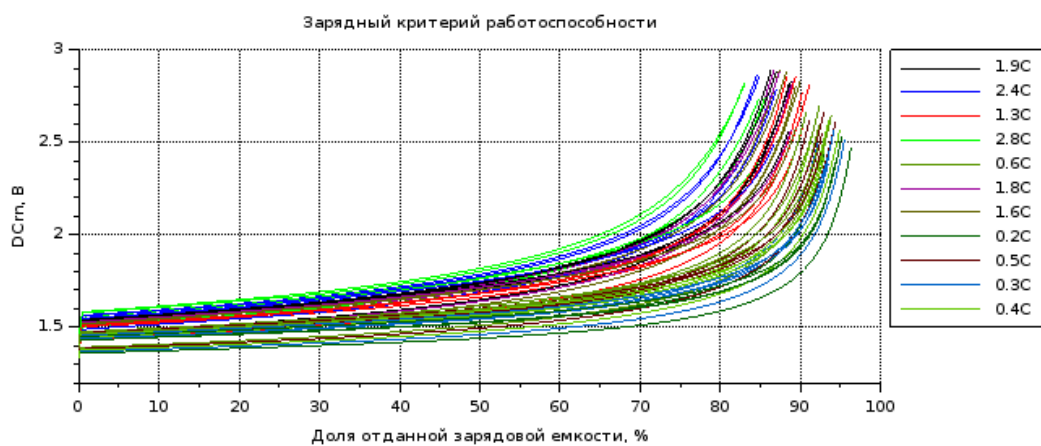


Рисунок 142 – Разрядные постоянным током кривые зарядного критерия работоспособности литий-ионного аккумулятора при температуре окружающей среды -10°C

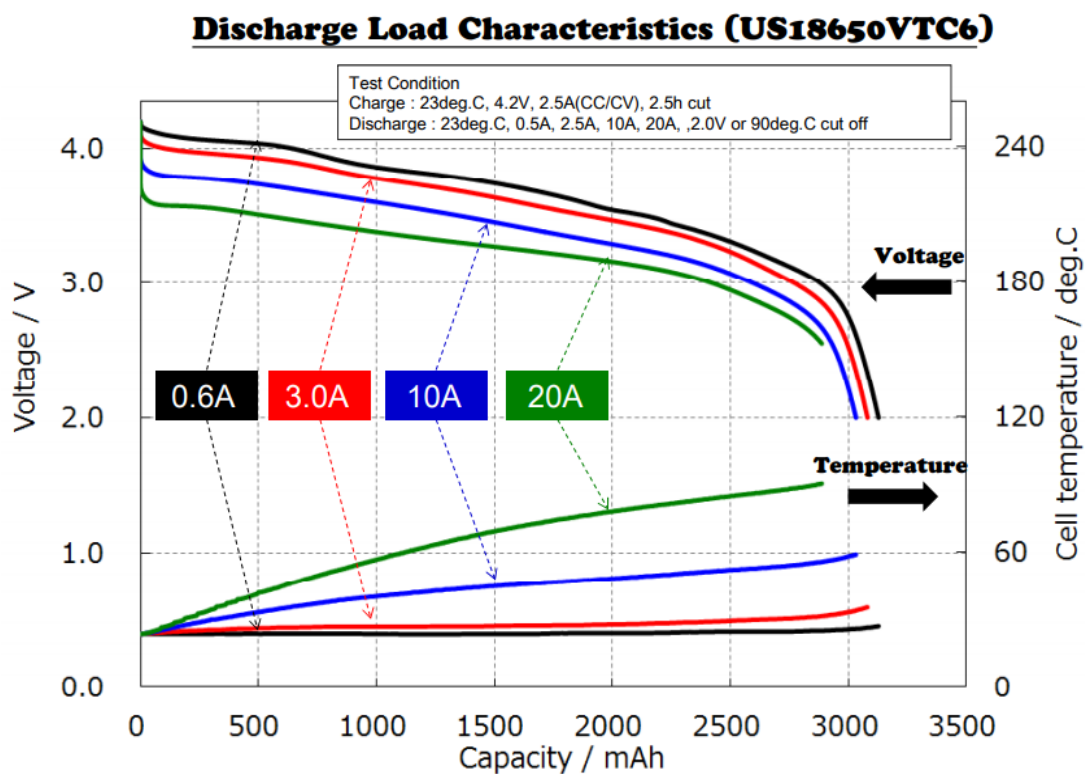


Рисунок 143 – Разрядные кривые напряжения и температуры литий-ионного аккумулятора US18650VTC6 при различных постоянных токах разряда при температуре окружающей среды 23°C

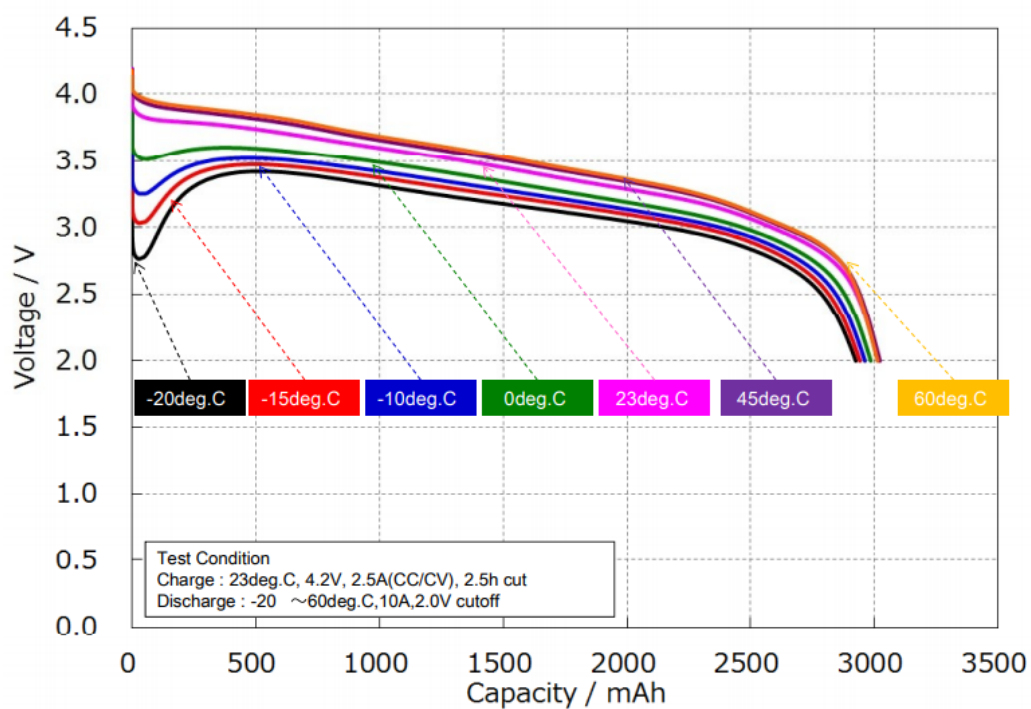


Рисунок 144 – Разрядные кривые напряжения литий-ионного аккумулятора US18650VTC6 при различных температурах окружающей среды при токе разряда 2.5A

Множество динамик ЛИА US18650VTC6, показанных на рисунках 59 – 142, было получено в Scilab 6.1.0 с использованием модулей расширения ATOMS Scilab Non-equilibrium process [349], Computing Experiment [350], IODataIntegration [351]), а также использованием мультикомпьютерного распараллеливания (по образу и подобию вычислительного кластера Beowulf [341]). Удаленное управление компьютерами (на которых осуществлялось моделирование этих динамики ФХП в ЛИА US18650VTC6) осуществлялось вручную с использованием RDP, например Team Viewer, AnyDesk.

Аналогично получают различные динамики напряжения, температуры ЛИА, а также зарядных и разрядных критериев ЛИА US18650VTC6 для прочих разрядных токов и прочих температур окружающей среды.

ГЛАВА 6. АПРОБАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ НАУЧНЫХ ОСНОВ ОЦЕНИВАНИЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ХИМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ НА ПРИМЕРЕ ЛИТИЙ-ИОННЫХ АККУМУЛЯТОРОВ

6.1. Получение математической модели напряжения и температуры в режиме разряда постоянным током литий-ионного аккумулятора

6.1.1. Численно-аналитическое преобразование модели динамики физико-химических процессов в литий-ионного аккумулятора US18650VTC6 в режиме его разряда постоянным током

6.1.1.1. Аналитическое выражение модели разрядных напряжения и температуры

Рассмотрим разряд ЛИА US18650VTC6 различными постоянными токами при температуре окружающей среды 25°C. Имея множества различных динамик напряжения и температуры, а также разрядного и зарядного критериев работоспособности, показанных на рисунках 59 – 142, мы получим модель ЛИА US18650VTC6 путем аппроксимации этих динамик [352]. Будем искать модель для разрядного напряжения ЛИА US18650VTC6, как зависимость от тока разряда, отданной зарядовой емкости и номинальной емкости; эта зависимость (как нетрудно видеть из рисунков 59, 63, 67) представляет собой функционал от разрядных кривых напряжения при токах разряда 0.2C, 1.0C, 3.0C (опорных токах разряда) [352]:

$$U_I^p = \hat{U}_I^p \left(\frac{I_k}{K_I C_{ном}}, \frac{Q}{C_{ном}} \right) [U_{0.2C}^{(контр)}(Q), U_{1.0C}^{(контр)}(Q), U_{3.0C}^{(контр)}(Q)], \quad (83)$$

где $U_{0.2C}^{(контр)}(Q)$, $U_{1.0C}^{(контр)}(Q)$, $U_{3.0C}^{(контр)}(Q)$ - разрядные кривые напряжения при опорных токах разряда (0.2C, 1.0C, 3.0C); K_I - некоторый токовый коэффициент, зависящий от системы единиц измерения (далее возьмем $K_I = 1ч^{-1}$). Также из рисунков 60, 64, 68 видно, что модель для температуры (в режиме разряда постоянным током) ЛИА представляет собой зависимость от тока разряда, отданной зарядовой емкости и номинальной емкости; эта зависимость (как нетрудно видеть из рисунков 60, 64, 68) представляет собой функционал от раз-

рядных кривых температуры при токах разряда 0.2С, 1.0С, 3.0С (опорных токах разряда) [352]:

$$T_I^p = \hat{T}_I^p \left(\frac{I_k}{K_I C_{ном}}, \frac{Q}{C_{ном}} \right) [T_{0.2C}^{(контр)}(Q), T_{1.0C}^{(контр)}(Q), T_{3.0C}^{(контр)}(Q)], \quad (84)$$

где $T_{0.2C}^{(контр)}(Q)$, $T_{1.0C}^{(контр)}(Q)$, $T_{3.0C}^{(контр)}(Q)$ - разрядные кривые температуры при опорных токах разряда (0.2С, 1.0С, 3.0С). Именно эти разрядные кривые температуры снимаются с каждого ЛИА в процессе испытаний ЛИАБ [352].

Как нетрудно видеть из рисунков 59, 63, 67 и 60, 64, 68, при изменении кривых разрядного напряжения и температуры при опорных токах разряда (0.2С, 1.0С, 3.0С) от одной динамики ФХП в ЛИА, соответствующей одним значениям коэффициентов, к другой динамике ФХП в ЛИА, соответствующей другим значениям коэффициентов, остальные соответствующие разрядные кривые напряжения и температуры меняются качественно похожим образом; отсюда аналитическое выражение модели зададим в виде [352]:

$$\begin{aligned} U_I^p = & \tilde{U}_I^{p(0)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{U}_{0.2C}^{(контр)}(Q) + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{U}_{0.2C}^{(контр)}(Q) \bar{U}_{1.0C}^{(контр)}(Q) + \\ & + \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{U}_{3.0C}^{(контр)}(Q) + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) (\bar{U}_{0.2C}^{(контр)}(Q))^2 + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{U}_{1.0C}^{(контр)}(Q) + \\ & + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{U}_{0.2C}^{(контр)}(Q) \bar{U}_{3.0C}^{(контр)}(Q) + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) (\bar{U}_{1.0C}^{(контр)}(Q))^2 + \\ & + \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) (\bar{U}_{3.0C}^{(контр)}(Q))^2 + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{U}_{1.0C}^{(контр)}(Q) \bar{U}_{3.0C}^{(контр)}(Q) + U_{\min}, \quad (85) \\ \bar{U}_{0.2C}^{(контр)}(Q) \equiv & \frac{U_{0.2C}^{(контр)}(\bar{Q} Q_{0.2C}^{(контр)}) - U_{\min}}{U_{\min}}, \bar{U}_{1.0C}^{(контр)}(Q) = \frac{U_{1.0C}^{(контр)}(\bar{Q} Q_{1.0C}^{(контр)}) - U_{\min}}{U_{\min}}, \end{aligned}$$

$$\bar{U}_{3.0C}^{(контр)}(Q) = \frac{U_{3.0C}^{(контр)}(\bar{Q} Q_{3.0C}^{(контр)}) - U_{\min}}{U_{\min}}, \bar{I}_k = \frac{I_k}{K_I C_{ном}}, \bar{Q} = \frac{Q}{Q_I^p},$$

$$\begin{aligned} T_I^p = & \tilde{T}_I^{p(0)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) + \tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{T}_{0.2C}^{(контр)}(Q) + \tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{T}_{0.2C}^{(контр)}(Q) \bar{T}_{1.0C}^{(контр)}(Q) + \\ & + \tilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{T}_{3.0C}^{(контр)}(Q) + \tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) (\bar{T}_{0.2C}^{(контр)}(Q))^2 + \tilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{T}_{1.0C}^{(контр)}(Q) + \\ & + \tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{T}_{0.2C}^{(контр)}(Q) \bar{T}_{3.0C}^{(контр)}(Q) + \tilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) (\bar{T}_{1.0C}^{(контр)}(Q))^2 + \\ & + \tilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) (\bar{T}_{3.0C}^{(контр)}(Q))^2 + \tilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) \bar{T}_{1.0C}^{(контр)}(Q) \bar{T}_{3.0C}^{(контр)}(Q) + T_{окр}, \quad (86) \\ \bar{T}_{0.2C}^{(контр)}(Q) \equiv & \frac{T_{0.2C}^{(контр)}(\bar{Q} Q_{0.2C}^{(контр)}) - T_{окр}}{T_{окр}}, \bar{T}_{1.0C}^{(контр)}(Q) = \frac{T_{1.0C}^{(контр)}(\bar{Q} Q_{1.0C}^{(контр)}) - T_{окр}}{T_{окр}}, \end{aligned}$$

$$\bar{T}_{3.0C}^{(контр)}(Q) = \frac{T_{3.0C}^{(контр)}(\bar{Q} Q_{3.0C}^{(контр)}) - T_{окр}}{T_{окр}}, \bar{I}_k = \frac{I_k}{K_I C_{ном}}, \bar{Q} = \frac{Q}{Q_I^p},$$

где функции $\tilde{U}_I^{p(0)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$, $\tilde{U}_{I, Q_{3.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$ задаются в виде кубических полиномов по \bar{Q} [352]:

$$\tilde{U}_I^{p(0)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) = \tilde{U}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k)(1 - \bar{Q}) + \tilde{U}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k)(1 - \bar{Q}^2) + \tilde{U}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k)(1 - \bar{Q}^3), \quad (87)$$

$$\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) = \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3, \quad (88)$$

$$\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) = \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3, \quad (89)$$

$$\tilde{U}_{I, Q_{3.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) = \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3, \quad (90)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \\ &+ \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3, \end{aligned} \quad (91)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \\ &+ \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3, \end{aligned} \quad (92)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \\ &+ \tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3, \end{aligned} \quad (93)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \\ &+ \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3, \end{aligned} \quad (94)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \\ &+ \tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3, \end{aligned} \quad (95)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, Q_{3.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, Q_{3.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, Q_{3.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q} + \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, Q_{3.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^2 + \\ &+ \tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, Q_{3.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)\bar{Q}^3; \end{aligned} \quad (96)$$

коэффициенты $\tilde{U}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{3.0C}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{0.2C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{1.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{0.2C}, Q_{3.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{1.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{U}_{I, Q_{1.0C}, Q_{3.0C}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$.

$$\begin{aligned}
& \bar{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\
& \bar{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\
& \bar{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\
& \bar{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\
& \bar{U}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k), & \bar{U}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k), & &
\end{aligned}$$

зависящие от разрядных токов \bar{I}_k , этих полиномов ищутся для разных соответствующих разрядных токов \bar{I}_k из полученных выше динамик разрядных кривых напряжений при различных значениях коэффициентов для этих соответствующих разрядных токов \bar{I}_k (рисунки 59, 63, 67), используя (85), (87) – (96); U_{\min} - напряжение, до которого мы разряжаем ЛИА (в данном случае до 2В); функции $\tilde{T}_I^{p(0)}(\bar{I}_k, \bar{Q})$,

$$\tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}), \quad \tilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}), \quad \tilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}), \quad \tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}), \quad \tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}),$$

задаются в виде кубических полиномов по \bar{Q} [352]:

$$\tilde{T}_I^{p(0)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) = \bar{T}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \bar{T}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \bar{T}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \quad (97)$$

$$\tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) = \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k) + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \quad (98)$$

$$\tilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) = \bar{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k) + \bar{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \bar{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \bar{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \quad (99)$$

$$\tilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) = \bar{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k) + \bar{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \bar{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \bar{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \quad (100)$$

$$\begin{aligned}
\tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \\
&+ \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \quad (101)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \\
&+ \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \quad (102)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \\
&+ \bar{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \quad (103)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \\ &+ \widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \end{aligned} \quad (104)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \\ &+ \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3, \end{aligned} \quad (105)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k, \bar{Q}) &= \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) + \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q} + \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^2 + \\ &+ \widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k) \bar{Q}^3; \end{aligned} \quad (106)$$

коэффициенты $\widetilde{T}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{2.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{2.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{2.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{2.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{T}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, зависящие от разрядных токов \bar{I}_k , этих полиномов ищутся для разных со-

ответствующих разрядных токов \bar{I}_k из полученных выше динамик разрядных кривых напряжений при различных значениях коэффициентов (рисунки 59, 63, 67), используя (86), (97) – (106); $T_{окр}$ – температура окружающей среды; Q_I^p – отдаваемая разрядная емкость при разряде ЛИА постоянным током до 2 В; определяется согласно (аналогично [270]) [352]:

$$\begin{aligned} \frac{Q_I^p}{C_{ном}} &= \widetilde{Q}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k) \frac{Q_{0.2C}^{(контр)}}{C_{ном}} + \widetilde{Q}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k) \frac{Q_{1.0C}^{(контр)}}{C_{ном}} + \widetilde{Q}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k) \frac{Q_{3.0C}^{(контр)}}{C_{ном}} + \\ &+ \widetilde{Q}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k) \left(\frac{Q_{0.2C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right)^2 + \widetilde{Q}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k) \left(\frac{Q_{0.2C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right) \left(\frac{Q_{1.0C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right) + \\ &+ \widetilde{Q}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k) \left(\frac{Q_{1.0C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right)^2 + \widetilde{Q}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k) \left(\frac{Q_{0.2C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right) \left(\frac{Q_{3.0C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right) + \\ &+ \widetilde{Q}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k) \left(\frac{Q_{3.0C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right)^2 + \widetilde{Q}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k) \left(\frac{Q_{1.0C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right) \left(\frac{Q_{3.0C}^{(контр)}}{C_{ном}} \right) + 1, \bar{I}_k = \frac{I_k}{K_I C_{ном}}, \end{aligned} \quad (107)$$

где функции $\tilde{Q}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$ определяются из полученных выше возможных динамик разрядных кривых напряжений (рисунки 59, 63, 67) с использованием (107), получив из разрядных постоянным током кривых напряжения, показанных на рисунках 59, 63, 67, соответствующие разрядные емкости; $Q_{0.2C}^{(контр)}$, $Q_{1.0C}^{(контр)}$, $Q_{3.0C}^{(контр)}$ - отданные зарядовые емкости при токах разряда 0.2С, 1.0С, 3.0С соответственно. Номинальная емкость $C_{ном} = 3.003 \text{ А} \cdot \text{ч}$.

6.1.1.2. Получение модели отданной разрядной емкости

Используя динамику разрядных напряжений, показанных на рисунках 59, 63, 67, получим отданные зарядовые емкости в зависимости от разрядного тока, показанные на рисунке 145 [352]. Полученные из этих отданных зарядовых емкостей коэффициенты, входящие в (107), при различных токах разряда ЛИА приведены на рисунках 146 и 147 [352].

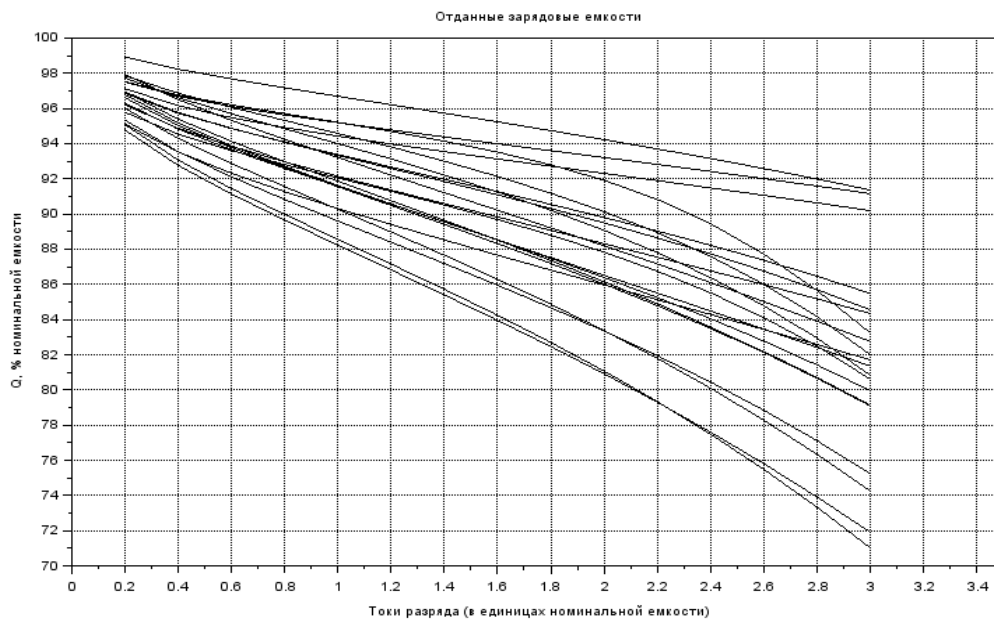


Рисунок 145 – Отданные разрядные зарядовые емкости, полученные из динамик напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

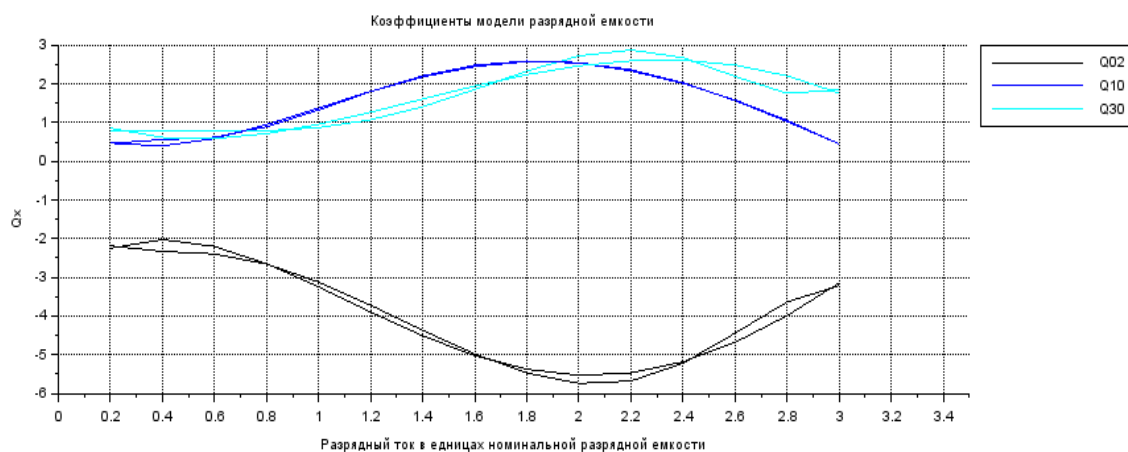


Рисунок 146 – Коэффициенты модели разрядной емкости литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при первых степенях разрядных токов (сопоставление коэффициентов, полученных из динамик напряжения, полученных из модели физико-химических процессов в литий-ионных аккумуляторах с соответствующими коэффициентами, рассчитанными по нижеизлагающейся модели для этих коэффициентов)

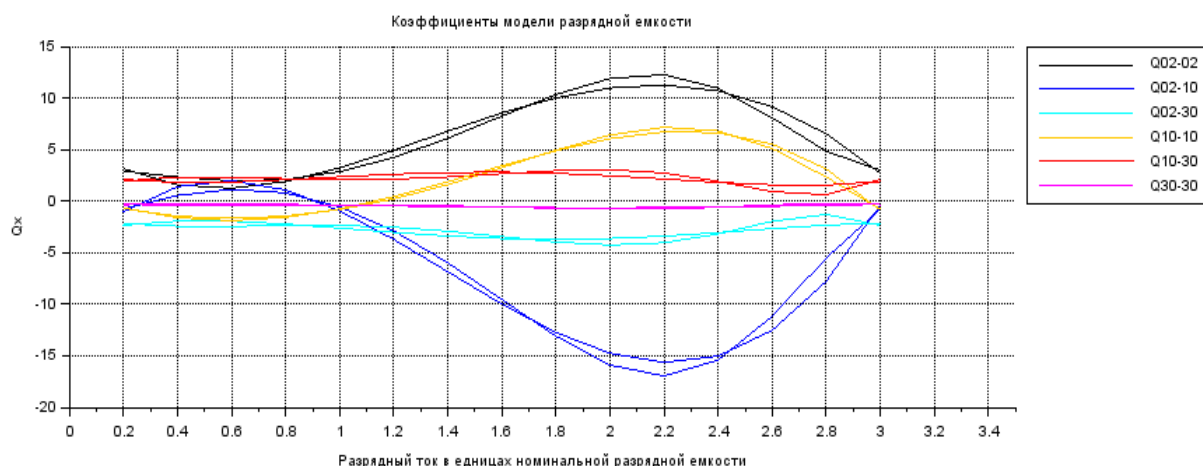


Рисунок 147 – Коэффициенты модели разрядной емкости литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при вторых степенях разрядных токов (сопоставление коэффициентов, полученных из динамик напряжения, полученных из модели физико-химических процессов в литий-ионных аккумуляторах с соответствующими коэффициентами, рассчитанными по нижеизлагающейся модели для этих коэффициентов)

Используя полученные на рисунках 146 и 147 зависимости коэффициентов модели разрядной емкости, мы затем оцениваем погрешность получения модели (107) разрядной емкости ЛИА (погрешность преобразования модели динамики ФХП в ЛИА в аналитическое выражение (107)). С этой целью мы из разрядных динамик напряжения (рисунки 59, 63, 67) получаем тестовые зависимости разрядных емкостей от разрядных токов (рисунок 148), затем

согласно (107) рассчитываем разрядные емкости (рисунок 149), а затем эти рассчитанные по (107) разрядные емкости сопоставляем с разрядными емкостями, показанными на рисунке 148, вычислив относительные погрешности получения модели (107) из модели динамики ФХП в ЛИА серии US18650VTC6 (рисунок 150).

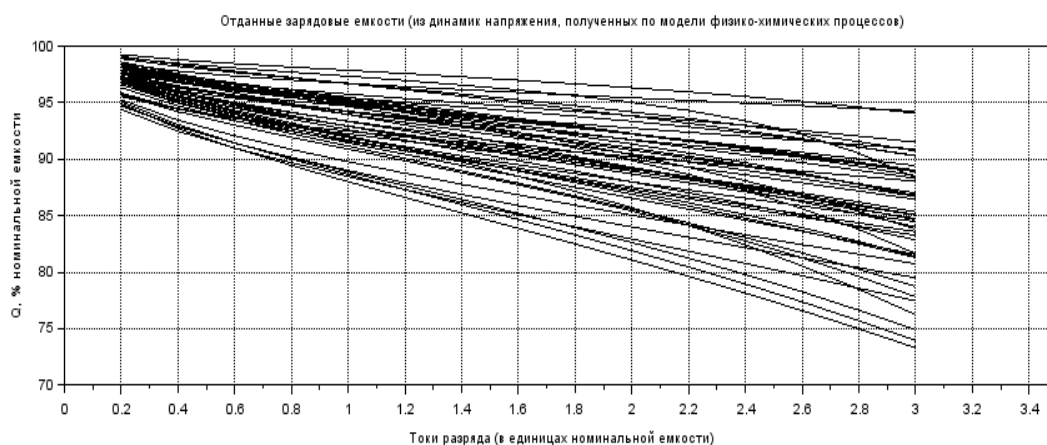


Рисунок 148 – Тестовые кривые разрядных емкостей в зависимости от разрядных токов, полученные из модели динамики физико-химических процессов в литий-ионном аккумуляторе серии US18650VTC6



Рисунок 149 – Кривые разрядных емкостей литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 в зависимости от разрядных токов, полученные из полученной аналитической модели разрядных емкостей

Как видно из рисунка 150, относительная погрешность преобразования модели динамики ФХП в ЛИА серии US18650VTC6 (представленных в виде блочной диаграммы, показанной на рисунке 32 – 43) не превышает 0.6%.



Рисунок 150 – Погрешности получения аналитической модели разрядных емкостей литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 из модели динамики физико-химических процессов в этом аккумуляторе

Из рисунков 146 и 147 видно, что зависимость функций $\tilde{Q}_{I,Q_{0.2C}}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I,Q_{1.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I,Q_{3.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I,Q_{0.2C},Q_{0.2C}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I,Q_{0.2C},Q_{1.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I,Q_{0.2C},Q_{3.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I,Q_{1.0C},Q_{1.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\tilde{Q}_{I,Q_{1.0C},Q_{3.0C}}^{p(2)}(\bar{I}_k)$ от разрядного тока можно аппроксимировать степенными

зависимостями:

$$\tilde{Q}_{I,Q_{0.2C}}^{p(1)}(\bar{I}_k) = d_{I,Q_{0.2C}}^{pQ(1)(0)} + d_{I,Q_{0.2C}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I,Q_{0.2C}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + d_{I,Q_{0.2C}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{0.2C}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4, \quad (108)$$

$$\tilde{Q}_{I,Q_{1.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k) = d_{I,Q_{1.0C}}^{pQ(1)(0)} + d_{I,Q_{1.0C}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I,Q_{1.0C}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + d_{I,Q_{1.0C}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{1.0C}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4, \quad (109)$$

$$\tilde{Q}_{I,Q_{3.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k) = d_{I,Q_{3.0C}}^{pQ(1)(0)} + d_{I,Q_{3.0C}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I,Q_{3.0C}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + d_{I,Q_{3.0C}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{3.0C}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4, \quad (110)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{I,Q_{0.2C},Q_{0.2C}}^{p(1)}(\bar{I}_k) &= d_{I,Q_{0.2C},Q_{0.2C}}^{pQ(1)(0)} + d_{I,Q_{0.2C},Q_{0.2C}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I,Q_{0.2C},Q_{0.2C}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d_{I,Q_{0.2C},Q_{0.2C}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{0.2C},Q_{0.2C}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (111)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{I,Q_{0.2C},Q_{1.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k) &= d_{I,Q_{0.2C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(0)} + d_{I,Q_{0.2C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I,Q_{0.2C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d_{I,Q_{0.2C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{0.2C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (112)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{I,Q_{0.2C},Q_{3.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k) &= d_{I,Q_{0.2C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(0)} + d_{I,Q_{0.2C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I,Q_{0.2C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d_{I,Q_{0.2C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{0.2C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (113)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{I,Q_{1.0C},Q_{1.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k) &= d_{I,Q_{1.0C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(0)} + d_{I,Q_{1.0C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I,Q_{1.0C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d_{I,Q_{1.0C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{1.0C},Q_{1.0C}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (114)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{I,Q_{1.0C},Q_{3.0C}}^{p(1)}(\bar{I}_k) &= d_{I,Q_{1.0C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(0)} + d_{I,Q_{1.0C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I,Q_{1.0C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d_{I,Q_{1.0C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{1.0C},Q_{3.0C}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (115)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k) = & d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)} + d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)} \bar{I}_k + d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)} \bar{I}_k^2 + \\ & + d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)} \bar{I}_k^3 + d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)} \bar{I}_k^4. \end{aligned} \quad (116)$$

На основе кривых, приведенных на рисунках 146, 147, мы определим постоянные коэффициенты $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$, $d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$, $d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$, входящие в (108) – (116), приведенные в таблице 12.

Таблица 12 – Коэффициенты в аналитических выражениях токовых коэффициентов, соответствующие температуре окружающей среды 25°C

$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
-3.0175118	5.5037307	-8.9110337	3.5871996	-0.4110467
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
0.928951	-3.4570319	6.4182467	-2.8790404	0.3686808
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
1.3561146	-3.2423061	3.9653012	-1.2058203	0.0864966
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
6.3049876	-20.368114	24.209235	-7.4022317	0.4873668
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
-5.6612313	29.430043	-32.38005	7.6484285	0.0235434
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
-3.312586	6.7200832	-9.8522988	4.4613754	-0.6266183
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$

1.0071767	-10.139945	9.29107	-0.3519576	-0.562862
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
2.8924346	-5.5195646	8.7513673	-4.4661327	0.7086494
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
-0.4954797	1.0606176	-1.475294	0.6014648	-0.073373

Используя таблицу 12, мы на основе (108) – (116) построим графики токовых коэффициентов (рисунки 146, 147). Как нетрудно видеть из 146, 147, зависимости (108) – (116) аппроксимируют эти коэффициенты достаточно хорошо. Для окончательного формирования этой модели (108) – (116) необходимо уточнить приведенные в таблице 12 значения коэффициентов, используя (107) – (116), а также зависимость отданной зарядовой емкости от разрядного тока, приведенную на рисунке 145 (таблица 13).

Таблица 13 – Значения коэффициентов модели отданной разрядной емкости литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
-3.144656	5.2996862	-9.1933311	3.3109582	-0.3110991
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
1.3387943	-2.9035405	7.1605354	-2.1432397	0.0648046
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
1.0368583	-3.6179945	3.4632107	-1.7143469	0.3123041
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
6.2375962	-20.295837	24.398586	-7.1114581	0.4363016
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
-6.0252702	28.657845	-33.657118	6.1574868	0.5411188
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
-2.587951	7.6925326	-8.5405644	5.8154015	-1.2162972
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
1.2373909	-9.6773634	10.084965	0.5534036	-0.8979594

$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
2.3098578	-6.3633643	7.5901093	-5.6685036	1.2291644
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}}^{pQ(1)(4)}$
-0.4000839	1.1951707	-1.2903825	0.7931688	-0.1572945

Погрешности получения модели (107) – (116) приведены на рисунке 152.

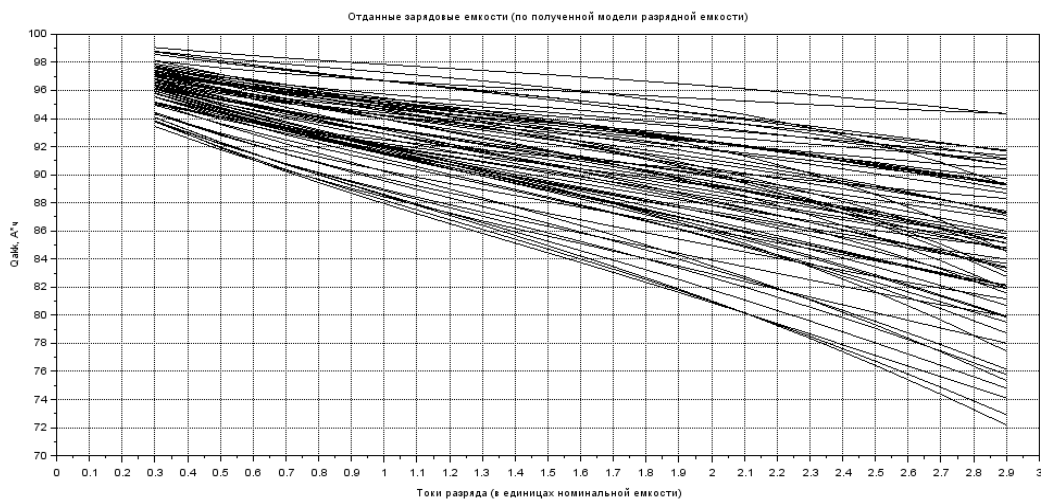


Рисунок 151 – Расчет разрядной емкости по модели разрядной емкости литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 для температуры окружающей среды 25°C

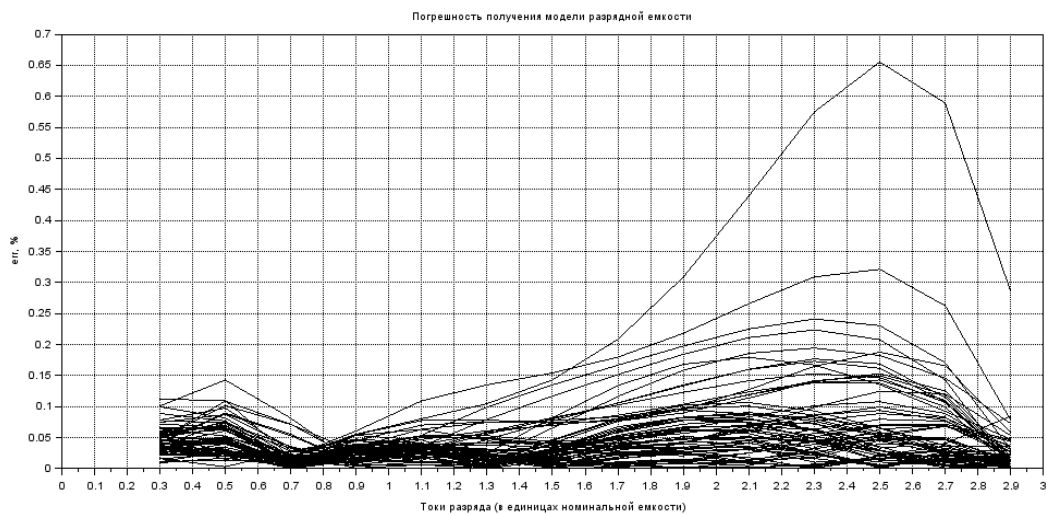


Рисунок 152 – Погрешности получения модели разрядной емкости литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 для температуры окружающей среды 25°C

Из рисунка 152 видно, что погрешность получения модели разрядной емкости из полной модели динамики ФХП в ЛИА серии US18650VTC6 для температуры окружающей среды 25°C не превышает 0.7%.

6.1.1.3. Получение модели разрядного напряжения

Используя полученную модель отданной зарядовой разрядной емкости ЛИА серии US18650VTC6 для температуры окружающей среды 25°C, заданную уравнениями (107) – (116) и таблицей 13, мы затем на базе этой модели построим модель ЛИА серии US18650VTC6 для разрядного напряжения, задаваемую системой уравнений (85), (87) – (96), определив из динамики кривых разрядного напряжения, показанных на рисунках 59, 63, 67,

коэффициенты $\bar{U}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)}}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, входящие в эту систему уравнений (рисунки 153 –

157). Получив графическую зависимость этих коэффициентов, входящих в (85), (87) – (96), от разрядного тока, проверим корректность получения этой модели (85), (87) – (96) из модели динамики ФХП в ЛИА серии US18650VTC6. С этой целью пересчитаем динамики напряжения, показанные на рисунках 59, 63, 67, в координатах отданного заряда относительно разрядной емкости (рисунки 158 – 160) (целесообразность видна из аналитического выражения (85)), затем по модели (85), (87) – (96) и графикам, показанным на рисунках 153 – 157, рассчитаем динамики напряжений (тоже в координатах относительной отданного заряда)

(рисунки 161 – 163), затем эти полученные динамики сопоставим с динамиками, показанными на рисунках 158 – 160, рассчитав относительные погрешности получения модели (85), (87) – (96) и графиков, показанных на рисунках 153 – 157 (рисунки 164 – 166).

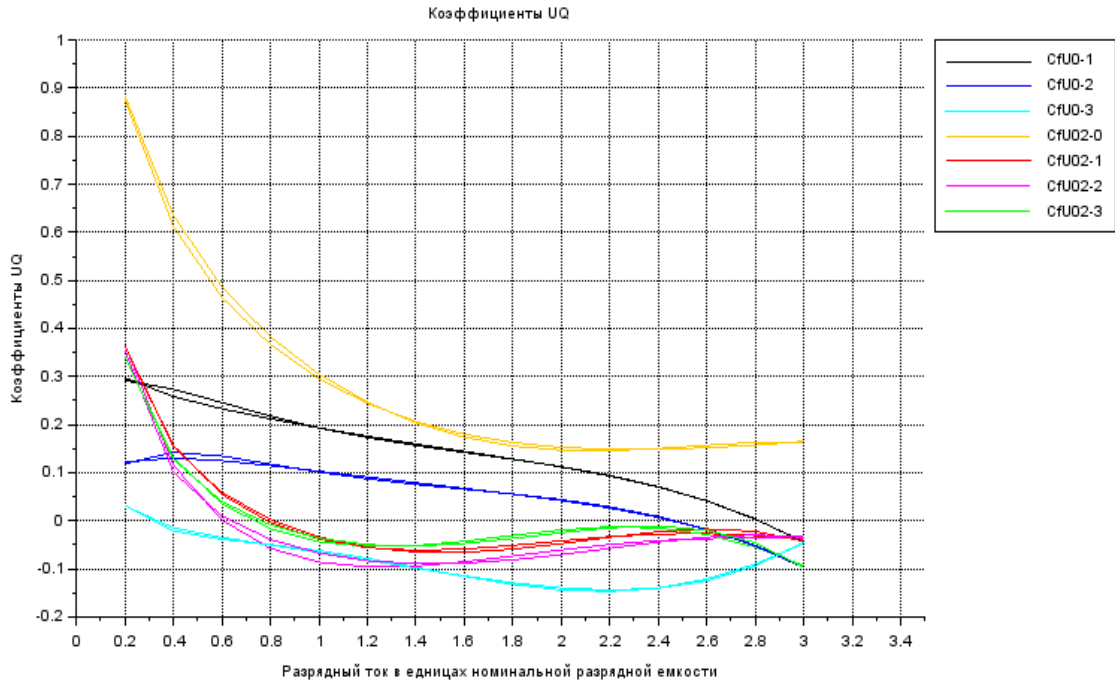


Рисунок 153 – Коэффициенты модели для разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

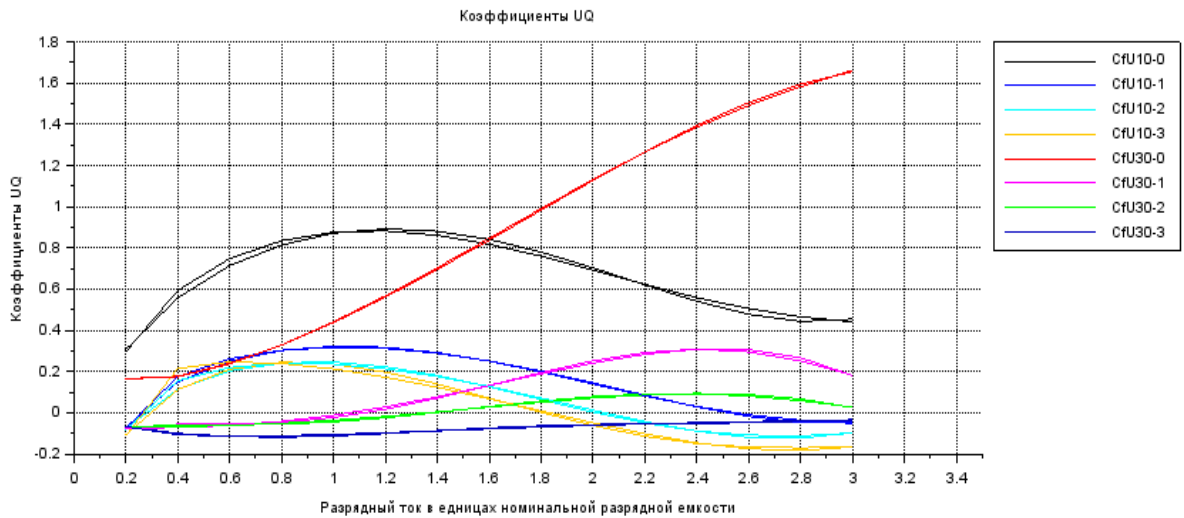


Рисунок 154 – Коэффициенты модели для разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

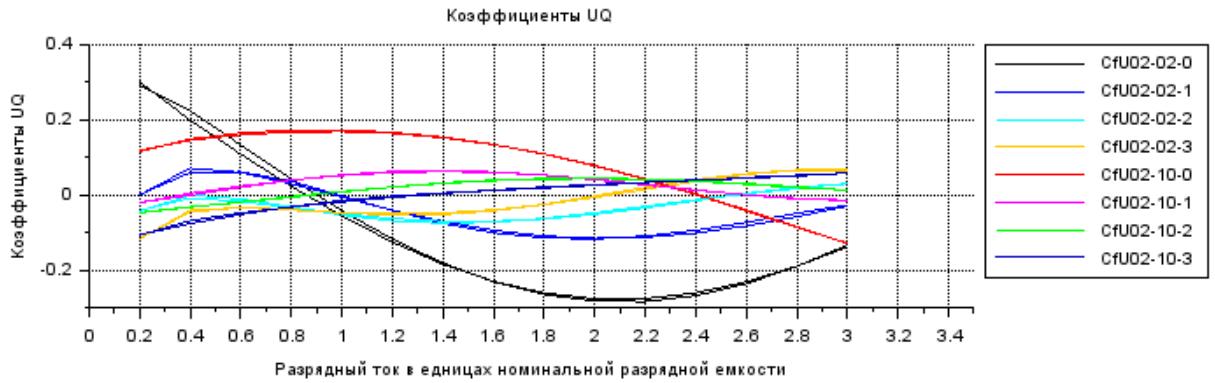


Рисунок 155 – Коэффициенты модели для разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

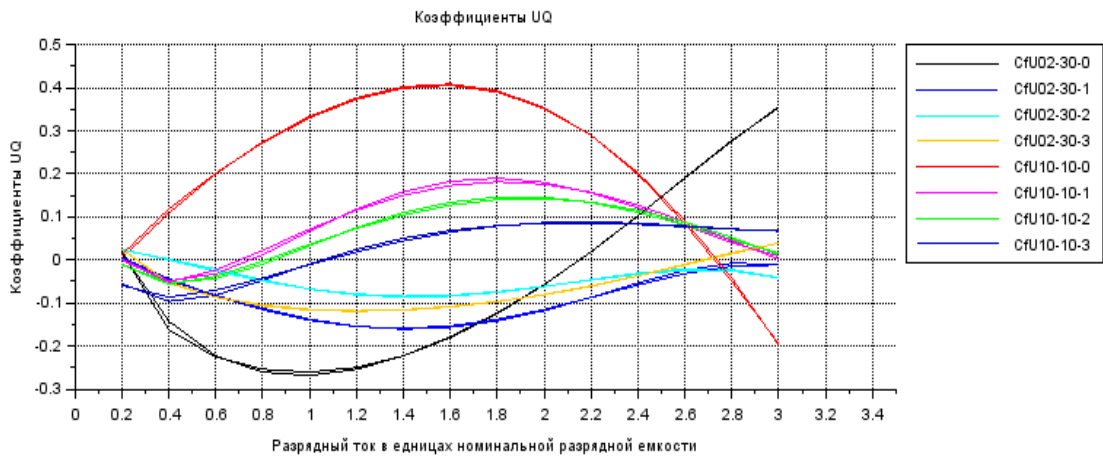


Рисунок 156 – Коэффициенты модели для разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

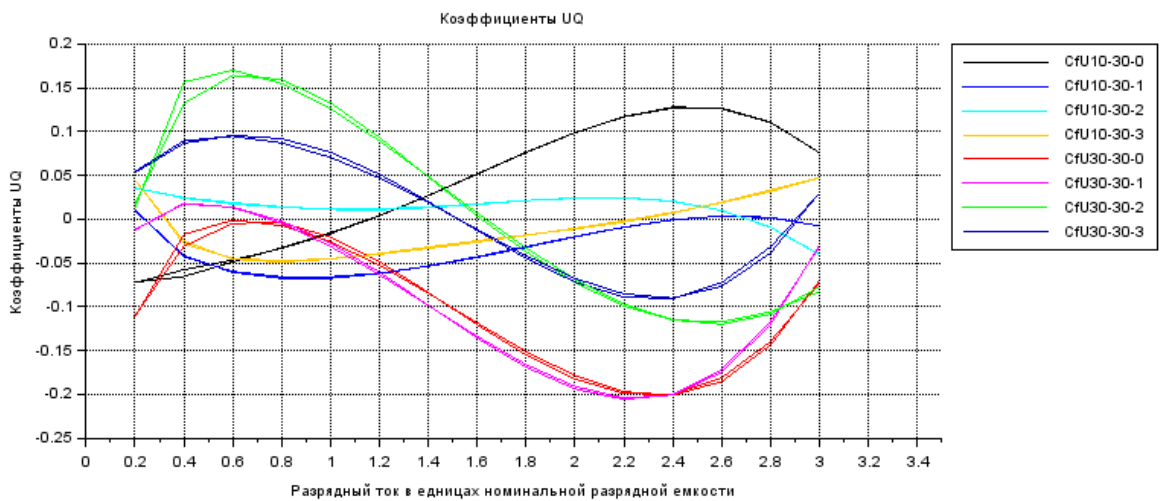


Рисунок 157 – Коэффициенты модели для разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

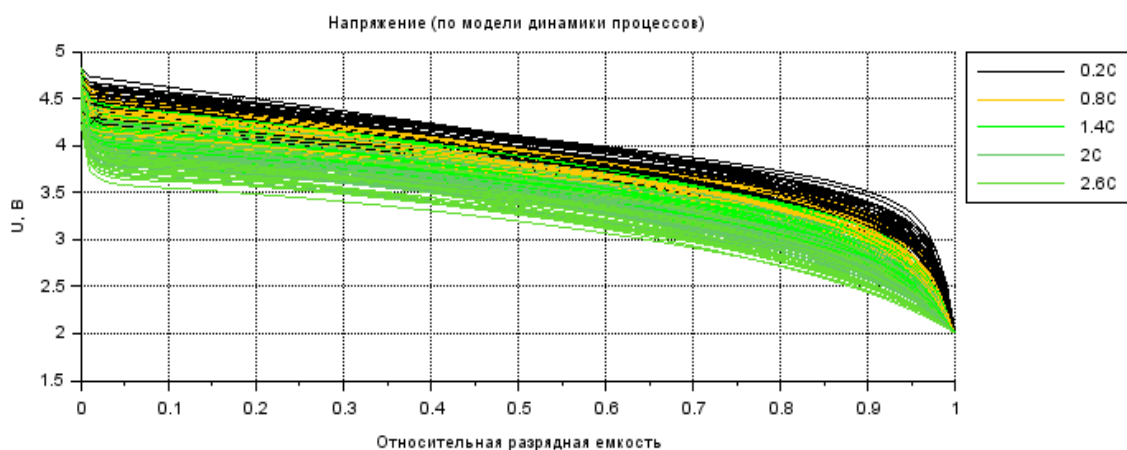


Рисунок 158 – Разрядные динамики напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при различных токах разряда при температуре окружающей среды 25°C (в координатах отданного заряда относительно разрядной емкости)

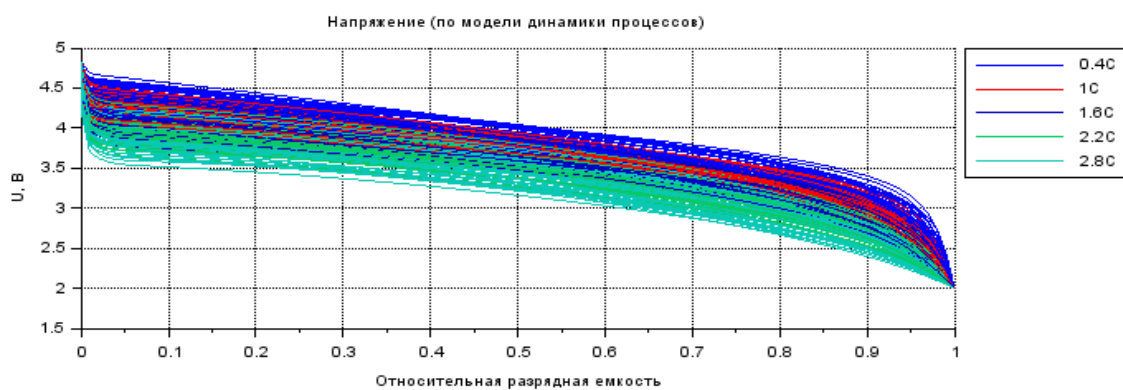


Рисунок 159 – Разрядные динамики напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при различных токах разряда при температуре окружающей среды 25°C (в координатах отданного заряда относительно разрядной емкости)

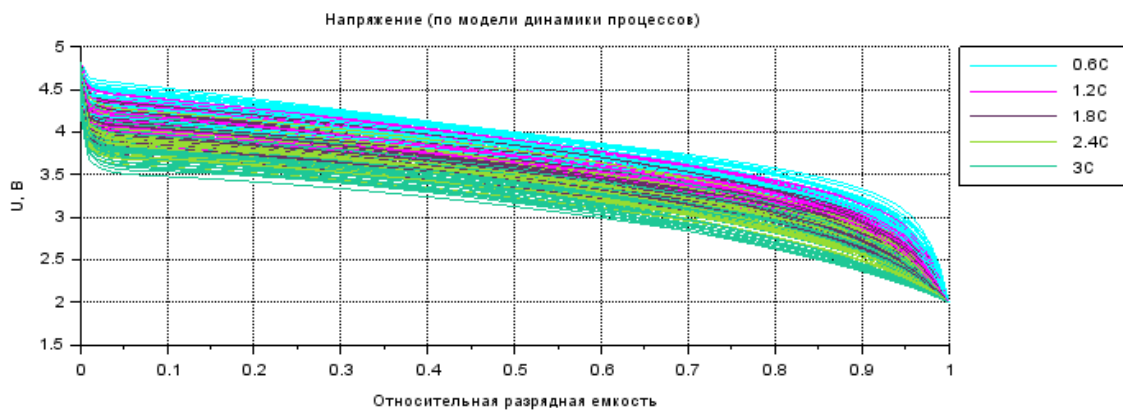


Рисунок 160 – Разрядные динамики напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при различных токах разряда при температуре окружающей среды 25°C (в координатах отданного заряда относительно разрядной емкости)

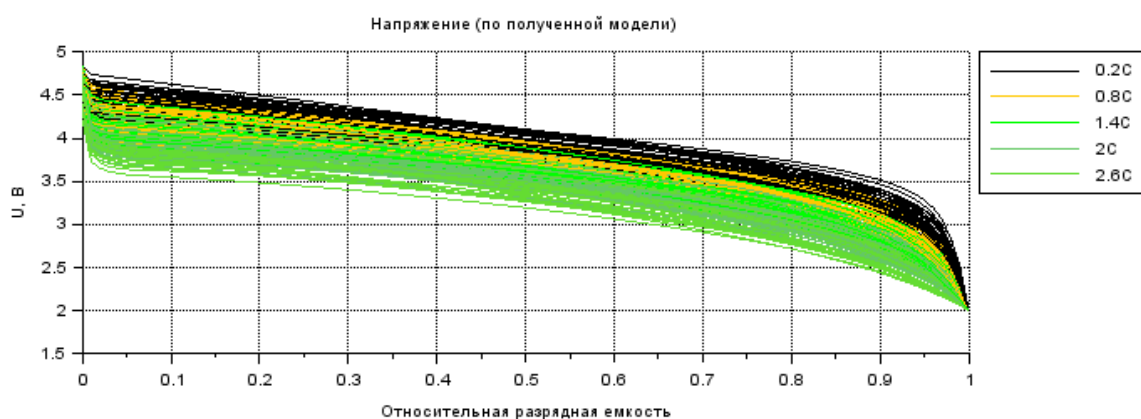


Рисунок 161 – Разрядные динамики напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 (в координатах отданного заряда относительно разрядной емкости), полученные по модели разрядного напряжения

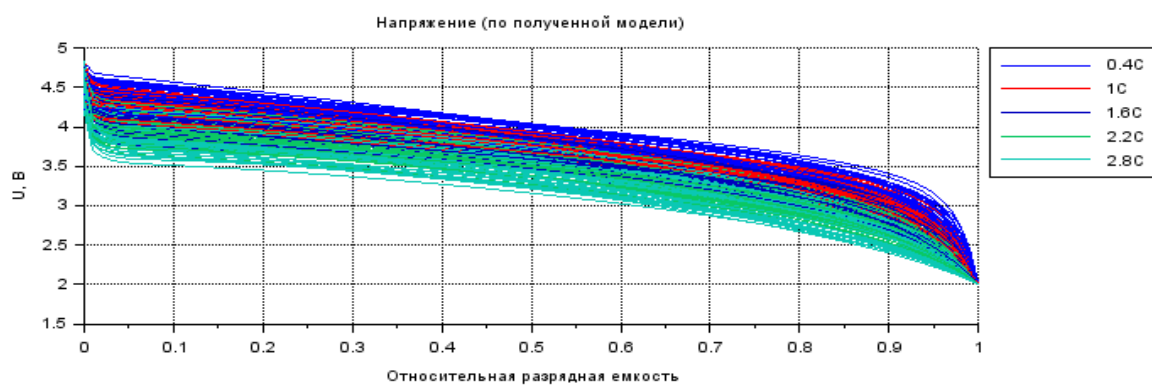


Рисунок 162 – Разрядные динамики напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 (в координатах отданного заряда относительно разрядной емкости), полученные по модели разрядного напряжения

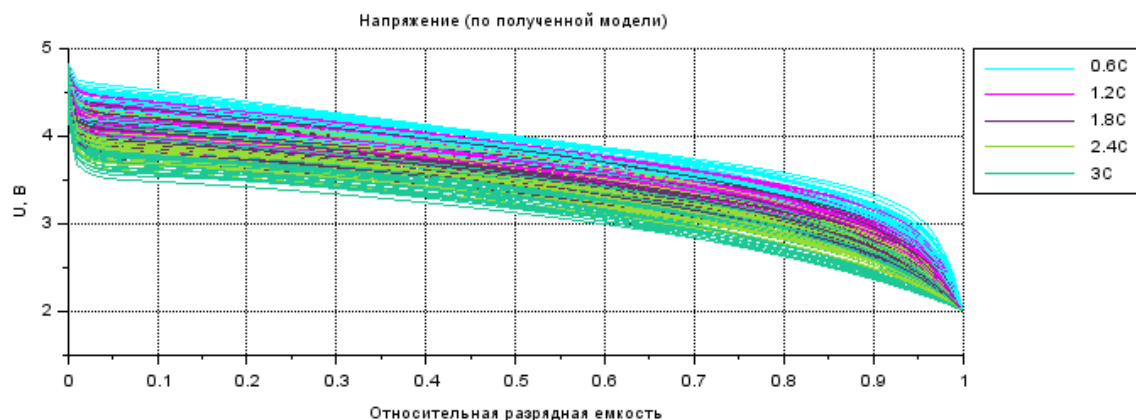


Рисунок 163 – Разрядные динамики напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 (в координатах отданного заряда относительно разрядной емкости), полученные по модели разрядного напряжения

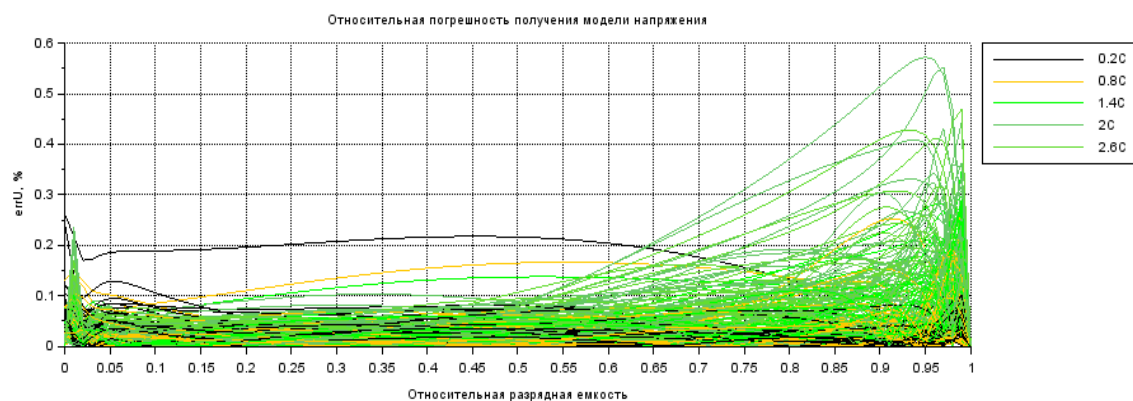


Рисунок 164 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 из математической модели динамики физико-химических процессов в этом аккумуляторе

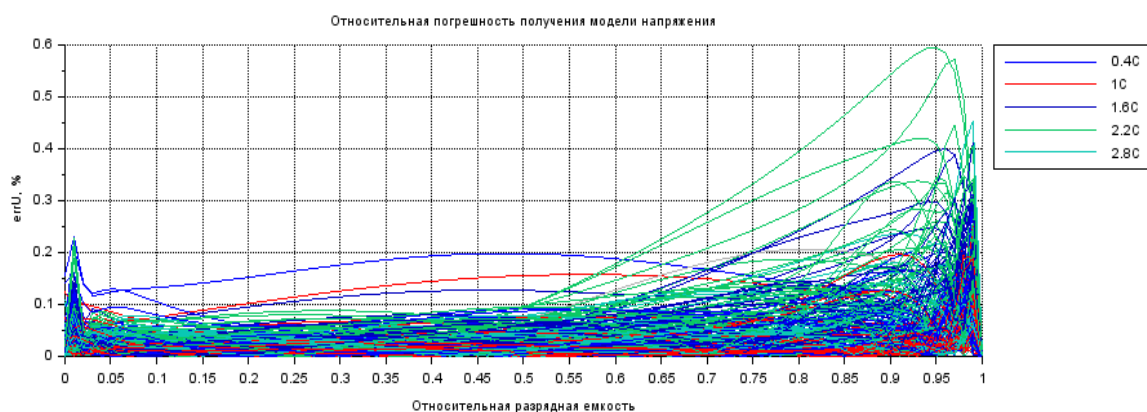


Рисунок 165 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 из математической модели динамики физико-химических процессов в этом аккумуляторе

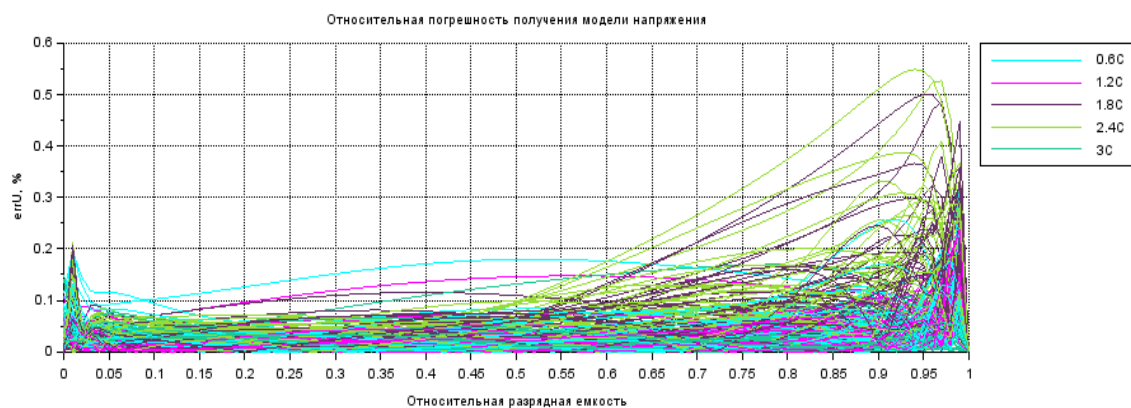


Рисунок 166 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 из математической модели динамики физико-химических процессов в этом аккумуляторе

Как видно из рисунков 164 – 166, относительная погрешность получения модели разрядного напряжения ЛИА серии US18650VTC6 (85), (87) – (96), рисунки 153 – 157 из модели динамики физико-химических процессов не превышает 0.6%. Из рисунков 161 – 163 видно, что разрядные кривые динамики напряжения ЛИА серии US18650VTC6, рассчитанные по модели, качественно соответствуют кривым динамики разрядного напряжения, показанным на рисунках 158 – 160. Что говорит о корректности полученной модели динамики разрядного напряжения (85), (87) – (96), рисунки 153 – 157.

Как видно из рисунков 153 – 157, коэффициенты $\bar{U}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{U}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, входящие в эту систему уравнений (74), (76) – (85), целесообразно аппроксимировать аналитическими выражениями:

$$\bar{U}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k) = \frac{a_{I,1}^{pU(0)}}{\bar{I}_{0,I,1}^{pU(0)} + \bar{I}_k} + d_{I,1}^{pU(0)(0)} + d_{I,1}^{pU(0)(1)}\bar{I}_k + d_{I,1}^{pU(0)(2)}\bar{I}_k^2 + d_{I,1}^{pU(0)(3)}\bar{I}_k^3 + d_{I,1}^{pU(0)(4)}\bar{I}_k^4, \quad (117)$$

$$\bar{U}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k) = \frac{a_{I,2}^{pU(0)}}{\bar{I}_{0,I,2}^{pU(0)} + \bar{I}_k} + d_{I,2}^{pU(0)(0)} + d_{I,2}^{pU(0)(1)}\bar{I}_k + d_{I,2}^{pU(0)(2)}\bar{I}_k^2 + d_{I,2}^{pU(0)(3)}\bar{I}_k^3 + d_{I,2}^{pU(0)(4)}\bar{I}_k^4, \quad (118)$$

$$\bar{U}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k) = \frac{a_{I,3}^{pU(0)}}{\bar{I}_{0,I,3}^{pU(0)} + \bar{I}_k} + d_{I,3}^{pU(0)(0)} + d_{I,3}^{pU(0)(1)}\bar{I}_k + d_{I,3}^{pU(0)(2)}\bar{I}_k^2 + d_{I,3}^{pU(0)(3)}\bar{I}_k^3 + d_{I,3}^{pU(0)(4)}\bar{I}_k^4, \quad (119)$$

$$\bar{U}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k) = \frac{a_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{pU(1)}}{\bar{I}_{0,I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{pU(1)} + \bar{I}_k} + d_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{pU(1)(0)} + d_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{pU(1)(1)}\bar{I}_k + d_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{pU(1)(2)}\bar{I}_k^2 + d_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{pU(1)(3)}\bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{pU(1)(4)}\bar{I}_k^4, \quad (120)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k) &= \frac{a^{pU(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0}}{\bar{I}^{pU(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 0} + \bar{I}_k} + d^{pU(2)(0)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0} + d^{pU(2)(1)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0} \bar{I}_k + d^{pU(2)(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d^{pU(2)(3)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0} \bar{I}_k^3 + d^{pU(2)(4)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (152)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k) &= \frac{a^{pU(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1}}{\bar{I}^{pU(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 1} + \bar{I}_k} + d^{pU(2)(0)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1} + d^{pU(2)(1)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1} \bar{I}_k + d^{pU(2)(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d^{pU(2)(3)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1} \bar{I}_k^3 + d^{pU(2)(4)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (153)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k) &= \frac{a^{pU(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2}}{\bar{I}^{pU(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 2} + \bar{I}_k} + d^{pU(2)(0)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2} + d^{pU(2)(1)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2} \bar{I}_k + d^{pU(2)(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d^{pU(2)(3)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2} \bar{I}_k^3 + d^{pU(2)(4)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (154)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k) &= \frac{a^{pU(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3}}{\bar{I}^{pU(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 3} + \bar{I}_k} + d^{pU(2)(0)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3} + d^{pU(2)(1)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3} \bar{I}_k + d^{pU(2)(2)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3} \bar{I}_k^2 + \\ &+ d^{pU(2)(3)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3} \bar{I}_k^3 + d^{pU(2)(4)}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3} \bar{I}_k^4, \end{aligned} \quad (155)$$

где постоянные коэффициенты a , \bar{I} , d с индексами определяются с использованием (117) –

(155) на основе графических зависимостей токовых коэффициентов $\widetilde{U}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k)$,

$\widetilde{U}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$,

$\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$,

$\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{0,2C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{0,2C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{0,2C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{0,2C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$,

$\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$,

$\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{0,2C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$,

$\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, Q_{1,0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$,

$\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{1,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$,

$\widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\widetilde{U}_{I, Q_{3,0C}^{(контр)}, Q_{3,0C}^{(контр)}, 3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, показанных на

рисунках 153 – 157; значения этих постоянных коэффициентов приведены в таблице 14.

Таблица 14 – Значения коэффициентов в аналитических выражениях токовых коэффициентов разрядной модели напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

$a_{I,1}^{pU(0)}$	$\bar{I}_{0,I,1}^{pU(0)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(0)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(1)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(2)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(3)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(4)}$
0.0285845	0.1345654	0.2141754	0.0058109	-0.0923077	0.0503864	-0.0100651
$a_{I,2}^{pU(0)}$	$\bar{I}_{0,I,2}^{pU(0)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(0)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(1)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(2)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(3)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(4)}$
-0.0092787	0.0355033	0.1666446	-0.0114544	-0.082027	0.0487179	-0.0099223
$a_{I,3}^{pU(0)}$	$\bar{I}_{0,I,3}^{pU(0)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(0)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(1)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(2)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(3)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(4)}$
0.0157727	-0.0068669	-0.0475386	-0.0128293	-0.0046863	-0.0266871	0.0098625
$a_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pU(1)}$	$\bar{I}_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pU(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pU(1)(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pU(1)(2)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pU(1)(3)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pU(1)(4)}$
0.3390337	0.2654262	0.1770625	-0.088931	-0.1347172	0.1003791	-0.0166429
$a_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pU(1)}$	$\bar{I}_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pU(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pU(1)(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pU(1)(2)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pU(1)(3)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pU(1)(4)}$
0.1083304	0.0562643	-0.0362973	-0.108576	-0.0571714	0.0840472	-0.0181622
$a_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pU(1)}$	$\bar{I}_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pU(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pU(1)(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pU(1)(2)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pU(1)(3)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pU(1)(4)}$
0.090055	-0.0064197	-0.0935307	-0.0869407	-0.0143412	0.0473642	-0.01061
$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$
0.0975119	0.0333773	-0.056992	-0.0990027	-0.036061	0.0817664	-0.0204704
$a_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)}$	$\bar{I}_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(2)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(3)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(4)}$
-0.2269347	0.2378353	0.7245138	0.5182105	-0.0409898	-0.1944263	0.0476965
$a_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pU(1)}$	$\bar{I}_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pU(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pU(1)(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pU(1)(2)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pU(1)(3)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pU(1)(4)}$
-0.0681623	-0.0313611	0.2937238	0.1826275	-0.0018426	-0.1139944	0.0274817
$a_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},2}^{pU(1)}$	$\bar{I}_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},2}^{pU(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},2}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},2}^{pU(1)(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},2}^{pU(1)(2)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},2}^{pU(1)(3)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},2}^{pU(1)(4)}$
-0.0549722	-0.0560564	0.2753179	0.1309165	-0.0475338	-0.0914504	0.0265789
$a_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},3}^{pU(1)}$	$\bar{I}_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},3}^{pU(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},3}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},3}^{pU(1)(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},3}^{pU(1)(2)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},3}^{pU(1)(3)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},3}^{pU(1)(4)}$
-0.0286842	-0.1344614	0.3186823	0.0641126	-0.1259371	-0.0260208	0.0144304
$a_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)}$	$\bar{I}_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(1)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(3)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(комп)},0}^{pU(1)(4)}$
0.0361044	0.0813554	-0.0125164	0.188829	0.2454274	-0.0057546	-0.0118915

0.0534677	-0.0209557	-0.2536272	-0.1403883	0.011364	0.0841191	-0.016794
$a_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(4)}$
0.0084684	0.0538139	0.0033719	-0.1356451	-0.115928	0.123551	-0.023497
$a_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(4)}$
-0.0007908	0.0335986	0.0511476	-0.0972854	-0.1013744	0.1006606	-0.0198278
$a_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(4)}$
0.0259662	-0.0041537	-0.0952982	-0.0627256	-0.0086001	0.031636	-0.0057111
$a_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(4)}$
-0.0405286	0.131671	0.0813497	0.2345244	0.1776511	-0.143486	0.0161147
$a_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(4)}$
0.0446911	0.0051365	-0.2614321	0.1677658	0.2735983	-0.1791562	0.0261688
$a_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(4)}$
0.0338085	-0.0033953	-0.2135991	0.1150346	0.2064741	-0.1214153	0.0159214
$a_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{1.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(4)}$
0.0274612	0.0191659	-0.2070824	0.0853847	0.1697304	-0.1010877	0.0149459
$a_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 0}^{pU(2)(4)}$
-0.0051444	0.0085078	-0.047467	-0.0080271	0.025619	0.0295407	-0.0108499
$a_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 1}^{pU(2)(4)}$
0.0186469	-0.0067075	-0.0812578	-0.030943	0.0157238	0.0176534	-0.0056518
$a_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 2}^{pU(2)(4)}$
0.0029455	0.0050881	0.0261015	-0.0186951	-0.0221732	0.032004	-0.0083382
$a_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(koup)}, Q_{3.0C}^{(koup)}, 3}^{pU(2)(4)}$

0.0248799	-0.0282397	-0.1019332	0.0014436	0.0476791	-0.0212755	0.0034794
$a_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{pU(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{pU(2)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{pU(2)(1)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{pU(2)(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{pU(2)(3)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{pU(2)(4)}$
-0.0331091	-0.0261616	0.0807069	0.0043002	-0.0588903	-0.0338463	0.0159441
$a_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{pU(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{pU(2)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{pU(2)(1)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{pU(2)(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{pU(2)(3)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{pU(2)(4)}$
-0.0160764	-0.004192	0.0755449	-0.011066	-0.0681429	-0.0268642	0.0157014
$a_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{pU(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{pU(2)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{pU(2)(1)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{pU(2)(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{pU(2)(3)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{pU(2)(4)}$
-0.0340031	-0.0704987	0.2814975	0.0013922	-0.148098	0.0237958	0.0041894
$a_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{pU(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{pU(2)(0)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{pU(2)(1)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{pU(2)(2)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{pU(2)(3)}$	$d_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{pU(2)(4)}$
-0.0149707	0.0069891	0.1223391	0.0347354	-0.0469558	-0.041143	0.016569

Используя (117) – (155), а также данные, приведенные в таблице 14, построим графики токовых коэффициентов, показанные на рисунках 153 – 157. Отклонение этих графиков от соответствующих графиков, построенных из (85), (87) – (96) и рисунков 59, 63, 67, мало; отсюда аналитические выражения (117) – (155) адекватно описывают токовые коэффициенты, входящие в (87) – (96). Отсюда видно, что система аналитических выражений (85), (87) – (96), (117) – (155) может быть положена в основу модели разрядного напряжения ЛИА серии US18650VTC6. Для этого, как нетрудно видеть, необходимо, используя данные, показанные на рисунках 59, 63, 67, необходимо коэффициенты, приведенные в таблице 14, уточнить. Уточненные значения этих коэффициентов приведены в таблице 15.

Таблица 15 – Значения коэффициентов модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

$a_{I,1}^{pU(0)}$	$\bar{I}_{0,I,1}^{pU(0)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(0)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(1)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(2)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(3)}$	$d_{I,1}^{pU(0)(4)}$
0.0336779	0.1470995	0.2241855	-0.0485791	-0.0819943	0.0556957	-0.0204056
$a_{I,2}^{pU(0)}$	$\bar{I}_{0,I,2}^{pU(0)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(0)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(1)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(2)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(3)}$	$d_{I,2}^{pU(0)(4)}$
-0.0377395	0.0330468	0.1777724	-0.0735451	-0.0633257	0.052886	-0.0053284
$a_{I,3}^{pU(0)}$	$\bar{I}_{0,I,3}^{pU(0)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(0)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(1)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(2)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(3)}$	$d_{I,3}^{pU(0)(4)}$

0.01141	0.0158704	-0.0058397	-0.0489911	0.0349565	-0.0184311	0.0077184
$a_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)}, 0$	$\bar{I}_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)}, 0$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(1)}, 0$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(2)}, 0$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(3)}, 0$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(4)}, 0$
0.4145839	0.3002603	0.2128517	-0.1474636	-0.1258184	0.0767846	-0.0105262
$a_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)}, 1$	$\bar{I}_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)}, 1$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(0)}, 1$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(1)}, 1$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(2)}, 1$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(3)}, 1$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(4)}, 1$
0.0941227	0.0391471	-0.0457507	-0.1224137	-0.053702	0.0639786	-0.0227728
$a_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)}, 2$	$\bar{I}_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)}, 2$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(0)}, 2$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(1)}, 2$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(2)}, 2$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(3)}, 2$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(1)(4)}, 2$
0.0804778	-0.0525638	-0.0983498	-0.0772175	0.001428	0.0495201	-0.0183345
$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$
0.0361926	0.0267846	-0.0696704	-0.083666	-0.0071934	0.1087674	-0.0155806
$a_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)}, 0$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)}, 0$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(1)}, 0$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(2)}, 0$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(3)}, 0$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(4)}, 0$
-0.1952604	0.18257	0.7687053	0.490762	-0.0166217	-0.2030563	0.04916
$a_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)}, 1$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)}, 1$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(0)}, 1$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(1)}, 1$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(2)}, 1$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(3)}, 1$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(4)}, 1$
-0.0776647	0.0141192	0.292439	0.1791045	0.0005411	-0.1375293	0.0212983
$a_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)}, 2$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)}, 2$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(0)}, 2$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(1)}, 2$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(2)}, 2$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(3)}, 2$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(4)}, 2$
-0.0886098	-0.0200748	0.2715254	0.1399669	-0.0458743	-0.1046582	0.0373409
$a_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)}, 3$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)}, 3$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(0)}, 3$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(1)}, 3$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(2)}, 3$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(3)}, 3$	$d_{I, Q_{1.0C}}^{pU(1)(4)}, 3$
-0.0100772	-0.130879	0.3056607	0.070152	-0.1293164	-0.0416097	0.0238278
$a_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)}, 0$	$\bar{I}_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(1)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(2)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(3)}, 0$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(4)}, 0$
0.0208431	0.0950865	0.01528	0.1620932	0.2582723	-0.0093435	-0.0110109
$a_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)}, 1$	$\bar{I}_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)}, 1$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 1$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(1)}, 1$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(2)}, 1$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(3)}, 1$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(4)}, 1$
0.0047075	0.021607	-0.05281	-0.0455452	0.0510756	0.1197669	-0.0352306
$a_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)}, 2$	$\bar{I}_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)}, 2$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 2$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(1)}, 2$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(2)}, 2$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(3)}, 2$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(4)}, 2$
-0.009635	0.0115265	-0.0633704	-0.0138439	0.0443834	0.0441203	-0.0030773
$a_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)}, 3$	$\bar{I}_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)}, 3$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(0)}, 3$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(1)}, 3$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(2)}, 3$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(3)}, 3$	$d_{I, Q_{3.0C}}^{pU(1)(4)}, 3$
-0.0009631	0.0046453	-0.1562426	-0.0150193	0.0518699	-0.0534237	-0.0011925
$a_{I, Q_{0.2C}}^{pU(2)}, Q_{0.2C}$	$\bar{I}_{I, Q_{0.2C}}^{pU(2)}, Q_{0.2C}$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(2)(0)}, Q_{0.2C}$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(2)(1)}, Q_{0.2C}$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(2)(2)}, Q_{0.2C}$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(2)(3)}, Q_{0.2C}$	$d_{I, Q_{0.2C}}^{pU(2)(4)}, Q_{0.2C}$

0.1071694	0.2848495	0.2347696	-0.2412132	-0.2636649	0.1387764	-0.0150982
$a_{1, Q_{0.2C}^{(kонтр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(4)}$
-0.0274432	0.0001689	0.2235051	-0.1069073	-0.1891413	0.1122103	0.0011816
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(4)}$
-0.0218931	0.0077622	0.0975943	-0.0814902	-0.1069954	0.0980905	-0.0260053
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(4)}$
-0.0400947	-0.0158364	0.094326	-0.0435206	-0.0581032	0.129293	-0.0285885
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(4)}$
-0.044325	0.063805	0.1644734	0.0318402	0.0147153	-0.0364828	0.0134647
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(4)}$
-0.0229279	0.0112758	-0.0210794	0.0518232	0.0558696	-0.0741253	0.0166468
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(4)}$
-0.0117478	0.0114558	-0.0556754	0.0271099	0.0398396	-0.0506868	0.0051845
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(4)}$
-0.0395088	0.0235464	-0.0431048	0.0319697	0.0356783	-0.031278	-0.0034027
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(4)}$
0.0373158	-0.0574654	-0.2271483	-0.1721461	0.0069816	0.0621704	-0.005101
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(4)}$
0.0120738	0.054508	0.0125517	-0.1410727	-0.1114587	0.1170855	-0.039084
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(4)}$
0.0021235	0.033792	0.0503557	-0.1028898	-0.1084191	0.0920108	-0.0312992
$a_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(0)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(1)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(2)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(3)}$	$d_{1, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(4)}$
0.0534821	-0.0100288	-0.082087	-0.0615961	-0.023517	0.0072684	-0.009776

$a_{I, Q_{1.0C}^{(kонтр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(4)}$
-0.0733592	0.1131771	0.1165594	0.2210074	0.2218759	-0.1109259	-0.0020753
$a_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(4)}$
0.0404262	-0.01567	-0.2550915	0.1648367	0.2822883	-0.1786935	0.0244008
$a_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(4)}$
0.039291	-0.0272518	-0.2186134	0.109431	0.1973711	-0.1280825	0.0266304
$a_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(4)}$
0.0139893	0.0151168	-0.2036305	0.087419	0.1581331	-0.1177317	0.0142356
$a_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(4)}$
-0.0412531	0.0194584	-0.0201853	-0.0134211	0.0530383	0.0439488	-0.0295446
$a_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(4)}$
0.0310248	-0.0096504	-0.0664416	-0.0233978	0.0398874	0.0389559	-0.002056
$a_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(4)}$
0.0055242	0.0025448	0.0264085	-0.0150019	-0.0094809	0.0552597	0.0116443
$a_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pU(2)(4)}$
0.0542603	-0.038839	-0.0893088	0.0080553	0.0469227	-0.0205291	0.0295769
$a_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pU(2)(4)}$
-0.0030468	-0.0147335	0.0795742	-0.0150323	-0.0691067	-0.0527584	0.0293231
$a_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pU(2)(4)}$
-0.0303193	-0.0014764	0.0732906	-0.0213909	-0.0705596	-0.0362163	0.015746
$a_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$\bar{I}_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pU(2)(4)}$
-0.0497808	-0.0574408	0.2625382	-0.0091529	-0.1489076	0.0286376	-0.0067737

$a_{1, Q_{3.0C}^{(2)}, Q_{3.0C}^{(2)}, 3}$	$\bar{I}_{1, Q_{3.0C}^{(2)}, Q_{3.0C}^{(2)}, 3}$	$d_{1, Q_{3.0C}^{(2)}, Q_{3.0C}^{(2)}, 3}$	$d_{1, Q_{3.0C}^{(1)}, Q_{3.0C}^{(1)}, 3}$	$d_{1, Q_{3.0C}^{(2)}, Q_{3.0C}^{(2)}, 3}$	$d_{1, Q_{3.0C}^{(3)}, Q_{3.0C}^{(3)}, 3}$	$d_{1, Q_{3.0C}^{(4)}, Q_{3.0C}^{(4)}, 3}$
-0.024725	0.0079297	0.1196416	0.0287007	-0.0598075	-0.0577226	0.0138884

Итак, система уравнений (85), (87) – (96), (117) – (155) наряду с таблицей 15 представляют модель разрядного постоянного током напряжения ЛИА серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C. Для оценки погрешности получения этой модели (из модели динамики ФХП в ЛИА серии US18650VTC6) мы также рассчитываем по этой модели разрядные напряжения при разных токах разряда и при температуре окружающей среды 25°C (рисунки 167 – 172), сопоставляем их с соответствующими разрядными кривыми напряжения (рисунки 59, 63, 67), затем рассчитываем относительную погрешность получения модели разрядного напряжения (рисунки 173 – 178).

Как видно из рисунков 173 – 178 погрешность получения разрядной модели напряжения ЛИА серии US18650VTC6 из модели динамики ФХП в этих аккумуляторах не превышает 1.1%. Также из рисунков 167 – 172 видна корректность полученной модели разрядного напряжения (85), (87) – (96), (117) – (155) ЛИА серии US18650VTC6.

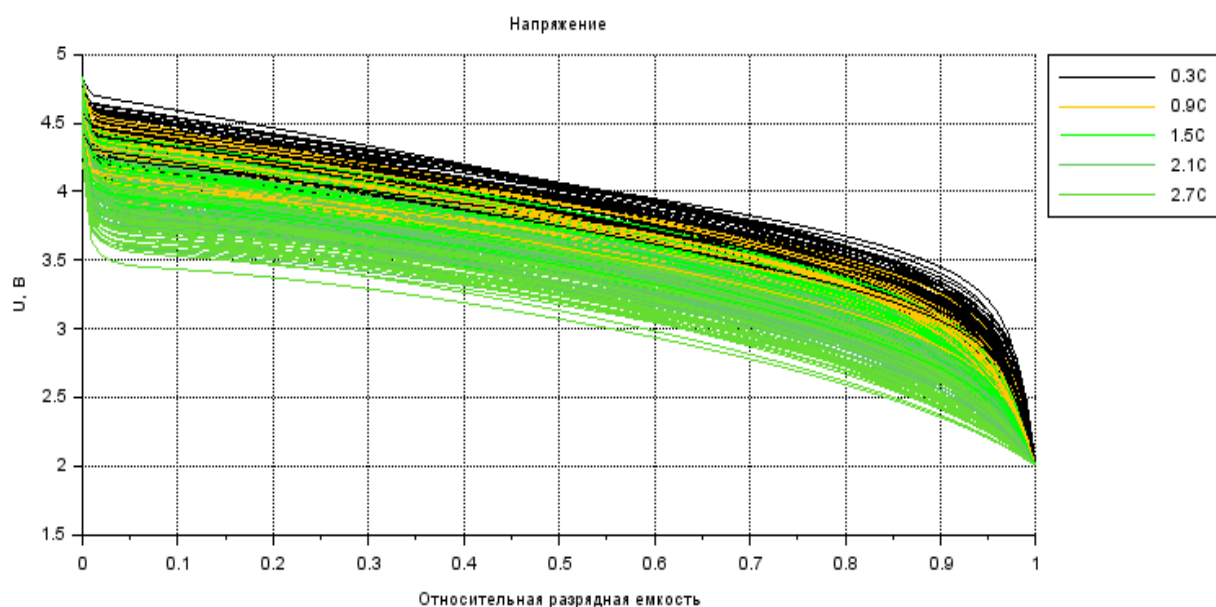


Рисунок 167 – Разрядное напряжение, рассчитанное по модели динамики разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

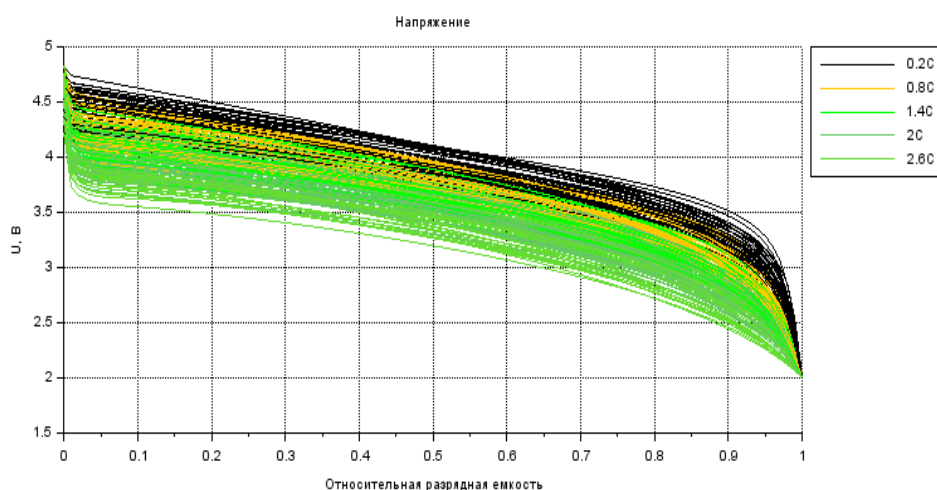


Рисунок 168 – Разрядное напряжение, рассчитанное по модели динамики разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

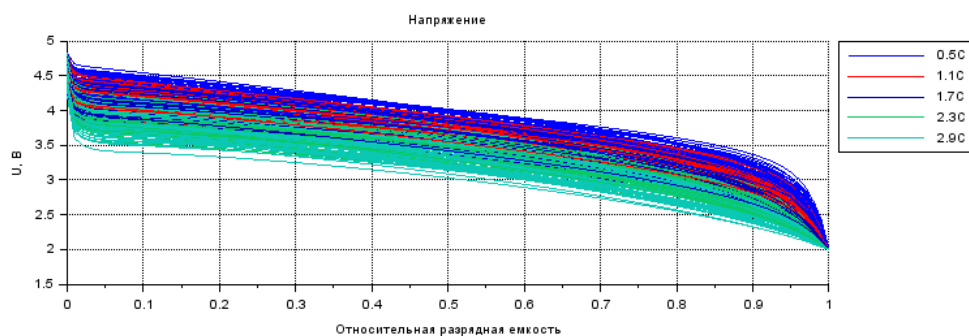


Рисунок 169 – Разрядное напряжение, рассчитанное по модели динамики разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

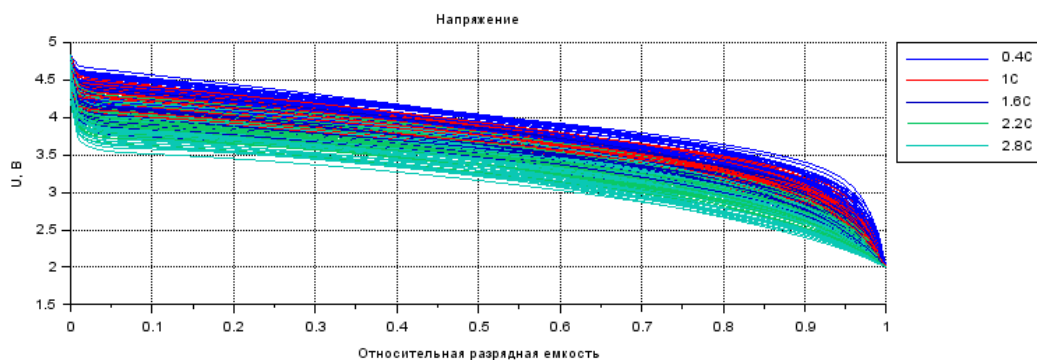


Рисунок 170 – Разрядное напряжение, рассчитанное по модели динамики разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

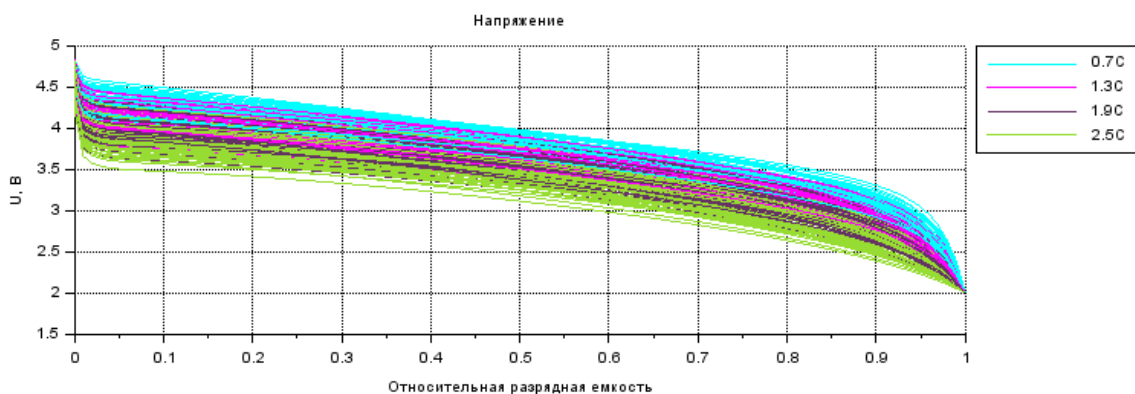


Рисунок 171 – Разрядное напряжение, рассчитанное по модели динамики разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

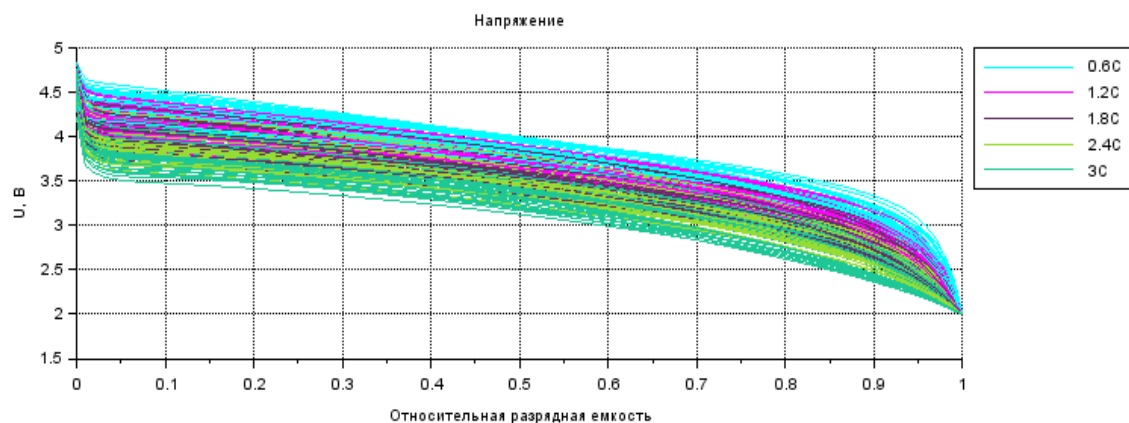


Рисунок 172 – Разрядное напряжение, рассчитанное по модели динамики разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

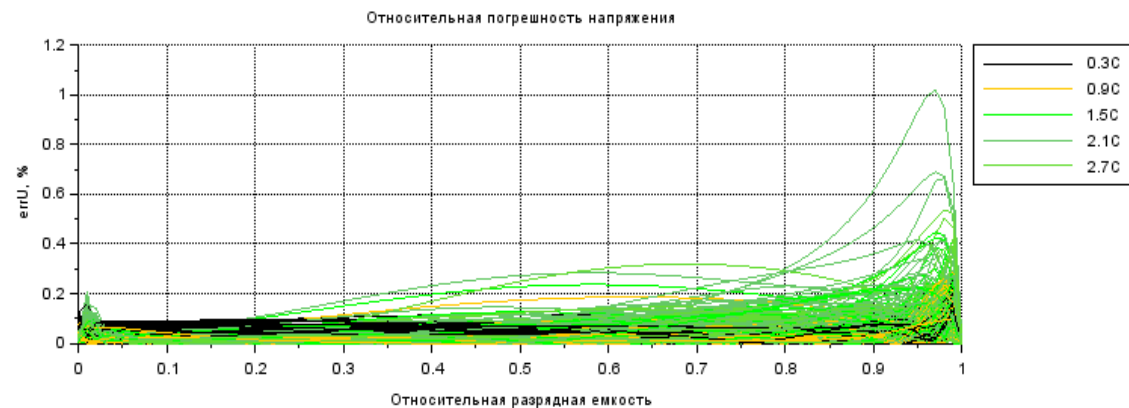


Рисунок 173 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

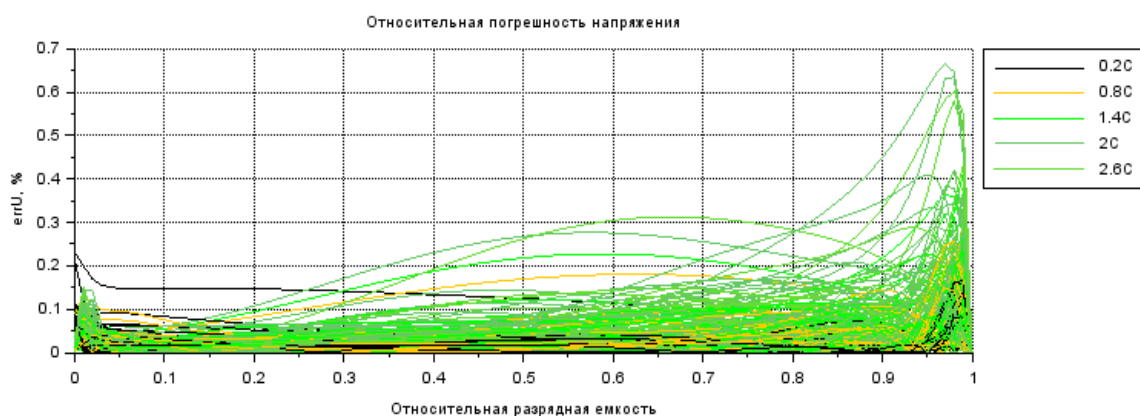


Рисунок 174 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

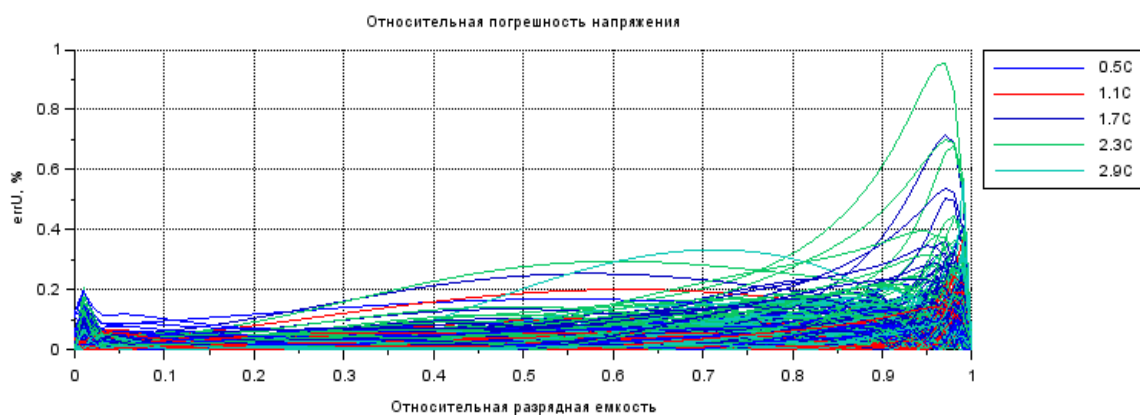


Рисунок 175 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

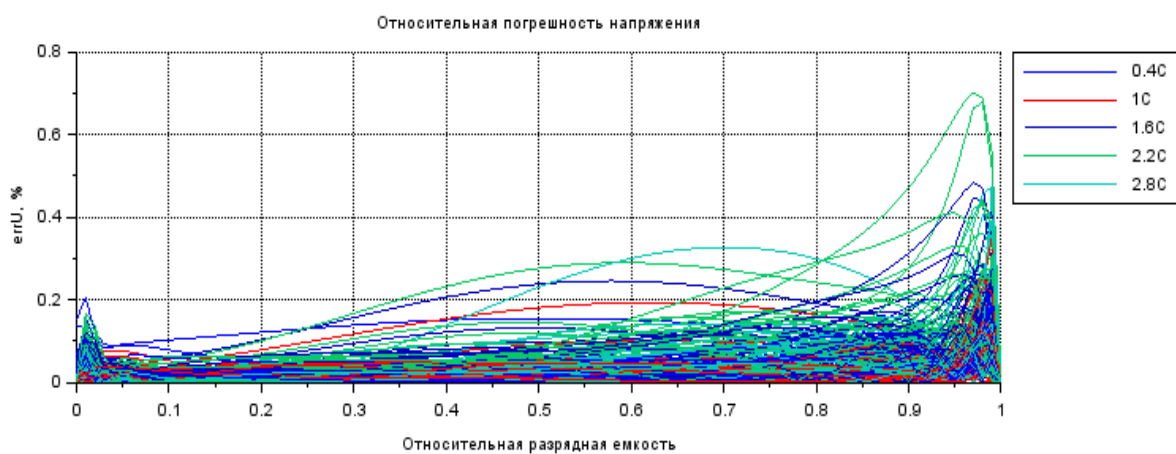


Рисунок 176 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

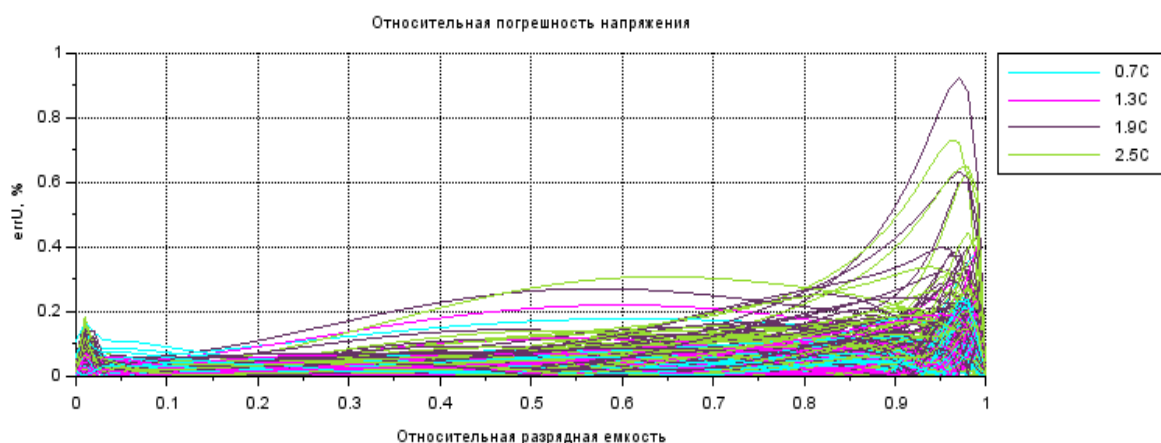


Рисунок 177 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

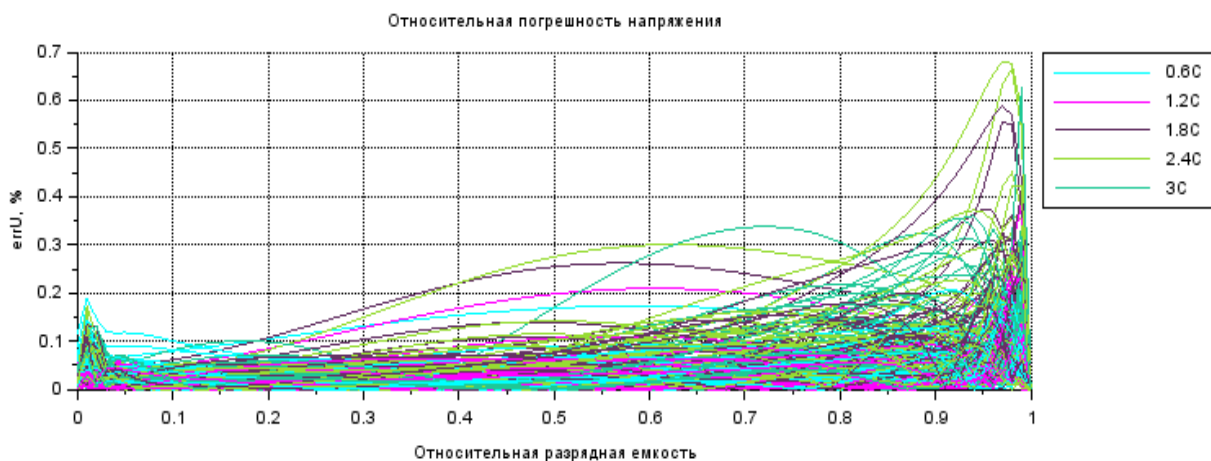


Рисунок 178 – Погрешность получения модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

Таким образом, система уравнений (85), (87) – (96), (107) – (155) наряду с таблицами 13 и 15 представляет собой разрядную модель напряжения, представленную в общем виде (83).

6.1.1.4. Получение разрядной модели температуры

Для построения модели температуры ЛИА серии US18650VTC6 в режиме его разряда постоянным током, мы коэффициенты $\bar{T}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0,2C}^{(1)}}^{p(1)}(\bar{I}_k)$,

$$\begin{aligned} & \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k), \\ & \bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\ & \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{0.2C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\ & \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\ & \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{1.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\ & \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k), \\ & \bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k), \bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(контр)},Q_{3.0C}^{(контр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k), \end{aligned}$$

входящие в (86), (97) – (106), определяем из разрядных кривых температуры, приведенных на рисунках 60, 64, 68, используя (107) – (116) и таблицу 13. Эти коэффициенты при разных разрядных токах приведены на рисунках 179 – 183.

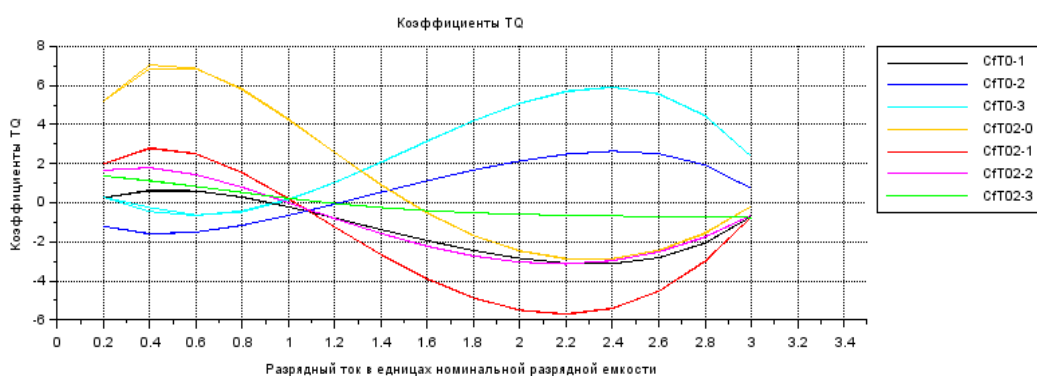


Рисунок 179 – Коэффициенты модели для разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

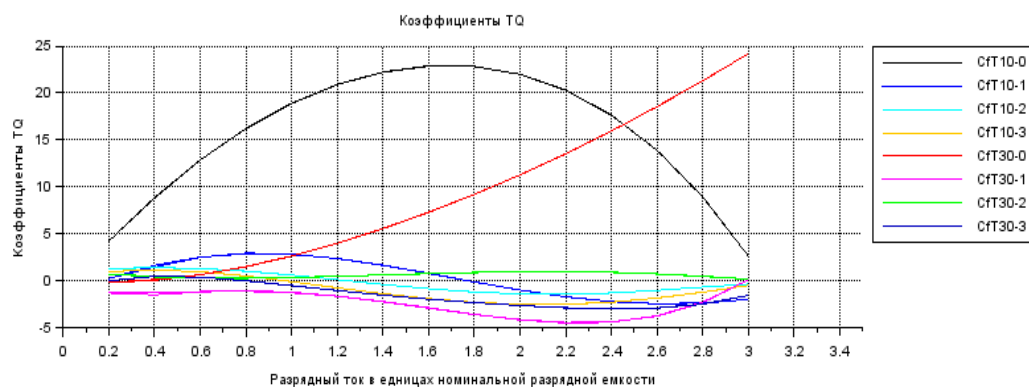


Рисунок 180 – Коэффициенты модели для разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

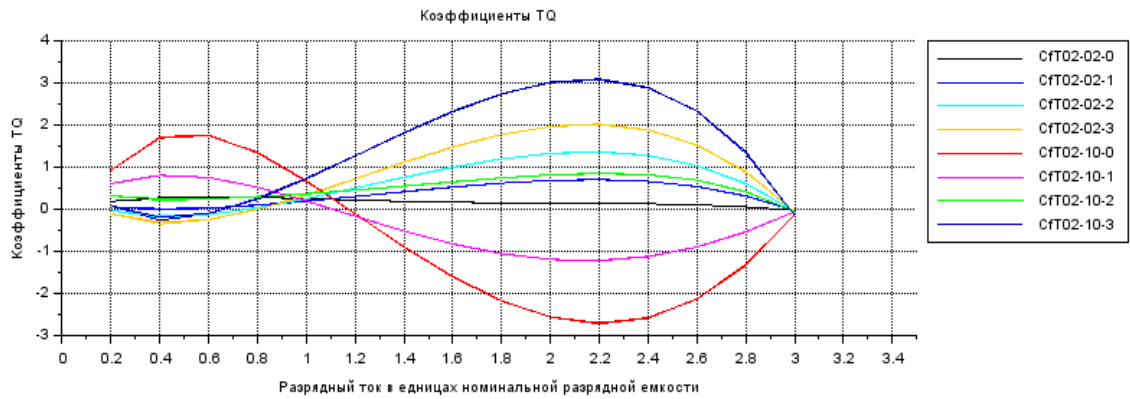


Рисунок 181 – Коэффициенты модели для разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

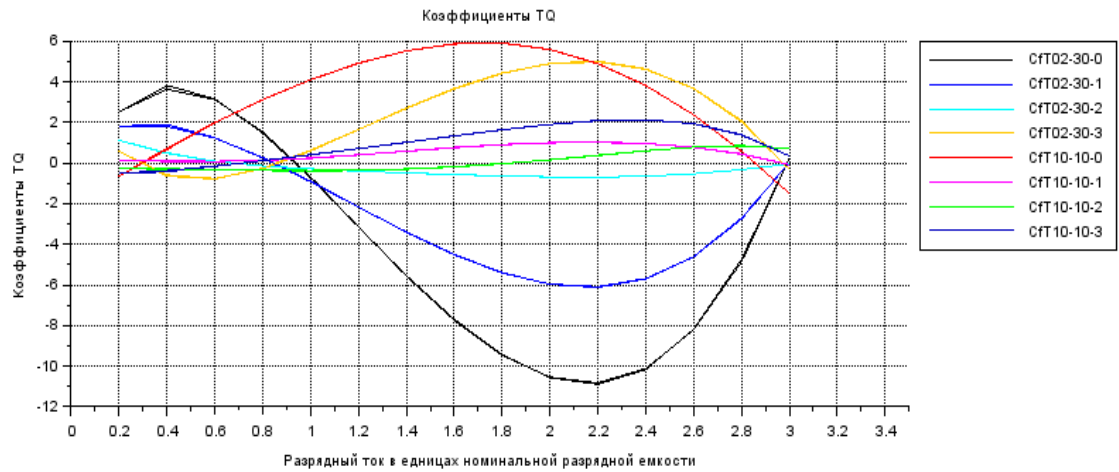


Рисунок 182 – Коэффициенты модели для разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

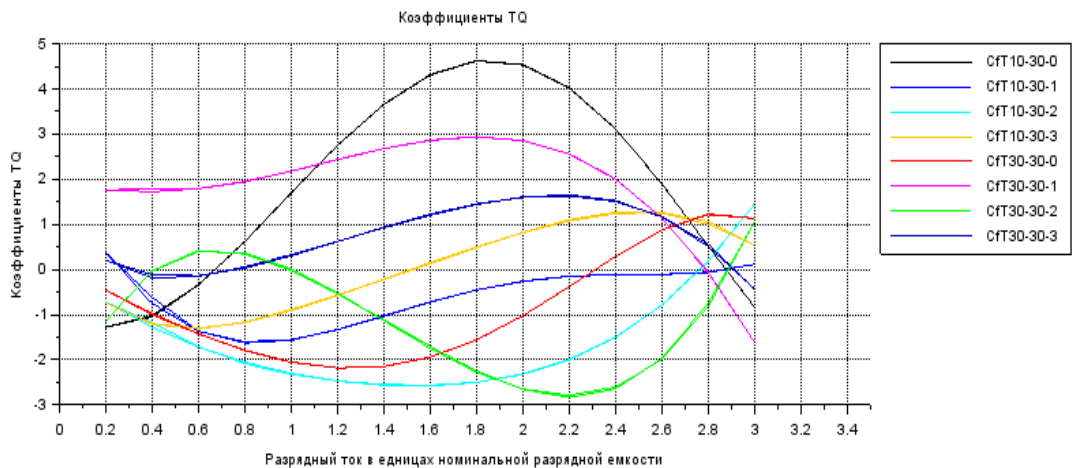


Рисунок 183 – Коэффициенты модели для разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

Рисунки 179 – 183 наряду с аналитическими выражениями (86), (97) – (106) представляют собой модель температуры. Для оценки погрешности получения модели температуры необходимо графики температуры ЛИА, полученные из модели динамики ФХП в этих ЛИА, показанные на рисунках 60, 64, 68, перерисовать в осях абсцисс отданного заряда, выжженного в долях разрядной емкости (рисунки 184 – 186), затем рассчитать динамики температуры по аналитическим выражениям (86), (97) – (106), используя кривые, показанные на рисунках 179 – 183 (рисунки 187 – 189), сопоставить их с динамиками температуры ЛИА, показанными на рисунках 184 – 186, рассчитав относительную погрешность получения этой модели температуры ЛИА (рисунки 190 – 192).

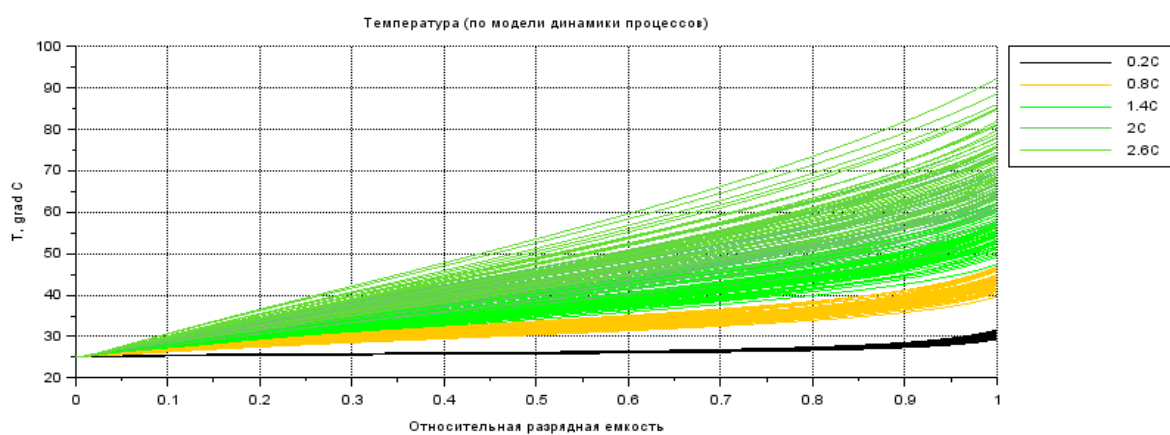


Рисунок 184 – Разрядная температура литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6, полученная из модели динамики физико-химических процессов в этом аккумуляторе

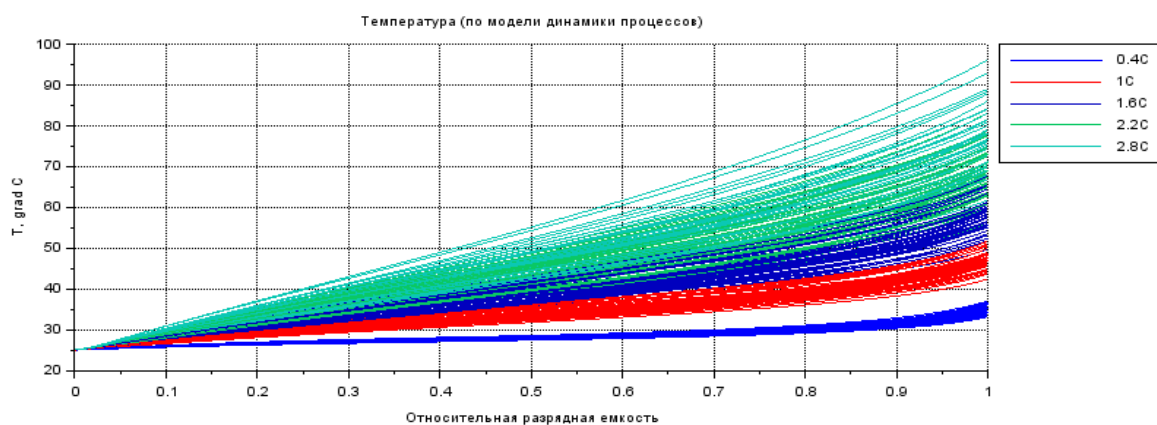


Рисунок 185 – Разрядная температура литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6, полученная из модели динамики физико-химических процессов в этом аккумуляторе

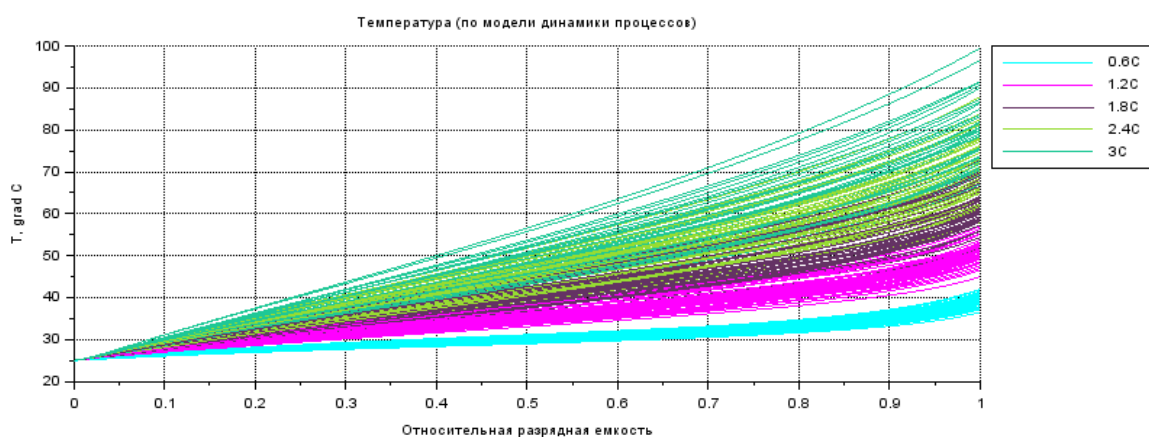


Рисунок 186 – Разрядная температура литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6, полученная из модели динамики физико-химических процессов в этом аккумуляторе

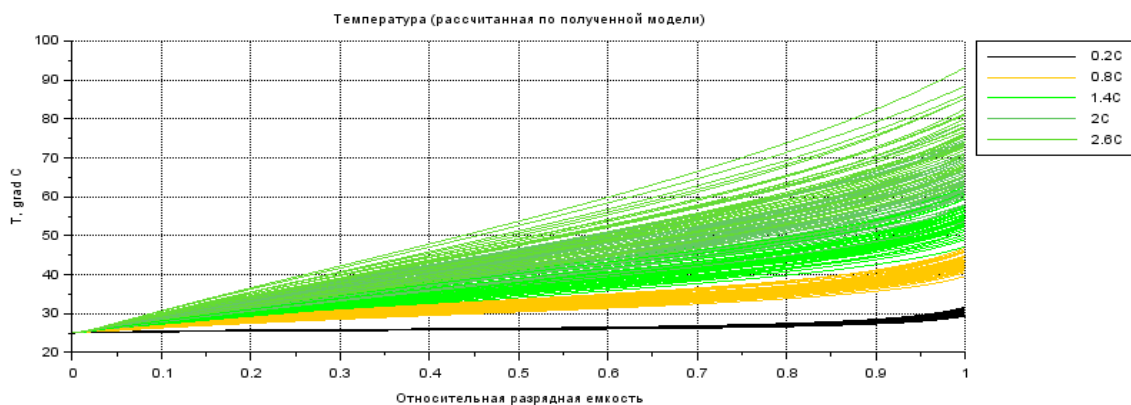


Рисунок 187 – Разрядная температура литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6, рассчитанная из полученной модели разрядной температуры

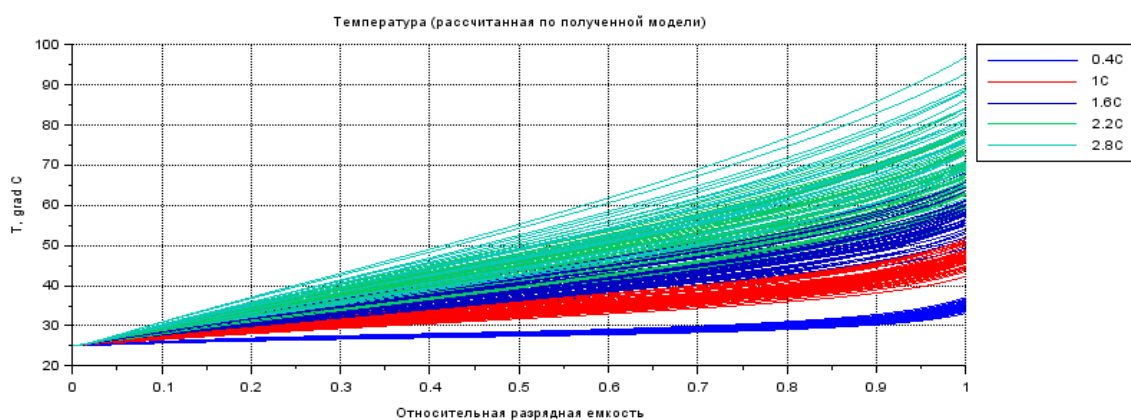


Рисунок 188 – Разрядная температура литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6, рассчитанная из полученной модели разрядной температуры

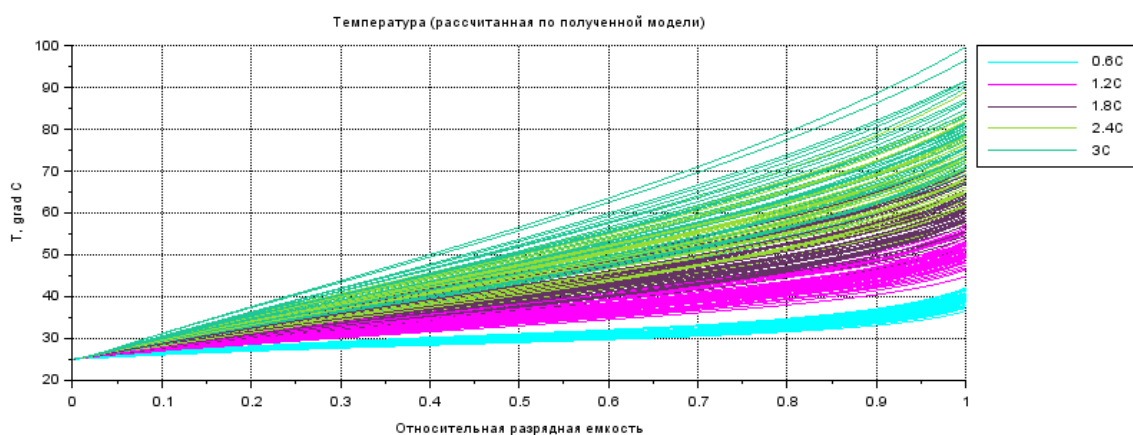


Рисунок 189 – Разрядная температура литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6, рассчитанная из полученной модели разрядной температуры

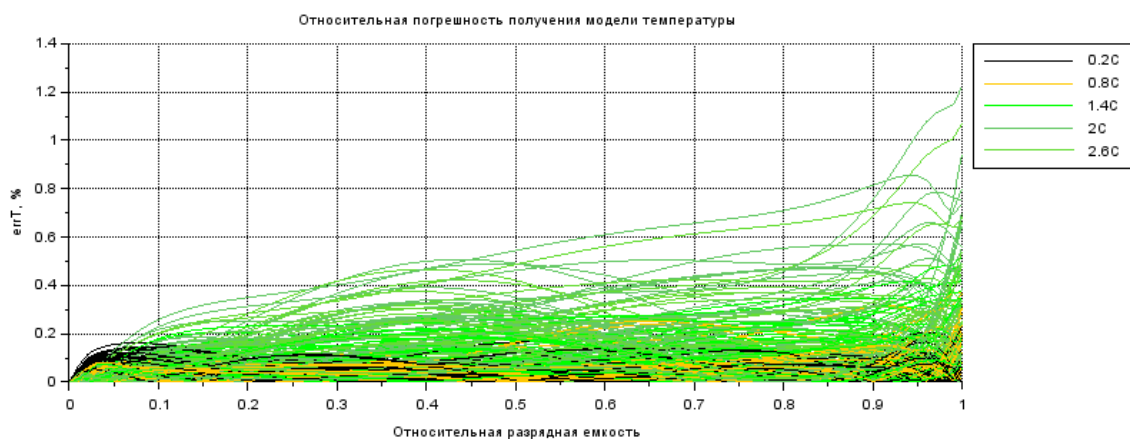


Рисунок 190 – Погрешность получения модели разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

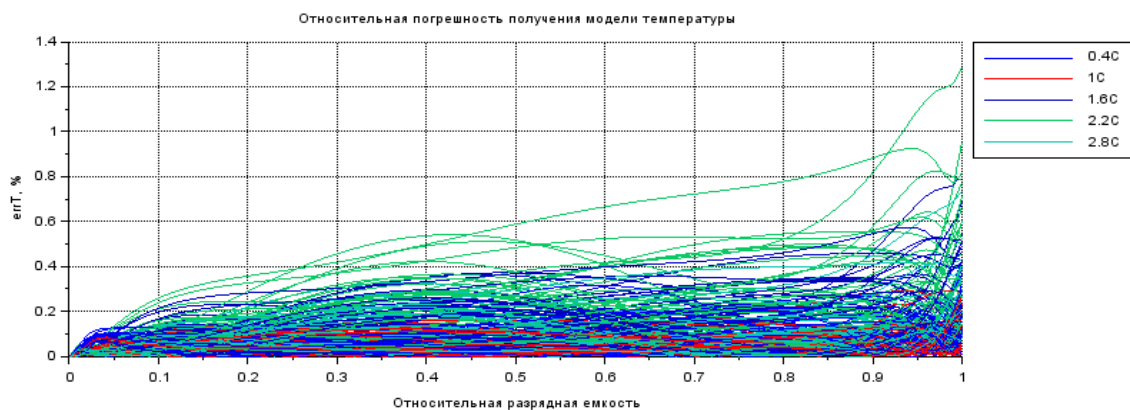


Рисунок 191 – Погрешность получения модели разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

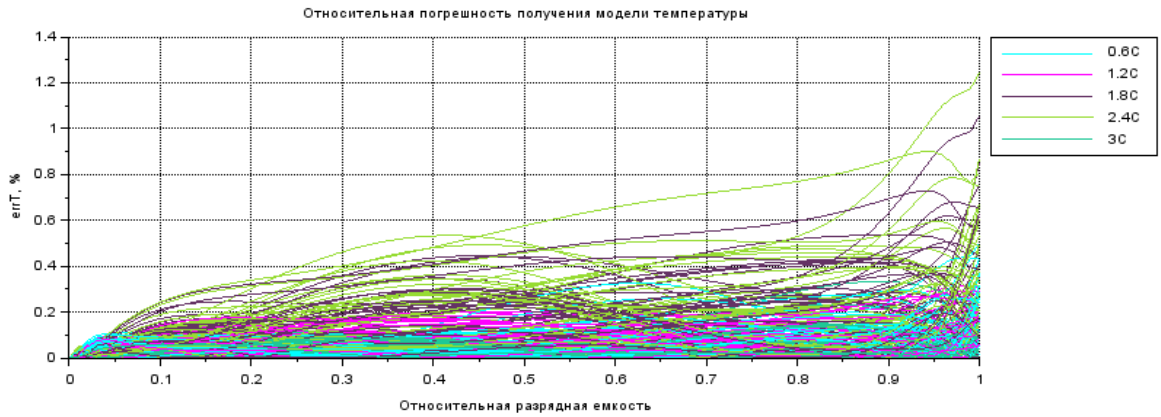


Рисунок 192 – Погрешность получения модели разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

Из рисунков 190 – 192 видно, что погрешность получения модели разрядной температуры ЛИА серии US18650VTC6 из полной модели динамики ФХП в этом ЛИА не превышает 1.4%.

Как нетрудно видеть из рисунков 179 – 183, коэффициенты $\bar{T}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(коитр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(коитр)},1}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(коитр)},2}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{3.0C}^{(коитр)},3}^{p(1)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{0.2C}^{(коитр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{0.2C}^{(коитр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{0.2C}^{(коитр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{1.0C}^{(коитр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{1.0C}^{(коитр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{1.0C}^{(коитр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{1.0C}^{(коитр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{3.0C}^{(коитр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{3.0C}^{(коитр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{3.0C}^{(коитр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},Q_{3.0C}^{(коитр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},Q_{1.0C}^{(коитр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},Q_{1.0C}^{(коитр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},Q_{1.0C}^{(коитр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},Q_{1.0C}^{(коитр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},Q_{3.0C}^{(коитр)},0}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},Q_{3.0C}^{(коитр)},1}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},Q_{3.0C}^{(коитр)},2}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, $\bar{T}_{I,Q_{1.0C}^{(коитр)},Q_{3.0C}^{(коитр)},3}^{p(2)}(\bar{I}_k)$, входящие в (86),

(97) – (106) целесообразно аппроксимировать степенным полиномом:

$$\bar{T}_{I,1}^{p(0)}(\bar{I}_k) = d_{I,1}^{pT(0)(0)} + d_{I,1}^{pT(0)(1)}\bar{I}_k + d_{I,1}^{pT(0)(2)}\bar{I}_k^2 + d_{I,1}^{pT(0)(3)}\bar{I}_k^3 + d_{I,1}^{pT(0)(4)}\bar{I}_k^4 + d_{I,1}^{pT(0)(5)}\bar{I}_k^5, \quad (156)$$

$$\bar{T}_{I,2}^{p(0)}(\bar{I}_k) = d_{I,2}^{pT(0)(0)} + d_{I,2}^{pT(0)(1)}\bar{I}_k + d_{I,2}^{pT(0)(2)}\bar{I}_k^2 + d_{I,2}^{pT(0)(3)}\bar{I}_k^3 + d_{I,2}^{pT(0)(4)}\bar{I}_k^4 + d_{I,2}^{pT(0)(5)}\bar{I}_k^5, \quad (157)$$

$$\bar{T}_{I,3}^{p(0)}(\bar{I}_k) = d_{I,3}^{pT(0)(0)} + d_{I,3}^{pT(0)(1)}\bar{I}_k + d_{I,3}^{pT(0)(2)}\bar{I}_k^2 + d_{I,3}^{pT(0)(3)}\bar{I}_k^3 + d_{I,3}^{pT(0)(4)}\bar{I}_k^4 + d_{I,3}^{pT(0)(5)}\bar{I}_k^5, \quad (158)$$

$$\bar{T}_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{p(1)}(\bar{I}_k) = d_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{pT(1)(0)} + d_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{pT(1)(1)}\bar{I}_k + d_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{pT(1)(2)}\bar{I}_k^2 + d_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{pT(1)(3)}\bar{I}_k^3 + d_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{pT(1)(4)}\bar{I}_k^4 + d_{I,Q_{0.2C}^{(коитр)},0}^{pT(1)(5)}\bar{I}_k^5, \quad (159)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{T}}_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{p(2)}(\overline{I}_k) &= d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(0)} + d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(1)} \overline{I}_k + d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(2)} \overline{I}_k^2 + \\ &+ d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(3)} \overline{I}_k^3 + d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(4)} \overline{I}_k^4 + d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(5)} \overline{I}_k^5, \end{aligned} \quad (189)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{T}}_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{p(2)}(\overline{I}_k) &= d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(0)} + d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(1)} \overline{I}_k + d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(2)} \overline{I}_k^2 + \\ &+ d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(3)} \overline{I}_k^3 + d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(4)} \overline{I}_k^4 + d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(5)} \overline{I}_k^5, \end{aligned} \quad (190)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{T}}_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{p(2)}(\overline{I}_k) &= d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(0)} + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(1)} \overline{I}_k + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(2)} \overline{I}_k^2 + \\ &+ d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(3)} \overline{I}_k^3 + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(4)} \overline{I}_k^4 + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(5)} \overline{I}_k^5, \end{aligned} \quad (191)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{T}}_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{p(2)}(\overline{I}_k) &= d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(0)} + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(1)} \overline{I}_k + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(2)} \overline{I}_k^2 + \\ &+ d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(3)} \overline{I}_k^3 + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(4)} \overline{I}_k^4 + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(5)} \overline{I}_k^5, \end{aligned} \quad (192)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{T}}_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{p(2)}(\overline{I}_k) &= d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(0)} + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(1)} \overline{I}_k + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(2)} \overline{I}_k^2 + \\ &+ d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(3)} \overline{I}_k^3 + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(4)} \overline{I}_k^4 + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(5)} \overline{I}_k^5, \end{aligned} \quad (193)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{T}}_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{p(2)}(\overline{I}_k) &= d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(0)} + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(1)} \overline{I}_k + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(2)} \overline{I}_k^2 + \\ &+ d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(3)} \overline{I}_k^3 + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(4)} \overline{I}_k^4 + d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(5)} \overline{I}_k^5, \end{aligned} \quad (194)$$

где постоянные коэффициенты d с индексами определяются из графических данных, показанных на рисунках 179 – 183 (таблица 16).

Таблица 16 – Значения коэффициентов в аналитических выражениях токовых коэффициентов модели температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

$d_{I,1}^{pT(0)(0)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(1)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(2)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(3)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(4)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(5)}$
-0.7797866	7.1746261	-11.167727	6.0289229	-1.6786394	0.2150185
$d_{I,2}^{pT(0)(0)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(1)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(2)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(3)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(4)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(5)}$
-0.1496247	-7.4410804	12.152099	-7.0296284	2.0907363	-0.2704461
$d_{I,3}^{pT(0)(0)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(1)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(2)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(3)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(4)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(5)}$
1.679558	-8.747574	9.4935998	-2.4923368	0.3209506	-0.0708566
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(5)}$
1.1580466	27.791964	-41.973714	22.050002	-5.2302538	0.4994218
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(5)}$
-0.3246055	16.259628	-26.033991	12.907161	-2.8681487	0.2837713

$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(5)}$
0.8443903	6.2818792	-12.094089	6.2374042	-1.3964545	0.1367083
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(5)}$
1.4772527	-0.0646445	-2.674217	1.9873282	-0.5581975	0.0558962
$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(5)}$
-1.1058175	28.440018	-8.698197	0.2117379	0.0919619	-0.0677745
$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(5)}$
-1.6667997	10.893048	-6.0663461	-1.4142301	1.2385408	-0.1668109
$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(5)}$
0.9984003	2.0539495	-2.3370551	-0.8707862	0.926238	-0.1563106
$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(5)}$
0.345161	4.6917188	-7.651452	2.717288	-0.1508181	-0.0295853
$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(1)(5)}$
0.0242908	-2.1954617	6.442372	-2.0663409	0.4971218	-0.0481854
$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(1)(5)}$
-1.045119	-2.443972	7.386875	-7.2399696	2.258723	-0.1870676
$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(1)(5)}$
1.2468627	-3.1753186	3.1497319	-0.9170501	0.0321868	0.0093247
$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(1)(5)}$
-1.3721567	9.8553039	-16.895891	10.802945	-3.2820187	0.3970662
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
0.0079006	1.1376557	-1.5587537	0.8285558	-0.1851195	0.0131522
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
0.1856615	-0.9470318	1.4470658	-0.624915	0.1393654	-0.0198519
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(5)}$

0.3160707	-2.4675249	3.7488488	-1.6706767	0.3532027	-0.0419765
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{0.2C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
0.4203692	-3.7404823	5.7019423	-2.5173925	0.5146105	-0.0588252
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
-0.8361943	11.842173	-16.803031	8.0561349	-1.7520469	0.1679251
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
0.0417003	3.8935967	-5.9724185	2.6667365	-0.4728939	0.0339984
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
0.4781285	-1.147865	1.7391674	-0.9876174	0.3256227	-0.0512376
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
0.8350156	-5.3799719	8.4498912	-4.0181937	0.9397878	-0.1174349
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
-0.8930199	24.176562	-38.904225	18.58452	-4.068125	0.4382285
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
1.0812659	5.9780929	-12.400076	5.3031226	-0.9689595	0.1149092
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
2.1408623	-6.2866072	6.6813829	-3.7140193	0.9851882	-0.094518
$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(коитр)}, Q_{3.0C}^{(коитр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
3.1417559	-17.082039	23.538014	-11.2459	2.5043465	-0.2603633
$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
-2.1821425	8.2314888	-2.8264902	1.7356124	-0.9896453	0.1429392
$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(коитр)}, Q_{1.0C}^{(коитр)}, 1}^{pT(2)(5)}$

0.3063608	-0.940053	0.9179773	0.1080053	-0.15027	0.0141405
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
-0.3030367	0.1920423	-0.4968136	0.1304389	0.1583752	-0.0470001
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
-0.490919	-0.5189552	2.7710183	-2.0197612	0.8054325	-0.136776
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
-0.9899997	-3.0227331	8.3879895	-2.2684057	-0.5952961	0.1777752
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
2.1594329	-10.71841	9.7519073	-2.8831192	0.0785811	0.0568903
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
0.0057541	-4.0399015	2.3666955	-0.7938201	0.1572787	0.0039554
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
0.2443185	-6.5655874	9.1987979	-5.0383994	1.4197105	-0.171837
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
0.129651	-3.0907217	0.971772	-0.5657249	0.647194	-0.1465728
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
1.9016636	-0.9392165	1.0956776	0.5459967	-0.4847268	0.0574848
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
-3.1528987	12.777201	-14.889531	6.6073004	-1.5017309	0.1774583
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
0.961482	-5.1636037	7.6704943	-4.1393932	1.1090604	-0.1358445

В соответствие с (156) – (194) и таблицей 16 мы получаем графики токовых коэффициентов в зависимости от разрядного тока, показанные на рисунках 179 – 183. Сопоставив эти графики с соответствующими графиками, полученными из полной модели динамики ФХП в ЛИА серии US18650VTC6, мы видим, что отклонения этих графиков друг относительно друга незначительные. Отсюда следует, что система аналитических выражений токовых коэффициентов (156) – (194) наряду с (86), (97) – (106) может быть положена в основу модели разрядной постоянной температурой ЛИА серии US18650VTC6. С этой целью, используя (86), (97) – (106), (156) – (194), мы коэффициенты, приведенные в таблице 16, уточним на полученных из полной модели ФХП в ЛИА серии US18650VTC6, приведенных на рисунках 60, 64, 68. Уточненные значения этих коэффициентов приведены в таблице 17.

Таблица 17 – Значения коэффициентов модели разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

$d_{I,1}^{pT(0)(0)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(1)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(2)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(3)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(4)}$	$d_{I,1}^{pT(0)(5)}$
-0.8102222	7.1796247	-10.97323	6.0217015	-1.6131316	0.1814448
$d_{I,2}^{pT(0)(0)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(1)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(2)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(3)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(4)}$	$d_{I,2}^{pT(0)(5)}$
0.210355	-7.1252512	12.586531	-6.5698251	2.6319292	-0.4961233
$d_{I,3}^{pT(0)(0)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(1)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(2)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(3)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(4)}$	$d_{I,3}^{pT(0)(5)}$
2.0044036	-8.7325017	9.2468313	-3.0705896	-0.3893618	0.2042969
$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pT(1)(0)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pT(1)(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pT(1)(2)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pT(1)(3)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pT(1)(4)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},0}^{pT(1)(5)}$
1.1962877	27.492827	-42.585328	21.085621	-6.2600312	1.0353209
$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pT(1)(0)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pT(1)(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pT(1)(2)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pT(1)(3)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pT(1)(4)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},1}^{pT(1)(5)}$
-0.4354345	16.089234	-26.25625	12.665456	-2.9662292	0.9425566
$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pT(1)(0)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pT(1)(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pT(1)(2)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pT(1)(3)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pT(1)(4)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},2}^{pT(1)(5)}$
0.7990486	6.3042183	-11.970446	6.5223255	-0.9697965	0.3096654
$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},3}^{pT(1)(0)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},3}^{pT(1)(1)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},3}^{pT(1)(2)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},3}^{pT(1)(3)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},3}^{pT(1)(4)}$	$d_{I,Q_{0.2C}^{(комп)},3}^{pT(1)(5)}$
1.4939621	0.1382072	-2.2358846	2.710963	0.1611564	-0.8875842
$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pT(1)(0)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pT(1)(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pT(1)(2)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pT(1)(3)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pT(1)(4)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},0}^{pT(1)(5)}$
-0.9376796	28.560916	-8.4935887	0.2061718	0.0418703	-0.0632286
$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pT(1)(0)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pT(1)(1)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pT(1)(2)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pT(1)(3)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pT(1)(4)}$	$d_{I,Q_{1.0C}^{(комп)},1}^{pT(1)(5)}$

-1.9877	10.636493	-6.2809379	-1.7054908	0.9629233	-0.3003896
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(5)}$
0.8939301	1.9474897	-2.4293807	-0.9356948	0.9318126	-0.0530976
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(5)}$
0.3227935	4.6876244	-7.6387381	2.7912263	-0.0784728	-0.1064103
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(1)(5)}$
-0.0023888	-2.348492	6.6072544	-2.1886146	0.6948525	-0.109481
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(1)(5)}$
-1.4406221	-2.8055589	7.0951526	-7.7581605	1.8416484	0.1261794
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(1)(5)}$
1.2033631	-3.1942443	3.1949322	-0.8383762	0.1294892	-0.120291
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(1)(5)}$
-1.3622174	10.018726	-16.60103	11.31517	-2.7828376	0.2184269
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
-0.0215126	1.1423165	-1.5179155	0.907666	-0.1359206	-0.3160618
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
0.1644367	-0.9018199	1.5672721	-0.4188795	0.3336888	-0.3879982
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
0.3083921	-2.3795648	3.9472846	-1.3477696	0.6563899	-0.5671665
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{0.2C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
0.4263645	-3.6099903	5.9788837	-2.0754753	0.9349673	-0.7159812
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
-0.9630349	11.62921	-17.122771	7.6492241	-2.0391461	0.9787599
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(5)}$

-0.0571662	3.793824	-6.0800435	2.5940623	-0.4004272	0.6575453
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
0.4281386	-1.1152732	1.8621954	-0.7257372	0.6839743	0.0309428
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
0.8327197	-5.2111689	8.8166494	-3.3933546	1.6441366	-0.4618172
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
-1.1919571	23.533531	-40.020678	16.896857	-5.979262	0.8447901
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
0.8863599	5.6761388	-12.896965	4.5809714	-1.8279662	0.0986795
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
2.0914446	-6.204774	6.8688998	-3.3781657	1.2978705	-0.524784
$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{0.2C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
3.2439434	-16.596253	24.46521	-9.7238418	4.2901922	-0.4156457
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
-2.2906821	8.2596142	-2.6327102	2.0768313	-0.5463359	0.0169562
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
0.2618981	-0.9810948	0.9014715	0.1718147	0.0134083	0.1999521
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
-0.2756871	0.1479649	-0.6209456	-0.0114141	0.0145183	0.0948697
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{1.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
-0.4322813	-0.5571392	2.5837569	-2.3357669	0.2712378	-0.6108645
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(5)}$

-1.0193584	-2.8830219	8.7734349	-1.752025	0.0089223	-0.1478357
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
2.2404021	-10.643289	9.8430015	-2.7241266	0.2274649	-0.1442185
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
0.1783473	-3.9863712	2.2532297	-0.9479803	-0.0433876	0.3930707
$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{1.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
0.4958129	-6.4573156	9.0494857	-5.3211196	0.9309297	0.1021873
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 0}^{pT(2)(5)}$
0.3083463	-3.0602153	1.0646707	-0.8242286	0.4213819	-0.0167839
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 1}^{pT(2)(5)}$
1.8977083	-0.8956165	1.2009873	0.7970475	-0.1956779	-0.1167385
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 2}^{pT(2)(5)}$
-3.3068966	12.658879	-15.156347	6.5001333	-1.6509088	0.2552917
$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(0)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(1)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(2)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(3)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(4)}$	$d_{I, Q_{3.0C}^{(контр)}, Q_{3.0C}^{(контр)}, 3}^{pT(2)(5)}$
0.9398206	-5.0765399	7.5833376	-3.9804513	1.1037455	-0.1682373

Итак, система уравнений (86), (97) – (106), (156) – (194) наряду с таблицей 17 представляет собой разрядную постоянным током модель температуры ЛИА серии US18650VTC6. Для оценки погрешности получения этой модели из модели динамики ФХП в ЛИА серии US18650VTC6 необходимо получить разрядные температуры по полученной модели (86), (97) – (106), (156) – (194) и таблицы 17 (рисунки 193 – 198), затем сопоставить эти кривые с соответствующими кривыми разрядной температуры ЛИА серии US18650VTC6, полученными из модели динамики ФХП в этих ЛИА (показанных на рисунках 60, 64, 68), рассчитав относительные погрешности получения модели (86), (97) – (106), (156) – (194) и таблица 17 (рисунки 199 – 204).

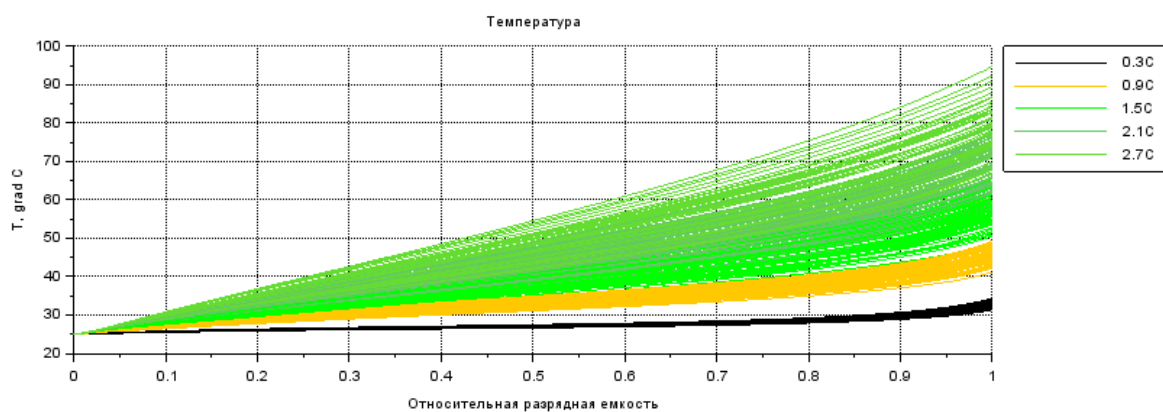


Рисунок 193 – Разрядная температура, рассчитанная в соответствии с полученной моделью разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

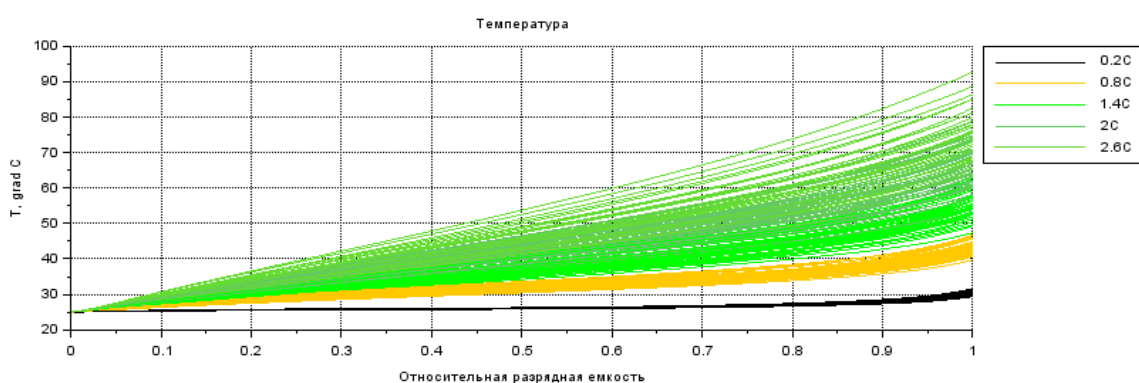


Рисунок 194 – Разрядная температура, рассчитанная в соответствии с полученной моделью разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

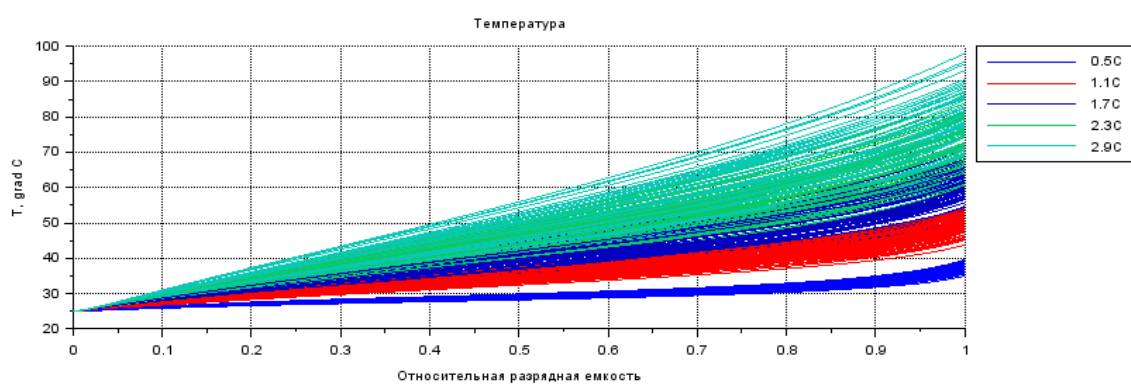


Рисунок 195 – Разрядная температура, рассчитанная в соответствии с полученной моделью разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

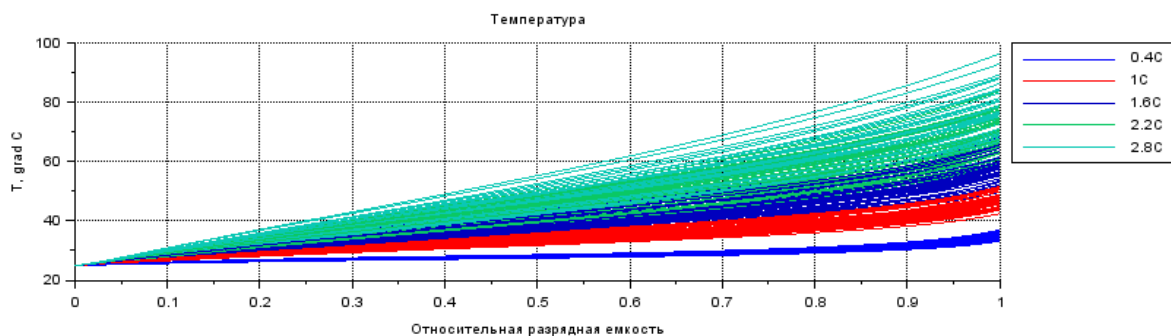


Рисунок 196 – Разрядная температура, рассчитанная в соответствии с полученной моделью разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

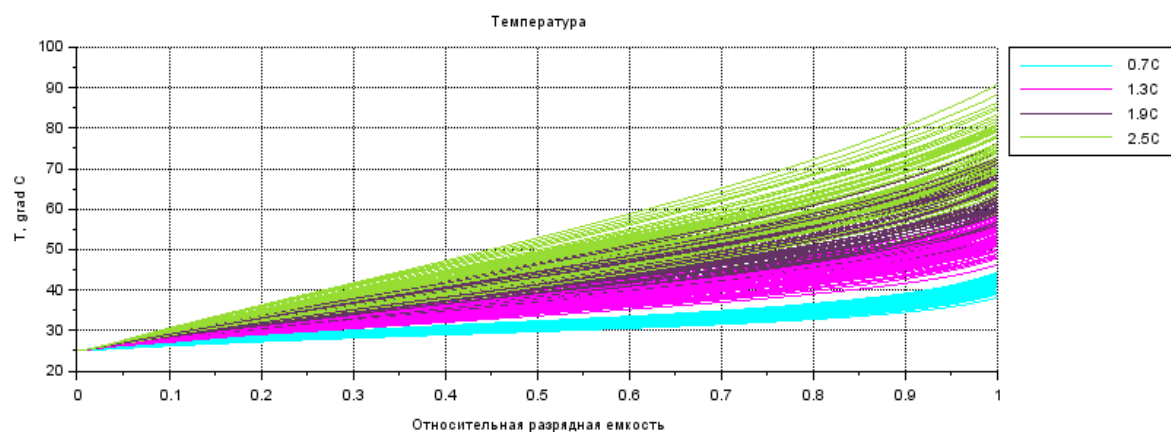


Рисунок 197 – Разрядная температура, рассчитанная в соответствии с полученной моделью разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

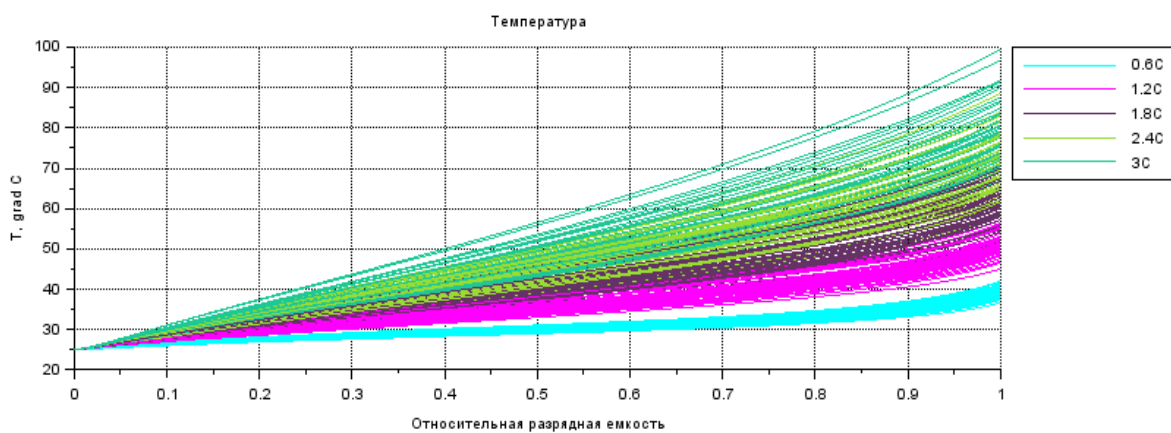


Рисунок 198 – Разрядная температура, рассчитанная в соответствии с полученной моделью разрядной температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

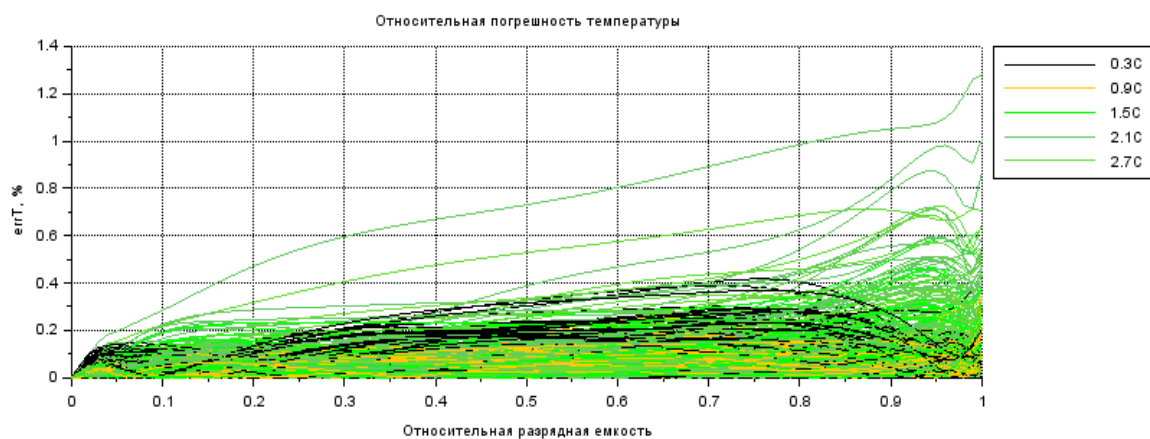


Рисунок 199 – Погрешность получения разрядной модели температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

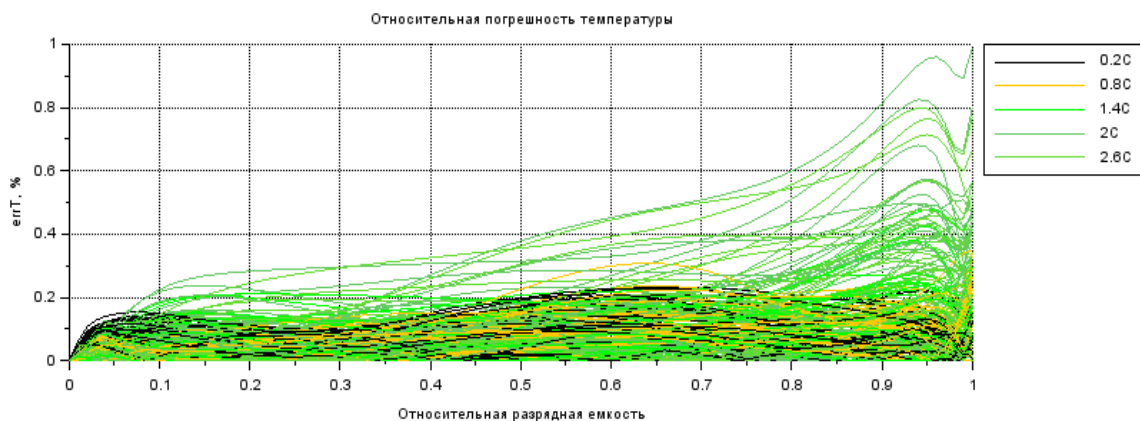


Рисунок 200 – Погрешность получения разрядной модели температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

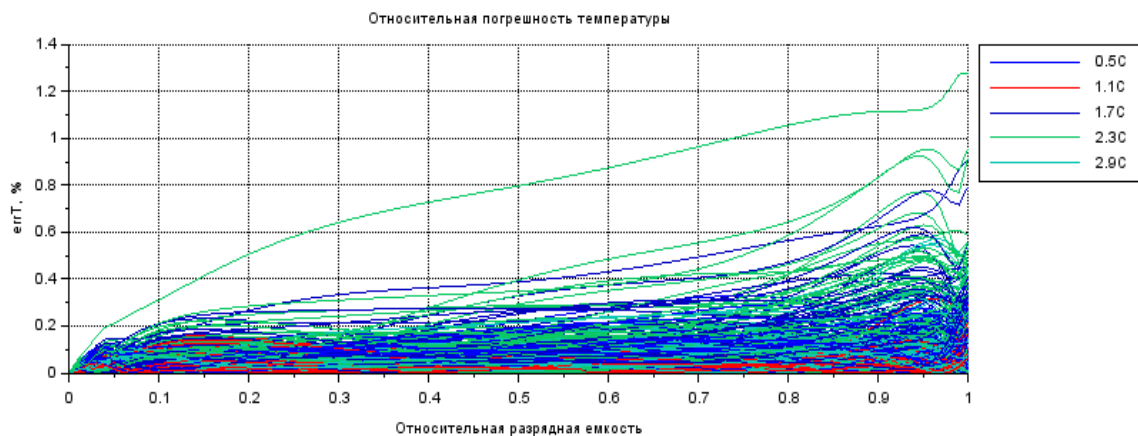


Рисунок 201 – Погрешность получения разрядной модели температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

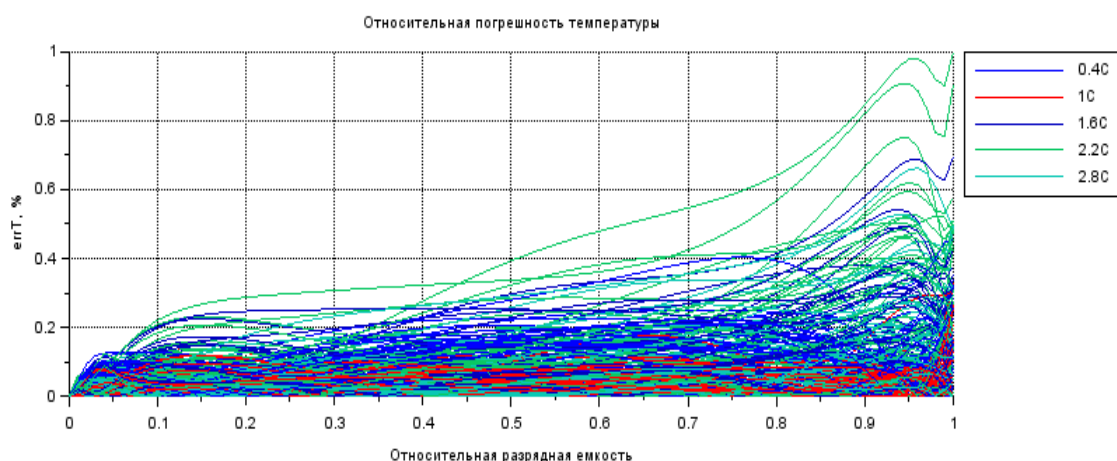


Рисунок 202 – Погрешность получения разрядной модели температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

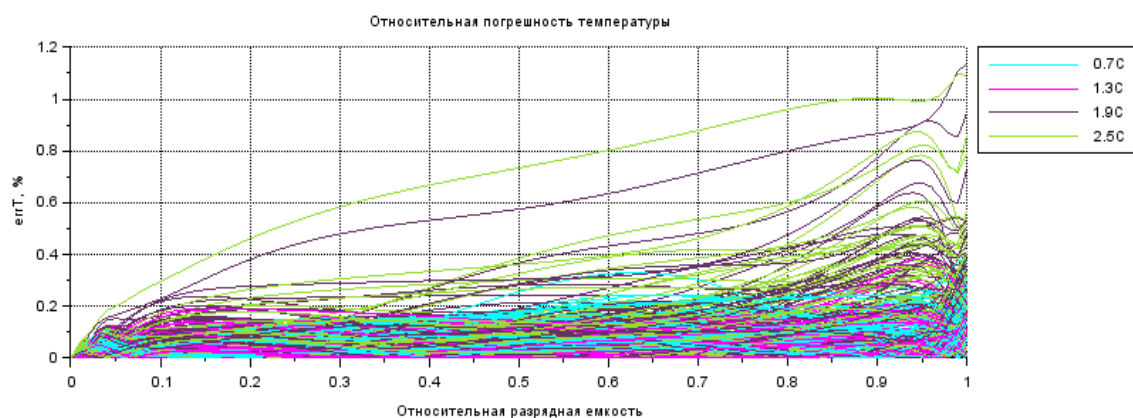


Рисунок 203 – Погрешность получения разрядной модели температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

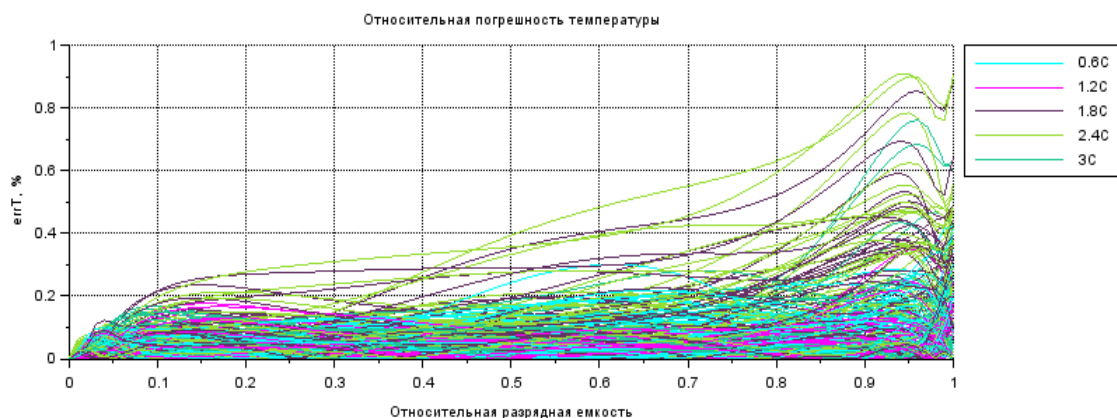


Рисунок 204 – Погрешность получения разрядной модели температуры литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C

Из рисунков 193 – 198 видно, что разрядные кривые температуры, рассчитанные по модели (86), (97) – (106), (156) – (194) и таблица 17, качественно соответствуют разрядным кривым температуры, показанным на рисунках 60, 64, 68, перестроенным в осях абсцисс относительного отданного заряда (относительно соответствующей разрядной емкости). Отсюда вытекает корректность полученной модели (86), (97) – (106), (156) – (194) и таблица 17.

Из рисунков 199 – 204 видно, что относительная погрешность получения разрядной модели температуры ЛИА серии US18650VTC6 из модели динамики ФХП в этих ЛИА не превышает 1.4%. Отсюда модель (86), (97) – (106), (156) – (194) и таблица 17 наряду с (107) – (116) и таблицей 13 представляет собой разрядную модель температуры ЛИА серии US18650VTC6 при температуре окружающей среды 25°C, в общем случае заданную в виде (84).

6.1.2. Экспериментальная проверка математической модели литий-ионного аккумулятора в режиме его разряда постоянным током

6.1.2.1. Экспериментальная установка для исследования режима разряда постоянным током литий-ионной аккумуляторной батареи

Экспериментальная установка (схема которой показана на рисунке 205) для исследования режима разряда постоянным током ЛИА, используемая для проверки полученной в предыдущем пункте модели разрядного постоянным током напряжения ЛИА серии US18650VTC6, представляет собой ЛИАБ из 4-х ЛИА серии US18650VTC6, соединенных последовательно. В нее также входят 4 датчика напряжения, а также реостат для поддержки постоянным заданного разрядного тока и датчика тока, которым являлся цифровой мультиметр, работающий в режиме амперметра.

Датчики напряжения установлены на панели сбора данных фирмы National Instruments; эта панель передает показания датчиков в компьютер.

Поддержка постоянным разрядного тока в схеме установки (рисунок 205) осуществляется в ручном режиме. Отсюда точность стабилизации постоянного тока, и как следствие методические погрешности снятия разрядного напряжения, определяется внимательностью

экспериментатора, точностью амперметра (в составе цифрового мультиметра), а также реостатом.

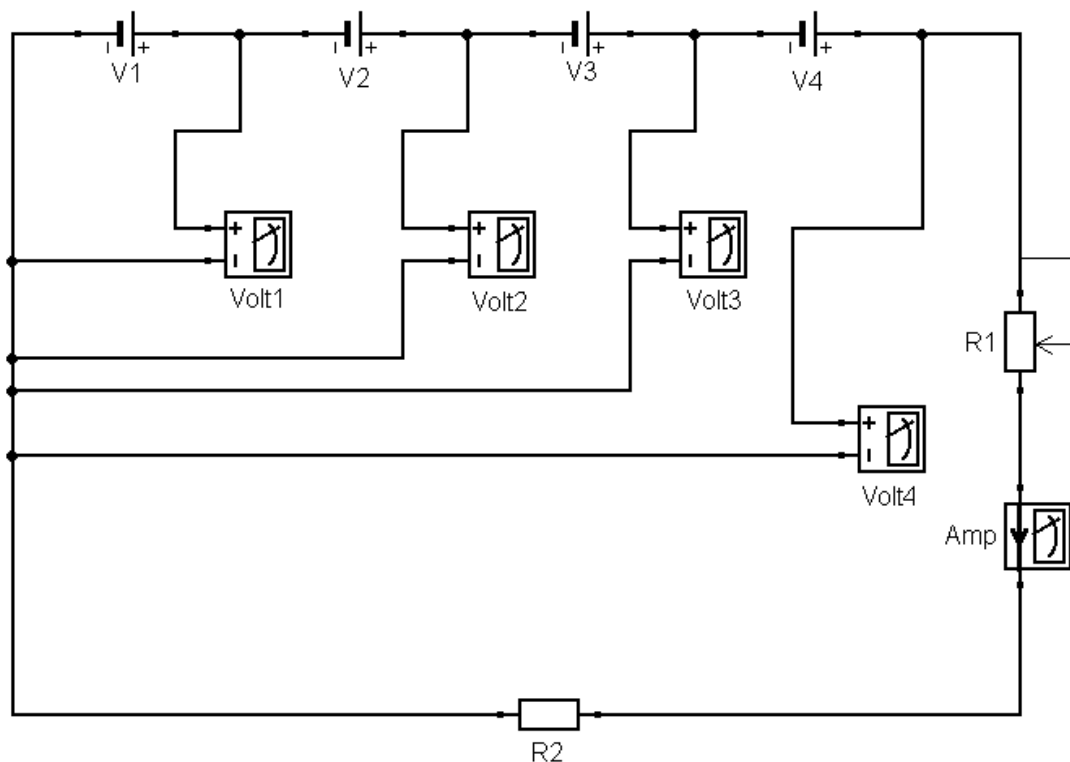


Рисунок 205 – Установка для испытания в режиме разряда постоянным током литий-ионных аккумуляторов серии US18650VTC6. Разрядный ток задается реостатом R1, R2 – некоторая нагрузка, V1 – V4 – испытуемые ЛИА в ЛИАБ, Volt1 – Volt4 – датчики напряжения с панели сбора данных, Amp - амперметр

Более того, при приближении ЛИА в процессе разряда к переразряду напряжение этого ЛИА начинает быстро падать, это порождает проблему поддержки экспериментатором тока разряда (в установке, показанной на рисунке 205) постоянным. Это в свою очередь также повышает методическую погрешность экспериментальных исследований режима разряда ЛИА постоянным током.

Более того, как видно из рисунка 205 напряжение на элементе V1 дается датчиком напряжения Volt1; напряжение на элементе V2 дается разностью показаний датчиков напряжений Volt2 и Volt1; напряжение на элементе V3 – разностью показаний датчиков напряжений Volt3 и Volt2; напряжение на элементе V4 – разностью показаний датчиков напряжений Volt4 и Volt3. При этом, разность показаний этих датчиков напряжений для элементов V3 и V4 уже больше показаний соответствующих датчиков напряжений. Это также обуславливает большую относительную погрешность измерения напряжения.

Таким образом, схема экспериментального исследования режима разряда ЛИАБ, приведенная на рисунке 205, является грубой; относительные погрешности в ней относительно высокие; по мере приближения состояния ЛИА к перезаряду эти погрешности повышаются.

6.1.2.2. Обработка результатов испытаний литий-ионной аккумуляторной батареи из четырех аккумуляторов марки US18650VTC6

В результате испытаний литий-ионной аккумуляторной батареи, состоящей из 4-х последовательно соединенных ЛИА серии US18650VTC6, в режиме разряда постоянными разрядными токами 0.2С, 0.5С, 1.0С, 1.5С, 2.0С, 3.0С были получены разрядные этими токами кривые напряжений каждого ЛИА в испытываемой ЛИАБ, показанные на рисунках 206 – 211.

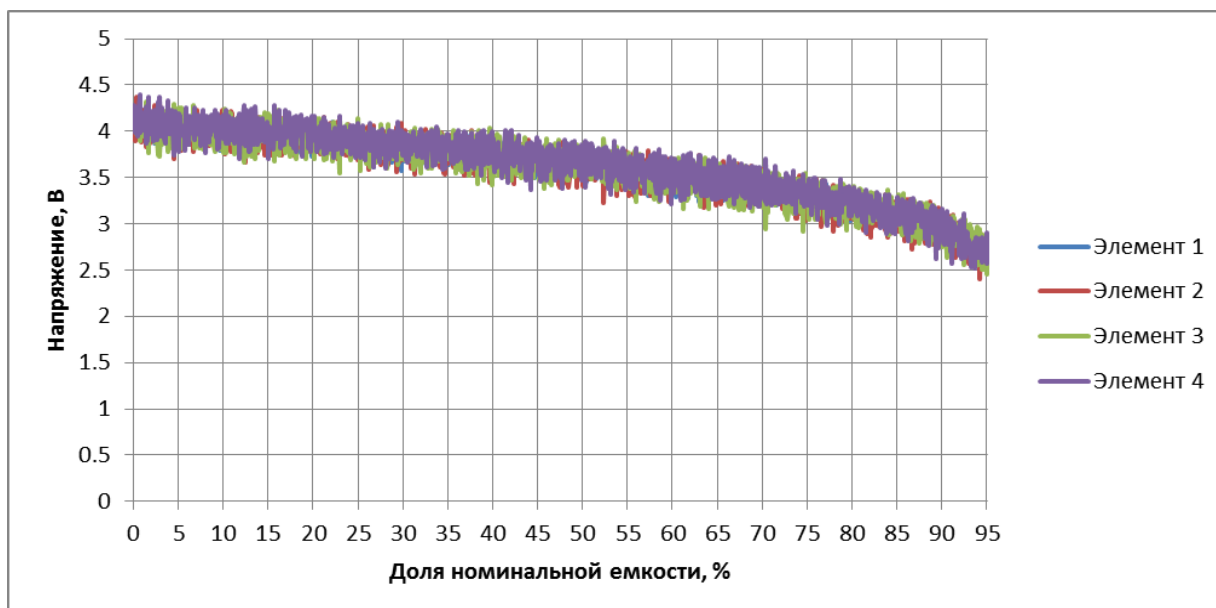


Рисунок 206 – Испытание ЛИАБ постоянным током 0.2С при температуре окружающей среды 25°C

Из приведенных на рисунках 206 – 211 разрядных кривых напряжения видно, что далеко не во всех режимах ЛИА в ЛИАБ разряжались до 2 В. Поэтому, отдаваемую зарядовую емкость будем определять путем аппроксимации этих экспериментально полученных кривых (рисунки 206 – 211).

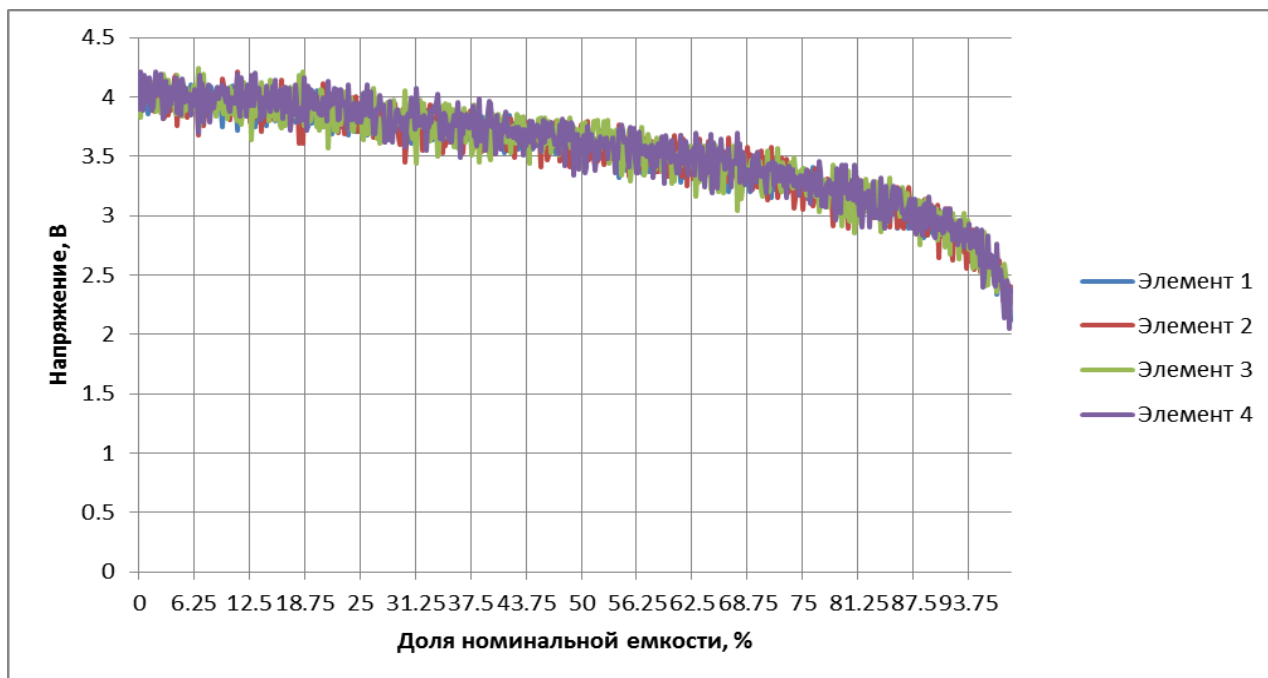


Рисунок 207 – Испытание ЛИАБ постоянным током 0.5С при температуре окружающей среды 25°C

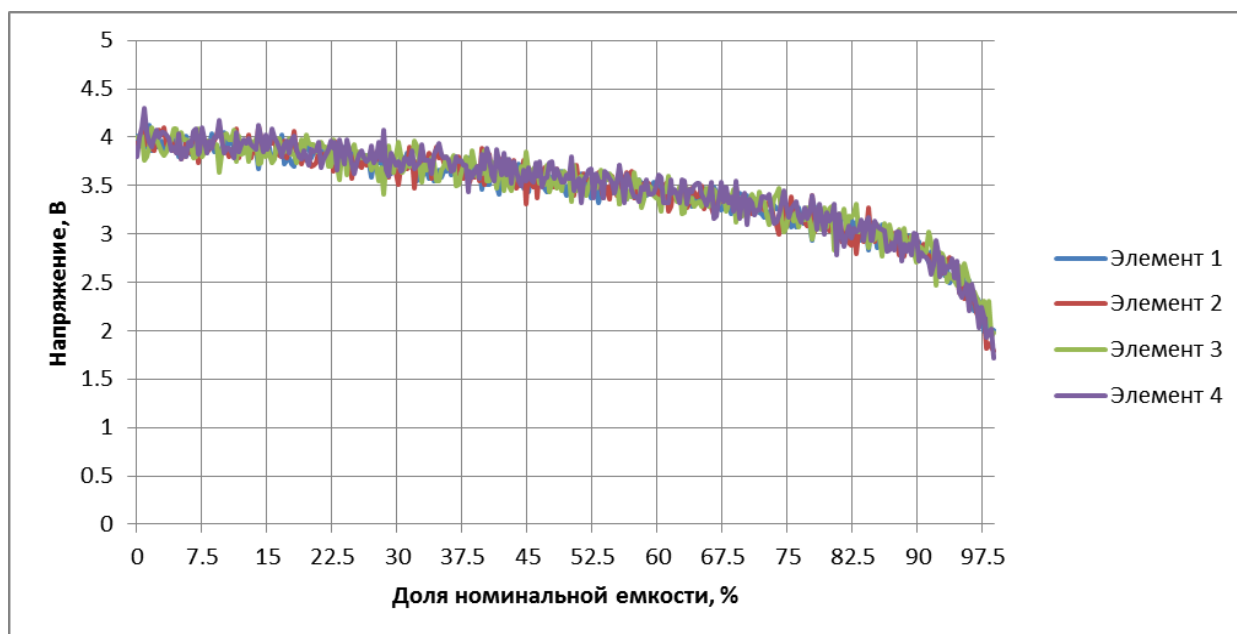


Рисунок 208 – Испытание ЛИАБ постоянным током 1.0С при температуре окружающей среды 25°C

Также из рисунков 206 – 211 видно, что случайная погрешность снятия напряжения с каждого ЛИА в ЛИАБ большая порядка $0.3 \div 0.5$ В (видно из рисунков 206 – 211). Это также

обуславливает необходимость аппроксимации снятых экспериментально (в установке, показанной на рисунке 205) разрядных кривых напряжения ЛИА серии US18650VTC6.

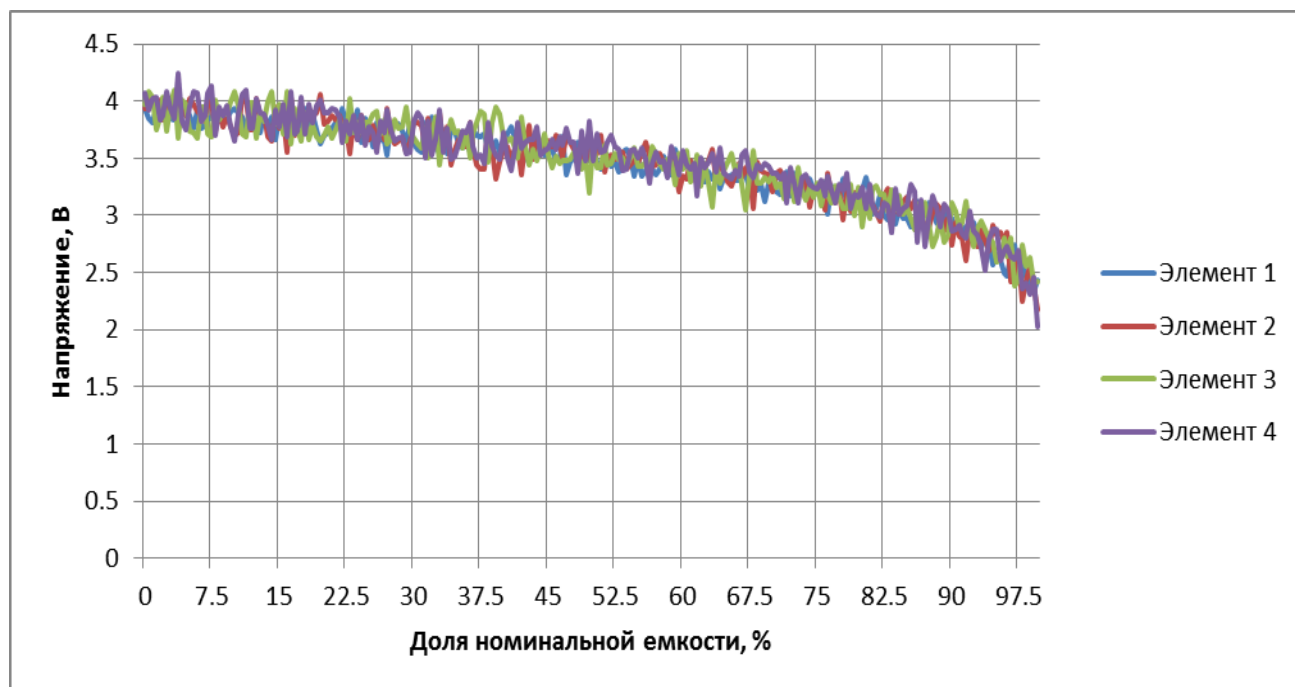


Рисунок 209 – Испытание ЛИАБ постоянным током 1.5С при температуре окружающей среды 25°C

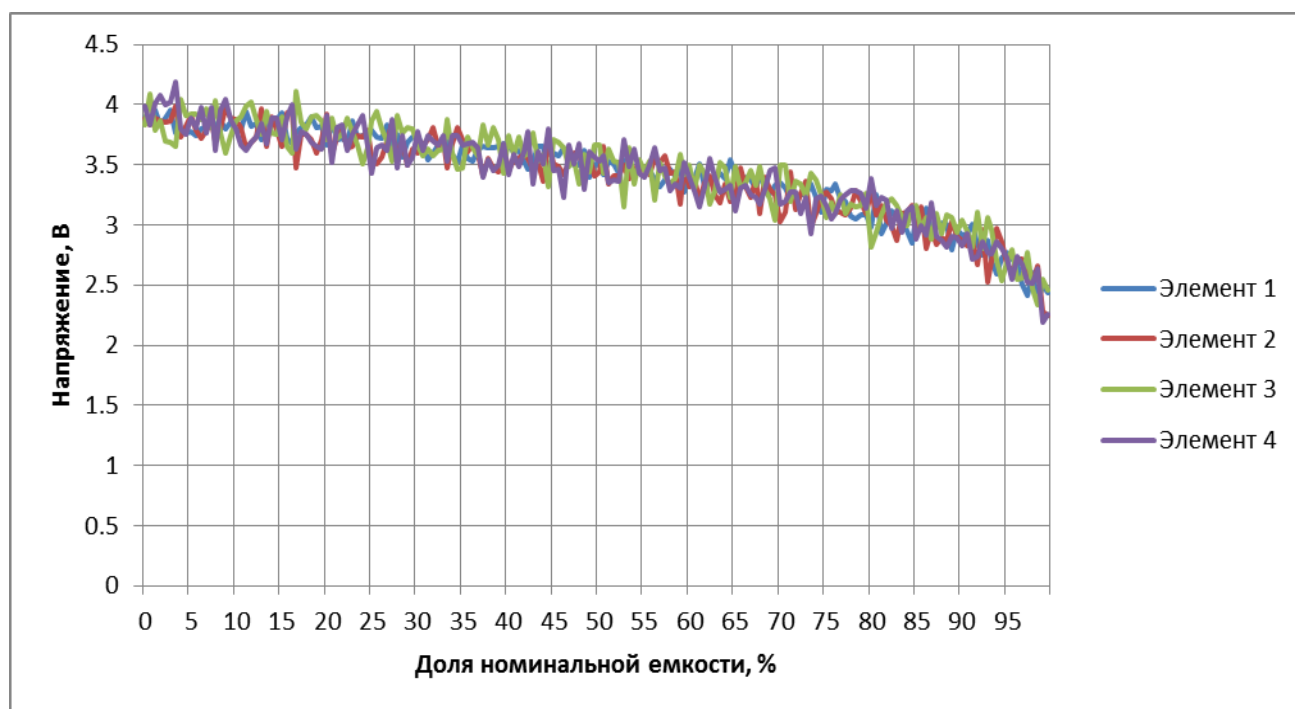


Рисунок 210 – Испытание ЛИАБ постоянным током 2.0С при температуре окружающей среды 25°C

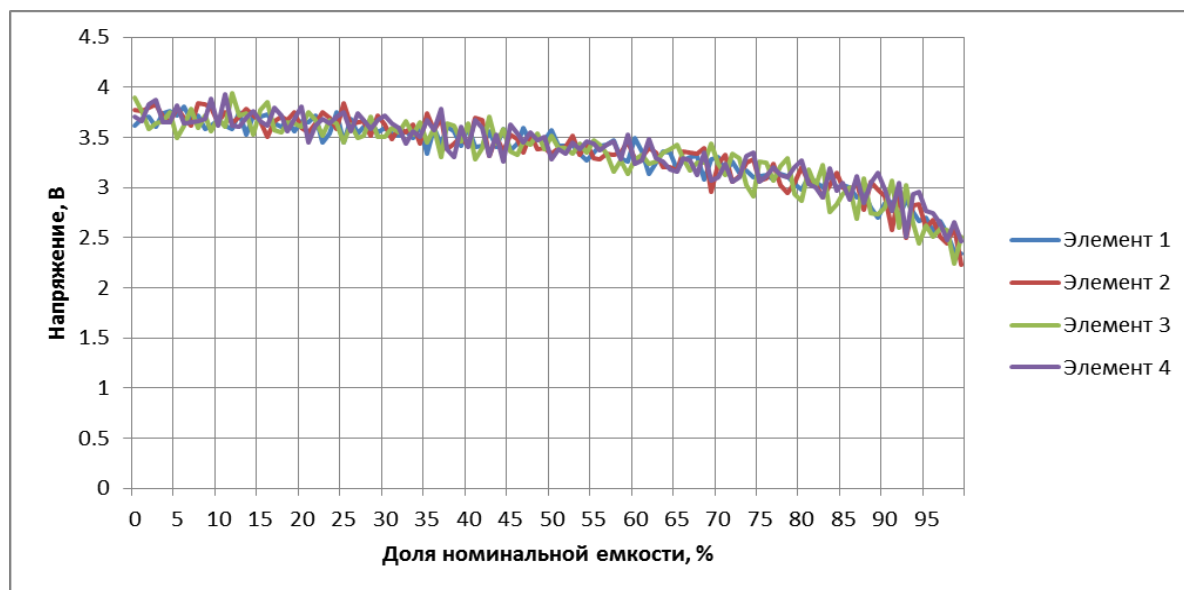


Рисунок 211 – Испытание ЛИАБ постоянным током 3.0С при температуре окружающей среды 25°C

Для аппроксимации кривой разрядного напряжения, как видно из рисунков 206 – 211, целесообразно воспользоваться аналитическим выражением:

$$U(Q) = A \left(a_1 \exp\left(-\frac{1}{q_1} \frac{Q}{C_{ном}}\right) + a_2 \exp\left(-\frac{1}{q_2} \frac{Q}{C_{ном}}\right) + 1 \right) \left(1 - \frac{BC_{ном}}{Q^* C_{ном} - Q} \right), \quad (195)$$

где A , a_1 , q_1 , a_2 , q_2 , B , Q^* - константы, определяемые для каждой экспериментально снятой разрядной кривой напряжения; эти константы для каждой кривой, показанной на рисунках 206 – 211, приведены в таблице 18.

Таблица 18 – Константы аппроксимационного выражения снятых экспериментально разрядных кривых ЛИА серии US18650VTC6

№ Элемента Константа	1	2	3	4
Ток разряда 0.2С				
$A, В$	1.032327	0.999629	1.013928	0.99104
a_1	0.812454	1.156933	1.033085	1.357092
q_1	4.912064	4.398639	4.446468	4.104715
a_2	2.423015	2.185725	2.225203	1.990179
q_2	7.295487	6.160019	5.868935	5.27611
B	0.086702	0.069367	0.067088	0.048207
Q^*	1.232781	1.191312	1.195138	1.124691

Ток разряда 0.5C				
A, B	0.985398	0.938672	0.990278	0.989958
a_1	1.252943	1.418233	1.289681	1.262735
q_1	4.260598	4.170181	4.237697	4.341519
a_2	2.046378	2.068691	1.97622	2.057442
q_2	5.809729	5.418255	5.510658	5.893805
B	0.054855	0.045879	0.048907	0.056379
Q^*	1.155005	1.124314	1.136017	1.157383
Ток разряда 1.0C				
A, B	1.015822	1.058751	1.046721	1.038257
a_1	0.969265	0.029967	0.671926	0.687945
q_1	4.758677	6.330727	4.949498	4.975861
a_2	2.222287	3.175926	2.427565	2.448836
q_2	6.153758	10.190263	6.71185	6.659827
B	0.085641	0.146658	0.0921	0.079173
Q^*	1.261218	1.361391	1.262863	1.199131
Ток разряда 1.5C				
A, B	0.914896	0.919492	0.967036	0.95041
a_1	1.422373	1.724864	1.091509	1.434748
q_1	4.060784	3.638147	4.236473	3.835756
a_2	2.031569	1.707763	2.211582	1.884194
q_2	5.520761	4.344894	5.842447	5.020328
B	0.041536	0.028895	0.061042	0.034017
Q^*	1.128123	1.089397	1.198226	1.102254
Ток разряда 2.0C				
A, B	0.899872	0.866872	0.914067	0.882851
a_1	1.20401	1.692151	1.406917	1.996382
q_1	4.760027	3.94918	4.321655	3.365607
a_2	2.319493	1.91489	2.028202	1.545598
q_2	6.419388	4.566541	4.939708	4.071885
B	0.050669	0.029833	0.034943	0.020906
Q^*	1.150053	1.097646	1.111949	1.064957
Ток разряда 3.0C				
A, B	1.187917	0.94257	0.981209	1.749702
a_1	-2.025343	0.776892	-0.351330	-2.724211
q_1	6.075356	4.479754	5.414746	5.386677
a_2	4.476953	2.402816	3.380057	4.444906
q_2	10.843835	5.461252	8.475994	10.573959

B	0.128592	0.041352	0.066731	0.399905
Q^*	1.338969	1.133275	1.183299	1.8954

Для данных, приведенных в таблице 18, построены разрядные напряжения ЛИА марки US18650VTC6 в испытуемой ЛИАБ (на основе (195)) на рисунке 212, а средние относительные погрешности аппроксимации приведены в таблице 19.

Таблица 19 – Средние относительные погрешности аппроксимации (в %) экспериментально снятых разрядных кривых напряжений ЛИА серии US18650VTC6 для разных разрядных токов

	0.2C	0.5C	1.0C	1.5C	2.0C	3.0C
Элемент 1	1.8085216	1.6891343	1.6933373	2.0204013	1.8052342	1.89858
Элемент 2	2.6174413	2.4282121	2.167551	2.5682114	2.5744348	2.4789523
Элемент 3	2.7792861	2.6777994	2.4484006	2.9091287	3.0479568	2.9741757
Элемент 4	2.7427087	2.528098	2.408048	2.83765	2.9507064	2.7909437

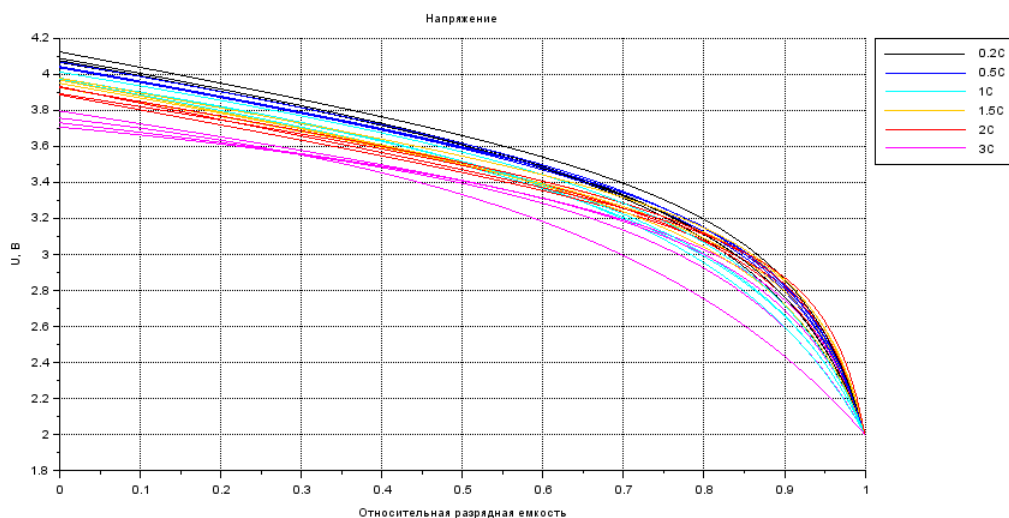


Рисунок 212 – Испытание ЛИАБ серии US18650VTC6 постоянными токами 0.2C, 0.5C, 1.0C, 1.5C, 2.0C, 3.0C при температуре окружающей среды 25°C (после обработки результатов испытаний)

Как видно из таблицы 19, средние погрешности аппроксимации экспериментально снятых разрядных кривых напряжений ЛИА марки US18650VTC6 составляют 2% - 3%, что и соответствует относительной погрешности экспериментального снятия этих разрядных кривых.

6.1.2.3. Экспериментальная проверка модели для разрядных емкостей литий-ионных аккумуляторов

На основе аппроксимационной зависимости (195) и таблицы 18 получим разрядные емкости каждого ЛИА марки US18650VTC6 при разных токах разряда (таблица 20). В соответствии с моделью для разрядных емкостей ЛИА (107) – (116), а также таблицы 13, используя приведенные в таблице 20 разрядные емкости каждого ЛИА серии US18650VTC6 для опорных токов разряда (0.2С, 1.0С, 3.0С), получим расчетные разрядные емкости каждого из этих ЛИА (таблица 21) и погрешности этой модели (таблица 21).

Таблица 20 – Экспериментальные разрядные емкости литий-ионных аккумуляторов серии US18650VTC6 (доли номинальной емкости)

	0.2С	0.5С	1.0С	1.5С	2.0С	3.0С
Элемент 1	1.0535538	1.0333377	1.0746515	1.0299602	1.0339419	1.0809959
Элемент 2	1.0429661	1.0207017	1.0757962	1.0180289	1.0228125	1.0327942
Элемент 3	1.0503789	1.026619	1.0673375	1.0595697	1.0282484	1.0347815
Элемент 4	1.0186293	1.0340492	1.0318107	1.0215174	1.0106751	1.2176698

Таблица 21 – Расчетные разрядные емкости литий-ионных аккумуляторов серии US18650VTC6 (доли номинальной емкости) и относительные погрешности расчета этих емкостей (в % в скобках)

	0.2С	0.5С	1.0С	1.5С	2.0С	3.0С
Элемент 1	1.0561443 (0.2458846)	1.066788 (3.2371104)	1.0756378 (0.0917823)	1.0787563 (4.7376618)	1.0800188 (4.4564296)	1.0795155 (0.1369462)
Элемент 2	1.0470513 (0.3916877)	1.0571702 (3.5728864)	1.072971 (0.2626121)	1.0851153 (6.5898246)	1.0882948 (6.4021797)	1.03195 (0.0817385)
Элемент 3	1.0535056 (0.2976739)	1.0615931 (3.4067251)	1.0673688 (0.0029319)	1.0675044 (0.748858)	1.0635666 (3.4347873)	1.0328701 (0.1847182)
Элемент 4	1.0093257 (0.9133426)	1.0233088 (1.0386723)	1.040145 (0.8077362)	1.0600178 (3.7689424)	1.0932843 (8.1736577)	1.2276626 (0.820649)

Из таблицы 21 видно, что максимальная погрешность модели для разрядных емкостей (107) – (116), таблица 13 ЛИА серии US18650VTC6 не превышает 7 – 9%, что для грубо поставленного эксперимента допустимо.

6.1.2.4. Экспериментальная проверка модели для разрядных напряжений литий-ионного аккумулятора

Имея разрядные кривые напряжения каждого ЛИА серии US18650VTC6 при опорных разрядных токах (0.2C, 1.0C, 3.0C), показанные на рисунке 212, рассчитаем разрядные кривые напряжений при токах разряда 0.2C, 0.5C, 1.0C, 1.5C, 2.0C, 3.0C соответственно, используя полученную модель разрядного напряжения, заданную в виде (85), (87) – (96), (117) – (155), (рисунок 213), а также рассчитаем погрешности полученной разрядной модели напряжения ЛИА серии US18650VTC6, заданной в виде уравнений (85), (87) – (96), (117) – (155) и таблицы 15 (рисунок 214).

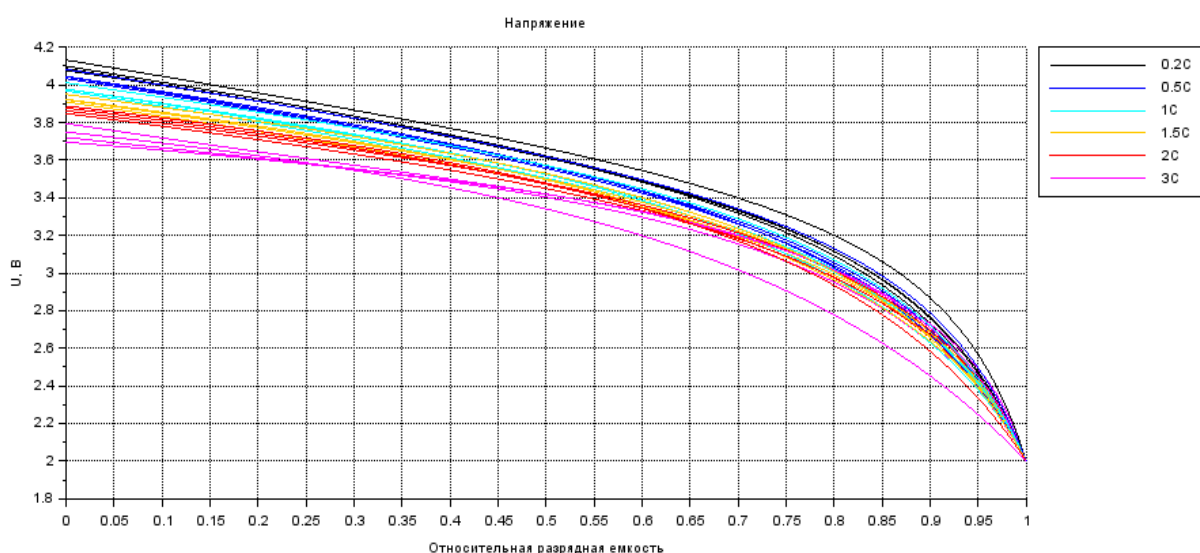


Рисунок 213 – Разрядное напряжение, рассчитанное по полученной модели разрядного напряжения

Из рисунка 214 видно, что относительная погрешность разрядовой модели ЛИА возрастает ближе к состоянию переразряда ЛИА и принимает значения до 11 – 12%. Это объясняется тем, что в силу сказанного выше по мере приближения ЛИА к переразряду в силу методики проведения эксперимента погрешности измерения возрастают. Поэтому такие результаты для такой методики проведения эксперимента вполне приемлемы. Рисунок 213 также подтверждает корректность полученной модели разрядного напряжения.

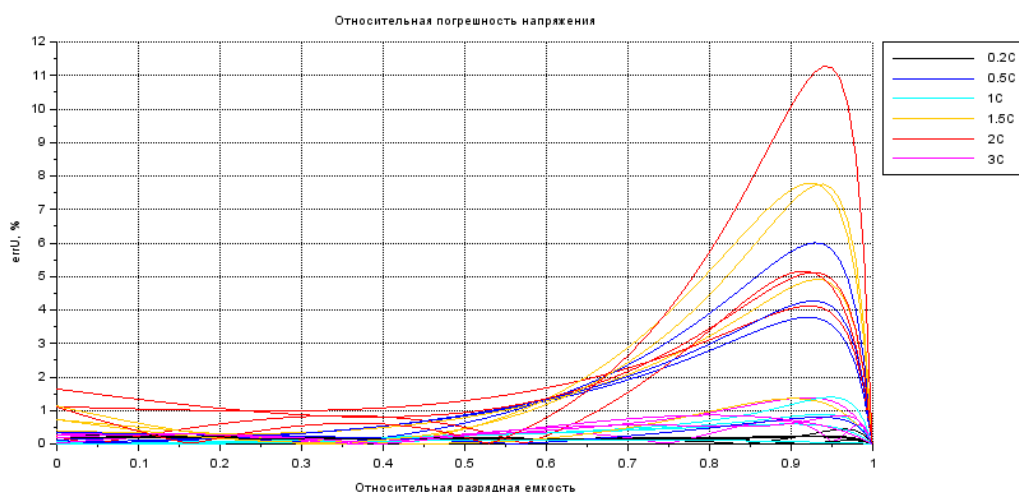


Рисунок 214 – Погрешности полученной модели разрядного напряжения литий-ионного аккумулятора серии US18650VTC6

Для повышения точности полученной разрядовой модели ЛИА необходимо повышать качество экспериментальных исследований ЛИА (использовать стабилизацию тока с возможностью его задания).

6.1.3. Дальнейшее совершенствование модели режима разряда литий-ионного аккумулятора

Описанная выше модель режима разряда ЛИА серии US18650VTC6 справедлива только для температуры окружающей среды 25°C. Поэтому, дальнейшее усовершенствование этой модели – расширение ее температурного диапазона.

Для расширения ее температурного диапазона необходимо также рассчитать различные динамики напряжения на клеммах, температуры, а также зарядного и разрядного критериев работоспособности ЛИА при различных температурах окружающей среды. Кривые упомянутых величин, как видно из рисунков 59 – 142, по форме аналогичны соответствующим опорным кривым, показанным на этих рисунках. Таким образом, для расширения температурного диапазона (диапазона температур окружающей среды), необходимо построить те же самые построенные выше математические модели режима разряда ЛИА, только каждая для «своей» температуры окружающей среды. Затем эти модели аналогично описанному выше

объединить в одну модель. С этой целью необходимо опорные кривые при различных температурах выразить аналогично описанному выше через опорные кривые, соответствующие некоторым опорным температурам.

Также опорные кривые зарядного и разрядного критериев работоспособности необходимо выразить описанным выше образом через опорные кривые напряжения и температуры. Описанные действия дадут возможность построить модель разряда ЛИА серии US18650VTC6 постоянным током для различных температур окружающей среды.

6.2. Синтез диагностической модели для определения ёмкости и температуры литий-ионных аккумуляторов в батарее

В процессе эксплуатации ЛИА неизбежны процессы старения, которые в первую очередь проявляются в ухудшении электродов, что приводит к уменьшению активной площади электродов [20]. Это в свою очередь приводит к снижению коэффициента интеркалируемости электродов и как следствие к повышению внутреннего сопротивления ЛИА. Это в свою очередь сказывается как на работе отдельного ЛИА, так и на работе всей ЛИАБ.

6.2.1. Разрядная модель литий-ионного аккумулятора с учетом процессов старения

В силу сказанного выше, используя в общем виде модели разрядных напряжения и температуры (83) и (84) соответственно (задаваемых в виде (85), (87) – (96), (107) – (155) и таблицами 13 и 15 и в виде (86), (97) – (106), (156) – (194) и таблицами 13 и 17), мы упрощенно получим модель разрядных напряжения и температуры в виде:

$$U_I^p = \hat{U}_I^p \left(\frac{I_k}{K_I C_{ном}}, \frac{Q}{C_{ном}} \right) \left[\tilde{U}_{0.2C}^{(контр)}(Q), \tilde{U}_{1.0C}^{(контр)}(Q), \tilde{U}_{3.0C}^{(контр)}(Q) \right], \quad (196)$$

$$T_I^p = \hat{T}_I^p \left(\frac{I_k}{K_I C_{ном}}, \frac{Q}{C_{ном}} \right) \left[\tilde{T}_{0.2C}^{(контр)}(Q), \tilde{T}_{1.0C}^{(контр)}(Q), \tilde{T}_{3.0C}^{(контр)}(Q) \right], \quad (197)$$

$$\tilde{U}_{0.2C}^{(контр)}(Q) = U_{0.2C}^{(контр)}(0) - \alpha_{0.2C}^U (U_{0.2C}^{(контр)}(0) - U_{0.2C}^{(контр)}(Q)), \quad \alpha_{0.2C}^U \geq 1, \quad (198)$$

$$\tilde{U}_{1.0C}^{(контр)}(Q) = U_{1.0C}^{(контр)}(0) - \alpha_{1.0C}^U (U_{1.0C}^{(контр)}(0) - U_{1.0C}^{(контр)}(Q)), \quad \alpha_{1.0C}^U \geq 1, \quad (199)$$

$$\tilde{U}_{3.0C}^{(\text{контр})}(Q) = U_{3.0C}^{(\text{контр})}(0) - \alpha_{3.0C}^U (U_{3.0C}^{(\text{контр})}(0) - U_{3.0C}^{(\text{контр})}(Q)), \alpha_{3.0C}^U \geq 1, \quad (200)$$

$$\tilde{T}_{0.2C}^{(\text{контр})}(Q) = T_{0.2C}^{(\text{контр})}(0) + \alpha_{0.2C}^T (T_{0.2C}^{(\text{контр})}(Q) - T_{0.2C}^{(\text{контр})}(0)), \alpha_{0.2C}^T \geq 1, \quad (201)$$

$$\tilde{T}_{1.0C}^{(\text{контр})}(Q) = T_{1.0C}^{(\text{контр})}(0) + \alpha_{1.0C}^T (T_{1.0C}^{(\text{контр})}(Q) - T_{1.0C}^{(\text{контр})}(0)), \alpha_{1.0C}^T \geq 1, \quad (202)$$

$$\tilde{T}_{3.0C}^{(\text{контр})}(Q) = T_{3.0C}^{(\text{контр})}(0) + \alpha_{3.0C}^T (T_{3.0C}^{(\text{контр})}(Q) - T_{3.0C}^{(\text{контр})}(0)), \alpha_{3.0C}^T \geq 1, \quad (203)$$

где коэффициенты $\alpha_{0.2C}^U$, $\alpha_{1.0C}^U$, $\alpha_{3.0C}^U$, $\alpha_{0.2C}^T$, $\alpha_{1.0C}^T$, $\alpha_{3.0C}^T$ характеризуют состояния электродов, обусловленные процессами старения, и возрастают с протеканием этих процессов старения. Как собственно и видно из рисунков 59 – 142, разрядные кривые напряжения и температуры аналогичны соответствующим опорным разрядным кривым, на этом и были выбраны аналитические выражения моделей разрядных напряжения и температуры (83) и (84) соответственно, что и делает целесообразным задание модели разрядных напряжения и температуры в виде (196) – (203).

С ростом коэффициентов $\alpha_{0.2C}^U$, $\alpha_{1.0C}^U$, $\alpha_{3.0C}^U$, $\alpha_{0.2C}^T$, $\alpha_{1.0C}^T$, $\alpha_{3.0C}^T$, как и видно из (196) – (203), разрядные напряжения падают, а температуры растут, что и наблюдается на практике.

В сжатом виде система уравнений (196) – (203) запишется:

$$U_I^p = \hat{\tilde{U}}_I^p \left(\frac{I_k}{K_I C_{\text{ном}}}, \frac{Q}{C_{\text{ном}}}, \alpha_{0.2C}^U, \alpha_{1.0C}^U, \alpha_{3.0C}^U \right) [U_{0.2C}^{(\text{контр})}(Q), U_{1.0C}^{(\text{контр})}(Q), U_{3.0C}^{(\text{контр})}(Q)], \quad (204)$$

$$T_I^p = \hat{\tilde{T}}_I^p \left(\frac{I_k}{K_I C_{\text{ном}}}, \frac{Q}{C_{\text{ном}}}, \alpha_{0.2C}^U, \alpha_{1.0C}^U, \alpha_{3.0C}^U, \alpha_{0.2C}^T, \alpha_{1.0C}^T, \alpha_{3.0C}^T \right) [T_{0.2C}^{(\text{контр})}(Q), T_{1.0C}^{(\text{контр})}(Q), T_{3.0C}^{(\text{контр})}(Q)]. \quad (205)$$

Используя (196) – (203), мы из начальных участков кривых разрядного напряжения и температуры определим коэффициенты $\alpha_{0.2C}^U$, $\alpha_{1.0C}^U$, $\alpha_{3.0C}^U$, $\alpha_{0.2C}^T$, $\alpha_{1.0C}^T$, $\alpha_{3.0C}^T$, а затем, зная эти коэффициенты, спрогнозируем из (196) – (203) напряжение (в том числе и разрядную емкость) и температуру ЛИА серии US18650VTC6.

6.2.2. Разрядная модель литий-ионной аккумуляторной батареи с учетом процессов старения

ЛИАБ представляет собой последовательное соединение блоков параллельно соединенных ЛИА серии US18650VTC6. Отсюда в силу (204) и (205) имеем:

$$U_{I,i}^p = \hat{U}_I^p \left(\frac{I_{k,i,j}}{K_I C_{ном}}, \frac{Q_{i,j}}{C_{ном}}, \mathbf{\alpha}_{i,j}^U \right) \left[U_{0.2C,i,j}^{(контр)}(Q), U_{1.0C,i,j}^{(контр)}(Q), U_{3.0C,i,j}^{(контр)}(Q) \right], \quad j = 1, n_{\bar{\alpha}m,i}, \quad i = 1, n_{\bar{\alpha}l}, \quad (206)$$

$$T_I^p = \hat{T}_I^p \left(\frac{I_{k,i,j}}{K_I C_{ном}}, \frac{Q_{i,j}}{C_{ном}}, \mathbf{\alpha}_{i,j}^U, \mathbf{\alpha}_{i,j}^T \right) \left[T_{0.2C}^{(контр)}(Q), T_{1.0C}^{(контр)}(Q), T_{3.0C}^{(контр)}(Q) \right], \quad j = 1, n_{\bar{\alpha}m,i}, \quad i = 1, n_{\bar{\alpha}l}, \quad (207)$$

$$\mathbf{\alpha}_{i,j}^U = (\alpha_{0.2C,i,j}^U \quad \alpha_{1.0C,i,j}^U \quad \alpha_{3.0C,i,j}^U), \quad \mathbf{\alpha}_{i,j}^T = (\alpha_{0.2C,i,j}^T \quad \alpha_{1.0C,i,j}^T \quad \alpha_{3.0C,i,j}^T), \quad j = 1, n_{\bar{\alpha}m,i}, \quad i = 1, n_{\bar{\alpha}l}, \quad (208)$$

$$I_{\bar{\alpha}l,i} = \sum_{j=1}^{n_{\bar{\alpha}m,i}} I_{k,i,j}, \quad i = 1, n_{\bar{\alpha}l}, \quad (209)$$

$$U_{I,\bar{\alpha}m}^p = \sum_{i=1}^{n_{\bar{\alpha}l}} U_{I,i}^p, \quad (210)$$

где $I_{\bar{\alpha}l,i}$, $i = 1, n_{\bar{\alpha}l}$ - разрядный ток каждого блока параллельно соединенных ЛИА серии US18650VTC6; $U_{I,\bar{\alpha}m}^p$ - напряжение ЛИАБ; $n_{\bar{\alpha}m,i}$, $i = 1, n_{\bar{\alpha}l}$ - число ЛИА серии US18650VTC6 в блоке, а $n_{\bar{\alpha}l}$ - число блоков параллельно соединенных ЛИА серии US18650VTC6. Используя систему (206) – (209), мы также по начальным участкам разрядных кривых напряжения каждого блока параллельно соединенных ЛИА серии US18650VTC6 и температуры каждого ЛИА серии US18650VTC6 определим коэффициенты $\alpha_{0.2C,i,j}^U$, $\alpha_{1.0C,i,j}^U$, $\alpha_{3.0C,i,j}^U$, $\alpha_{0.2C,i,j}^T$, $\alpha_{1.0C,i,j}^T$, $\alpha_{3.0C,i,j}^T$, $j = 1, n_{\bar{\alpha}m,i}$, $i = 1, n_{\bar{\alpha}l}$ каждого такого ЛИА, а также ток $I_{k,i,j}$, $j = 1, n_{\bar{\alpha}m,i}$, $i = 1, n_{\bar{\alpha}l}$ через каждый такой ЛИА серии US18650VTC6 на этих начальных участках кривой. Затем, зная эти коэффициенты $\alpha_{0.2C,i,j}^U$, $\alpha_{1.0C,i,j}^U$, $\alpha_{3.0C,i,j}^U$, $\alpha_{0.2C,i,j}^T$, $\alpha_{1.0C,i,j}^T$, $\alpha_{3.0C,i,j}^T$, $j = 1, n_{\bar{\alpha}m,i}$, $i = 1, n_{\bar{\alpha}l}$ каждого ЛИА серии US18650VTC6, мы, используя (206) – (209), определим токи $I_{k,i,j}$, $j = 1, n_{\bar{\alpha}m,i}$, $i = 1, n_{\bar{\alpha}l}$ через каждый такой ЛИА, а затем, также в силу (206) – (210) спрогнозируем напряжение (в том числе и разрядную емкость) и температуру каждого ЛИА в батарее, а также напряжение батареи.

6.3. Применение математической модели для прогнозирования предотказных состояний литий-ионного аккумулятора

В штатных ситуациях на борту ВС ЛИАБ работает в буферном режиме [15, 353]. Однако в нештатных ситуациях, когда имеется необходимость электропитания приемников электрической энергии первой категории, ЛИАБ разряжается [15, 353]. И тут возникает необхо-

димость прогнозирования разрядного напряжения и емкости ЛИАБ, а также температуру каждого элемента в батарее.

В случае кратковременных нагрузок на ЛИАБ (рисунок 215а) каждый ЛИА в этой батарее выдает начальные участки разрядных напряжения и температуры. По этому участку мы описанным выше образом с использованием (206) – (209) определяем коэффициенты α с индексами каждого ЛИА серии US18650VTC6, а далее в силу (206) – (210) прогнозируем напряжения, температуры и емкости каждого такого ЛИА (рисунок 215б). Спрогнозировав текущую разрядную емкость каждого ЛИА в батарее, мы можем, имея кривую падения разрядной емкости ЛИА (рисунок 215в), спрогнозировать разрядную емкости каждого ЛИА.

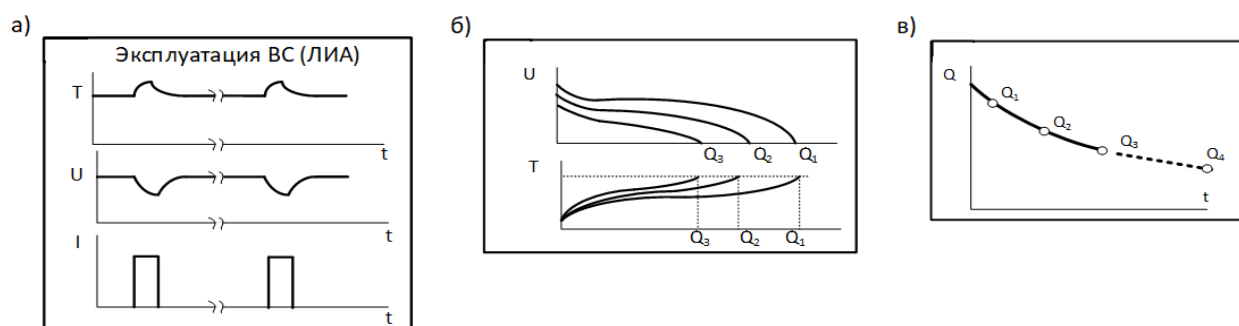


Рисунок 215 – Прогнозирование отданной разрядной емкости, напряжения и температуры литий-ионной аккумуляторной батареи

Такой прогноз нам дает возможность оценить пригодность ЛИАБ для решения различных задач, возникающих на борту ЛИАБ в полете [15].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С целью **сохранения лётной годности** воздушных судов, на которых предполагается эксплуатация новых химических источников электроэнергии, разработаны научные основы получения диагностических и прогностических моделей таких ХИЭЭ. Реализация таких моделей гарантирует предотвращение аварий и недопущение вылетов с потенциально опасными ХИЭЭ средствами интеллектуальных цифровых систем распределения электроэнергии, т.е. **обеспечивает необходимый уровень безопасности полётов ВС.**

В работе получен ряд новых **научных и практических результатов:**

1. Разработаны научные основы оценивания работоспособности перспективных авиационных ХИЭЭ, представляющие собой единый подход получения диагностических и прогностических моделей авиационных ХИЭЭ различных физико-химических систем, состоящие из: кинетической теоремы современной неравновесной термодинамики, потенциально-потокowego метода, методов адаптации моделей и их программной реализации.
2. Впервые сформулирована и доказана кинетическая теорема современной неравновесной термодинамики, которая явилась основой ППМ формирования системы уравнений динамики ФХП в системах произвольной физической и химической природы.
3. Разработан новый потенциально-потоковой метод формирования системы уравнений динамики неравновесных термодинамических процессов в перспективных авиационных ХИЭЭ, в частности в ЛИА.
4. Разработана методика адаптации моделей динамики ФХП для решения задач диагностики и прогнозирования путем численно-аналитического преобразования этих моделей динамики ФХП.
5. Выполнена программная реализация методов современной неравновесной термодинамики с использованием модельно-ориентированного подхода и методов численно-аналитического преобразования потенциально-потокowych моделей для решения задач диагностики и прогнозирования.
6. Разработана концепция и структура распределенной информационной системы построения модели исследуемого объекта из объектно-ориентированной модели процессов этой системы. При условии максимального распараллеливания подза-

дач такая информационная система ускорит построение модели объекта в 50 – 90 раз.

7. Впервые получена полная математическая модель динамики ФХП в ЛИА, являющаяся основой для создания диагностических и прогностических моделей, которая учитывает 7 степеней свободы и включает в себя 5 функций состояния для свойств веществ и процессов.
8. Из полной математической модели динамики процессов в ЛИА были получены модели напряжения (с погрешностью 1%), температуры (с погрешностью 1.4%), разрядной емкости (с погрешностью 0.7%).
9. На примере экспериментальных исследований типовых литий-ионных аккумуляторов Sony US18650VTC6 продемонстрирована технология получения математических моделей для диагностирования и прогнозирования фактической емкости и температуры аккумуляторов в процессе эксплуатации с учетом эффекта старения. Относительная погрешность модели напряжения не превышает 11%, модели емкости – 8% .

Дальнейшие исследования должны быть направлены на:

1. Разработку автоматизированной системы получения диагностических и прогностических моделей для любых типов новых ХИЭЭ по экспериментальным данным (используя в том числе и существующие библиотеки, реализующие рассмотренные в работе методы [349 – 351, 354]), которые должны стать составной частью цифровых портретов ХИЭЭ, а также на основе этих моделей синтезировать алгоритмы управления этими ХИЭЭ.
2. Синтезу усовершенствованных систем управления новыми ХИЭЭ на основе различных параллельных процессоров [355] для реализации вышеупомянутых (более сложных алгоритмов управления) этими ХИЭЭ.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- ВС – воздушное судно
ВСУ – вспомогательная силовая установка
ВХС – выходная характеристика системы
КМ – кинетическая матрица
КП – координаты процессов
КПД – коэффициент полезного действия
КС – координаты состояния
ЛИА – литий-ионный аккумулятор
ЛИАБ – литий-ионные аккумуляторные батареи
ЛС – лабораторная система
МЭБ – мембранно-электродный блок
ПВД – промежуточные входные динамики
ПВЗ – потенциалы взаимодействия
ППМ – потенциально-потоковый метод
ПС – параметры состояния
СВП – свойства веществ и процессов
ТОТЭ – твердооксидный топливный элемент
ТПТЭ – твердополимерный топливный элемент
ТС – термодинамические силы
ТЭ – топливный элемент
ФР – функциональные разложения
ФС – функции состояния
ФХП – физико-химический процесс
ФХС – физико-химическая система
ХИЭЭ – химический источник электрической энергии
ЭСС – энергетическая степень свободы

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Халютин, С.П. Электрификация летательных аппаратов – от ПЕ-2 до полностью электрического самолета. Направления и исследования / С.П. Халютин // Электропитание. - 2018. - № 4. - С. 4.
2. Лёвин, А.В. Тенденции и перспективы развития авиационного электрооборудования / А.В. Левин, С.П. Халютин, Б.В. Жмуров // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. - 2015. - № 213 (3). - С. 50.
3. Яновский, Л.С. Альтернативные варианты энергоустановок двигателей на базе топливных элементов [Электронный ресурс] / Л.С. Яновский, В.В. Крымов, А.Г. Финогеев // Электронный журнал «Труды МАИ». - 2012. - № 56. - Режим доступа: www.mai.ru/science/trudy/.
4. Яновский, Л.С. Структурно-функциональная схема авиационной вспомогательной силовой установки на базе топливных элементов [Электронный ресурс] / Л.С. Яновский, В.В. Крымов, И.В. Завалишин, П.Н. Березко // Электронный журнал «Труды МАИ». - 2012. - № 56. - Режим доступа: www.mai.ru/science/trudy/.
5. Харин, А.А. Инновационные технологии применения топливных элементов в гражданской авиации / А.А. Харин, О.Е. Никитина // Актуальные вопросы современной техники и технологии: Сборник докладов II-й Международной научной заочной конференции (Липецк, 2 октября 2010 г.); Под. ред. А.В. Горбенко, С.В. Довженко. - Липецк: Издательский центр «Де-факто», 2010. - С. 209.
6. Левин, А.В. Электрический самолет: концепция и технологии / А.В. Левин, С.М. Мусин, С.А. Харитонов, К.Л. Ковалев, А.А. Герасин, С.П. Халютин. - Уфа: Уфимский государственный авиационный технический университет, 2014. - 388 с.
7. Каргопольцев, В.А. Энергетические установки для авиации на основе электрохимических генераторов / В.А. Каргопольцев, Ю.А. Добровольский, О.Д. Селиванов, С.М. Алдошин, М.А. Погосян, В.И. Бабкин // Сборник тезисов Всероссийской конференции с международным участием «Топливные элементы и энергоустановки на их основе». - Черноголовка: Издательство Черноголовка, 2013. - С. 74.
8. Добровольский, Ю.А. Перспективные источники энергии для авиации / Ю.А. Добровольский, В.О. Павлов, А.В. Левченко // Материалы Всероссийской научно-

- технической конференции «XII научные чтения, посвященные памяти Н.Е. Жуковского». - М.: Издательский дом Академии имени Н.Е. Жуковского, 2015. - С. 51.
9. Лысков, Н.В. Особенности электрохимического поведения катодных материалов ТОТЭ на основе слоистых курпатов / Н.В. Лысков, М.З. Галин, Л.С. Леонова [и др.] // Сборник тезисов Всероссийской конференции с международным участием «Топливные элементы и энергоустановки на их основе». - Черногловка: Издательство Черногловка, 2013. - С. 54.
10. Стенина, И.А. Низкотемпературные топливные элементы: перспективы применения для систем аккумулирования энергии и материалы для их разработки (обзор) / И.А. Стенина, Е.Ю. Сафронова, А.В. Левченко, Ю.А. Добровольский, А.Б. Ярославцев // Теплоэнергетика. - 2016. - № 6. - с. 4.
11. Липилин, А.С. Роль твердооксидных топливных элементов в стратегии развития человечества / А.С. Липилин, Eric D. Wachsman // Сборник тезисов Всероссийской конференции с международным участием «Топливные элементы и энергоустановки на их основе». - Черногловка: Издательство Черногловка, 2013. - С. 17.
12. Яновский, Л.С. Перспективы использования твердооксидных топливных элементов на воздушном транспорте / Л.С. Яновский, А.В. Байков, В.В. Разносчиков, И.С. Аверьков // Сборник тезисов Всероссийской конференции с международным участием «Топливные элементы и энергоустановки на их основе». - Черногловка: Издательство Черногловка, 2013. - С. 79.
13. Семейко, Г.Д. Анализ возможности применения возобновляемых источников энергии для электроснабжения аэродромов на малоосвещенных территориях Сибири, Дальнего Востока, арктической зоны РФ с учетом географических и климатических особенностей / Г.Д. Семейко, С.П. Халютин // Материалы Всероссийской научно-технической конференции «XVI научные чтения, посвященные памяти Н.Е. Жуковского». - М.: Издательский дом Академии имени Н.Е. Жуковского, 2019. - С. 167.
14. Васильев, Ю.В. Развитие автономной энергетики в рамках Арктической программы МФТИ / Ю.В. Васильев, Д.А. Агарков, С.И. Бредихин [и др.] // Шестая Всероссийская конференция с международным участием «Топливные элементы и энергоустановки на их основе». - Черногловка: Издательство Черногловка, 2019. - С. 35.
15. Халютин, С.П. Системы электроснабжения летательных аппаратов / С.П. Халютин, М.Л. Тюляев, Б.В. Жмуров, В.В. Иванов, В.А. Савенко, С.М. Мусин. - М.: Издательство ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», 2010. - 428 с.

16. Иванов, В.В. Формирование требований к авиационным литий-ионным аккумуляторным батареям / В.В. Иванов, И.В. Мараховский, С.В. Кравченко // Материалы Всероссийской научно-технической конференции «X научные чтения, посвященные памяти Н.Е. Жуковского». - М.: Издательский дом Академии имени Н.Е. Жуковского, 2013. - С. 303.
17. Добровольский, Ю.А. Новые мобильные источники тока для транспорта. Материалы доклада на заседании Научного семинара по проблемам авиационно-космической энергетики имени академика В.С. Кулебакина [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.ipu.ru/press-center/48402>
18. Галлямов, М.О. Топливные элементы с полимерной мембраной: Материалы по курсу по основам топливных элементов / М.О. Галлямов, А.Р. Хохлов. - М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2014. - 72 с.
19. Добровольский, Ю.А. Протоннообменные мембраны для водородно-воздушных топливных элементов / Ю.А. Добровольский, Е.В. Волков, А.В. Писарева // Российский химический журнал (Журнал Российского химического общества им. Д.И. Менделеева). - 2006. - Т. 1. - № 6. - С. 95.
20. Кедринский, И.А. Литий-ионные аккумуляторы / И.А. Кедринский, В.Г. Яковлев. - Красноярск: «Платина», 2002. - 268 с.
21. Аккумуляторные батареи на борту Боинг 787 [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.jal.co.jp/rul/ru/flight/boeing787/battery/>
22. Хроника инцидентов с Boeing 787 Dreamliner [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://aif.ru/society/science/hronika_incidentov_s_boejnh_787_dreamliner
23. Авиакомпании приостанавливают полеты самолетов Boeing 787 [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.ato.ru/content/aviakompanii-priostanavlivayut-polety-samoletov-boeing-787>
24. Boeing 787 Dreamliner временно отстранены от полётов из-за частых инцидентов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://aif.ru/incidents/292781>
25. Обсуждение авиационных происшествий с самолетами Boeing 787 Dreamliner [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://aviaforum.ru/threads/obsuzhdenie-aviacionnyx-proisshestvij-s-samoletami-boeing-787-dreamliner.35859/>
26. Два инцидента с самолетами Boeing 787 в Бостоне [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.ato.ru/content/dva-incidenta-s-samoletami-boeing-787-v-bostone>
27. Boeing 787 Dreamliner battery problems [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://wiki2.wiki/wiki/Boeing_787_Dreamliner_battery_problems

28. Boeing Dreamliner's Lithium-Ion Battery Fails On United Flight To Paris [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.forbes.com/sites/christinenegroni/2017/12/01/dreamliners-beleaguered-lithium-ion-battery-creates-problem-on-united-flight-to-paris/?sh=75c470108513>
29. ЧП с самолетами Boeing 787 Dreamliner в мире в 2010-2013 годах [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://ria.ru/20130712/949407078.html>
30. Причиной пожара на борту Boeing 787 назвали небрежную сертификацию [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.ato.ru/content/prichinoy-pozhara-na-bortu-boeing-787-nazvali-nebrezhnuyu-sertifikaciyu>
31. Израильский электрический самолет Alice сгорел во время испытаний [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://hightech.fm/2020/01/24/alice-air>
32. Аккумуляторная батарея израильского электрического самолета взорвалась при пожаре [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://nplus1.ru/news/2020/11/23/alice>
33. Батарея пассажирского электросамолёта взорвалась из-за самовозгорания [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.popmech.ru/technologies/news-645633-batareya-passazhirskogo-elektrosamolyota-vzorvalas-iz-za-samovozgoraniya/>
34. Электрический самолёт Alice израильской компании Eviation [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://oleggranovsky.livejournal.com/278616.html>
35. Lithium-ion battery [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Lithium-ion_battery
36. Давидов, А.О. Механизмы старения и деградации литий-ионных аккумуляторов / А.О. Давидов, Б.В. Жмуров, В.П. Степанченко // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. - 2018. - № (3). - С. 25.
37. Ярославцев, А.Б. Наноструктурированные материалы для низкотемпературных топливных элементов / А.Б. Ярославцев, Ю.А. Добровольский, Н.С. Шаглаева [и др.] // Успехи химии. - 2012. - Т. 81. - № 3. - С. 191.
38. Зюбина, Т.С. Полимерный электролит на основе мембраны Nafion, пластифицированной диметилсульфоксидом, и особенности транспорта в нем ионов щелочных металлов. Квантово-механическое моделирование / Т.С. Зюбина, Е.А. Сангинов, А.С. Зюбин [и др.] // Журнал неорганической химии. - 2020. - Т. 65. - № 3. - С. 360.
39. Сангинов, Е.А. Формирование в мембране нафион протон-проводящих полимерных добавок на основе сульфированного сшитого полистирола / Е.А. Сангинов, К.С. Новикова, Н.Н. Дремова, Ю.А. Добровольский // Высокомолекулярные соединения. Серия Б. - 2019. - Т. 61. - № 1. - С. 71.

40. Шмыглева, Л.В. Влияние хлорной кислоты на протонпроводящие свойства сульфированного каликс[4]арена / Л.В. Шмыглева, Р.Р. Каюмов, А.И. Карелин, Ю.А. Добровольский // *Электрохимия*. - 2018. - Т. 54. - № 5. - С. 469.
41. Крицкая, Д.А. Скорость переноса жидкой воды и ее насыщенных паров через полимерные протонообменные мембраны / Д.А. Крицкая, Э.Ф. Абдрашитов, В.Ч. Бокун [и др.] // *Мембраны и мембранные технологии*. - 2018. - Т. 8. - № 3. - С. 182.
42. Mugasimova, K.R. Fabrication of aquivion-type membranes and optimization of their elastic and transport characteristics / K.R. Mugasimova, A.M. Kashin, G.M. Don [etc.] // *Ionics*. - 2018. - V. 24. - № 12. - PP. 3897.
43. Карелин, А.И. Исследование полимерного протонпроводящего электролита на основе поливинилового спирта и фенол-2,4-дисульфокислоты методом колебательной спектроскопии / А.И. Карелин, А.В. Писарева, Р.В. Писарев, Ю.А. Добровольский // *Высокомолекулярные соединения. Серия Б*. - 2018. - Т. 60. - № 1. - С. 41.
44. Novikova, K. Influence of carbon support on catalytic layer performance of proton exchange membrane fuel cells / K. Novikova, A. Kuriganova, N. Smirnova [etc.] // *Electrocatalytic*. - 2018. - V. 9. - № 1. - С. 22.
45. Пономарев, А.Н. Синтез и исследование свойств полимерных нанокомпозитных ионообменных мембран на основе сульфированного полистирола / А.Н. Пономарев, Э.Ф. Абдашитов, Д.А. Крицкая [и др.] // *Электрохимия*. - 2017. - Т. 53. - № 6. - С. 666.
46. Арсланова, А.А. Синтез и исследование новых протонпроводящих полимер-полимерных нанокомпозитов на основе нафион и сульфированного полистирола / А.А. Арсланова, Е.А. Сангинов, Ю.А. Добровольский // *Сборник тезисов докладов на III Всероссийской молодежной конференции «Успехи химической физики»*. - М.: Издательский дом граница, 2016. - С. 106.
47. Павлов, В.И. Дегградация РТ/С-электрокатализаторов с различной морфологией в низкотемпературных топливных элементах с полимерной мембраной / В.И. Павлов, Е.В. Герасимова, Е.В. Золотухина [и др.] // *Российские нанотехнологии*. - 2016. - Т. 11. - № 11. - С. 60.
48. Новикова, К.С. Влияние морфологии углеродного носителя и содержания ионопроводящего полимера на мощностные характеристики твердополимерного топливного элемента / К.С. Новикова, Ю.А. Добровольский // *Пятая конференция с элементами научной школы для молодежи «Органические и гибридные материалы»*. - Иваново: Ивановский государственный университет, 2015. - С. 158.

49. Зюбина, Т.С. Квантово-химическое моделирование миграции водорода на композитном катализаторе $\text{Pt}_{29}/\text{SnO}_2$ / Т.С. Зюбина, А.С. Зюбин, Ю.А. Добровольский, В.М. Волохов // Известия академии наук. Серия химическая. - 2015. - № 4. - С. 752.
50. Шмыглева, А.В. Влияние строения каликс[4]арен-пара-сульфокислоты на ее транспортные свойства / А.В. Шмыглева, Е.А. Сангинов, Р.Р. Каюмов, А.Е. Укше, Ю.А. Добровольский // Электрохимия. - 2015. - Т. 51. - № 5. - С. 540.
51. Каюмов, Р.Р. Проводимость мембран Нафион-115, допированных неорганическими кислотами / Р.Р. Каюмов, Л.В. Шмыглева, Ю.А. Добровольский // Электрохимия. - 2015. - Т. 51. - № 6. - С. 636.
52. Добровольский, Ю.А. Протоннообменные мембраны на основе гетерополисоединений для низкотемпературных топливных элементов / Ю.А. Добровольский, А.И. Чиркин, Е.А. Сангинов, А.В. Чуб // Международный научный журнал «Альтернативная энергетика и экология». - 2015. - № 4(168). - С. 22.
53. Зюбин, А.С. Наночастицы платины на различных типах поверхности диоксида титана: квантово-химическое моделирование / А.С. Зюбин, Т.С. Зюбина, Ю.А. Добровольский, [и др.] // Журнал неорганической химии. - 2014. - Т. 59. - № 8. - С. 1038.
54. Нефедкин, С.И. Каталитические черни платины, полученные методом магнетронного напыления в вакууме, в топливных элементах с твердым полимерным электролитом / С.И. Нефедкин, О.В. Холичев, В.И. Павлов [и др.] // Электрохимия. - 2014. - Т. 50. - № 7. - С. 692.
55. Каюмов, Р.Р. «Самоувлажняемые» нанокompозитные мембраны Nafion/Pt для низкотемпературных твердополимерных топливных элементов / Р.Р. Каюмов, Е.А. Сангинов, Е.В. Золотухина [и др.] // Письма в международный научный журнал «Альтернативная энергетика и экология». - 2014. - № 4. - С. 23.
56. Sanginov, E. Selfhumidifying platinum-nafion composite membranes for pefcs / E. Saginov, E. Zolotukhina, Yu. Dobrovolsky, D. Shaposhnikov // Сборник тезисов Всероссийской конференции с международным участием «Топливные элементы и энергоустановки на их основе». - Черногловка: Издательство Черногловка, 2013. - С. 160.
57. Гутерман, В.Е. Платиносодержащие электрокатализаторы для низкотемпературных топливных элементов: возможности управления разноуровневой микроструктурой / В.Е. Гутерман // Сборник тезисов Всероссийской конференции с международным участием «Топливные элементы и энергоустановки на их основе». - Черногловка: Издательство Черногловка, 2013. - С. 29.

58. Зюбин, А.С. Наночастицы платины на поверхности допированного сурьмой диоксида олова: квантово-химическое моделирование / А.С. Зюбин, Т.С. Зюбина, Ю.А. Добровольский [и др.] // Журнал неорганической химии. - 2013. - Т. 58. - № 12. - С. 1616.
59. Фролова, Л.А. Влияние оксида церия на активность платиновых катализаторов окисления водорода и СО / Л.А. Фролова, Л.С. Леонова, А.А. Арсланова, Ю.А. Добровольский // Электрохимия. - 2013. - Т. 49. - № 8. - С. 915.
60. Фролова, Л.А. Платиновые электрокатализаторы на основе оксидных носителей для водородных и метанольных топливных элементов / Л.А. Фролов, Ю.А. Добровольский // Известия академии наук. Серия химическая. - 2011. - № 6. - С. 1076.
61. Абдрашитов, Э.Ф. Синтез и транспортные свойства протон-проводящих мембран на основе пленок поливинилиденфторида с введенным и сульфированным полистиролом / Э.Ф. Абдрашидов, В.Ч. Бокун, Д.А. Крицкая [и др.] // Электрохимия. - 2011. - Т. 47. - № 4. - С. 411.
62. Коровин, Н.В. Топливные элементы и электрохимические энергоустановки: состояние развития и проблемы / Н.В. Коровин // Водородная энергетика и транспорт. - 2004. - № 10 (18). - С. 8.
63. Григорьев, С.А. Электрокаталитические слои на основе восстановленного оксида графена для приготовления низкотемпературных топливных элементов / С.А. Григорьев, А.С. Пушкарев, В.Н. Калиниченко [и др.] // Кинетика и катализ. - 2015. - Т. 56. - № 5. - С. 698.
64. Григорьев, С.А. Исследование наноструктурных электрокатализаторов, синтезированных методом магнетронно-ионного распыления платины на металлизированный наноуглеродный носитель / С.А. Григорьев, А.А. Федотов, В.Ю. Мурзин [и др.] // Электрохимия. - 2015. - Т. 51. - № 9. - С. 915.
65. Григорьев, С.А. Наноструктурные электрокатализаторы на основе платины и никеля для топливных элементов с твердым полимерным электролитом, синтезированные магнетронно-ионным распылением в импульсном режиме / С.А. Григорьев, Е.К. Лютикова, И.В. Марусева [и др.] // Международный научный журнал «Альтернативная энергетика и экология». - 2014. - № 19(159). - С. 107.
66. Тутаева, А.Н. Получение родийсодержащего высокодисперсного катализатора для электрохимических энергетических устройств / А.Н. Тутаева, В.П. Луковцев, В.В. Высоцкий // Электрохимическая энергетика. - 2018. - Т. 18. - № 2. - С. 91.
67. Ярославцев, А.Б. Мембранные материалы для электрохимических источников тока / А.Б. Ярославцев, И.А. Стенина // Материалы Международной научно-технической

- конференции «Современные электрохимические технологии и оборудование - 2019». - Минск: Белорусский государственный технологический университет, 2019. - С. 10.
68. Попова, С.С. Химические источники тока. Литий-ионные аккумуляторы пленочной конструкции / С.С. Попова, А.В. Денисов, Г.П. Денисова. - Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т., 2009. - 53 с.
69. Wilson, A.M. Lithium Insertion in Carbons Containing Nanodispersed Silicon / A.M. Wilson, J.R. Dahn / A.M. Wilson, J.R. Dahn // *J. Electrochem. Soc.* - 1995. - V. 142. - No 2. - P. 326.
70. Кабанов, Б.Н. Электрохимическое внедрение щелочных металлов / Б.Н. Кабанов, И.И. Астахов, И.Г. Киселева // *Успехи химии.* - 1965. - Т. 34. - № 10. - С. 1813.
71. Чудинов, Е.А. Композиционные материалы для литий-ионного аккумулятора / Е.А. Чудинов, С.А. Ткачук, В.Г. Бахвалов [и др.] // *Научное обозрение. Технические науки.* - 2014. - № 2. - С. 216.
72. Park M. A review of conduction phenomena in Li-ion batteries / M. Park, X. Zhang, M. Chung, G.B. Less. A. M. Sastry. // *J. Power Sources.* - 2010. - № 195. - P. 7904.
73. Чудинов, Е.А. Кинетические и транспортные характеристики электродов и электролитов / Е.А. Чудинов, С.А. Ткачук, В.С. Шишко, И.А. Кедринский, В.Г. Бахвалов, А.Н. Кокорин // *Современные проблемы науки и образования.* - 2013. - № 3. - С. 441.
74. Евщик, Е.Ю. Твердотельный литий-ионный аккумулятор на основе LiFePO_4 , литированной формы мембраны Nafion и $\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}$ / Е.Ю. Евщик, А.В. Шиховцева, Е.А. Сангинов [и др.] // *Материалы Международной научно-технической конференции «Современные электрохимические технологии и оборудование - 2019».* - Минск: Белорусский государственный технологический университет, 2019. - С. 140.
75. Стенина, И.А. Композиты на основе титаната лития и углеродных наноматериалов, как анодные материалы для литий-ионных аккумуляторов / И.А. Стенина, Р.Р. Шайдулин, А.В. Десятов, А.Б. Ярославцев // *Материалы Международной научно-технической конференции «Современные электрохимические технологии и оборудование - 2019».* - Минск: Белорусский государственный технологический университет, 2019. - С. 136.
76. Pershina, S. $\text{Li}_{1.5}\text{Al}_{0.5}\text{Ge}_{1.5}(\text{PO}_4)_3$ glass-ceramics as solid electrolyte for lithium batteries: conductivity and stability versus lithium / S. Pershina, E. Il'ina, K. Druzhinin // *Материалы Международной научно-технической конференции «Современные электрохимические технологии и оборудование - 2019».* - Минск: Белорусский государственный технологический университет, 2019. - С. 138.

77. Корнилов, Д.Ю. Катодный материал состава $\text{LiNi}_{0.33}\text{Mn}_{0.33}\text{Co}_{0.33}\text{O}_2$ модифицированный восстановленным оксидом графена / Д.Ю. Корнилов // *Материалы Международной научно-технической конференции «Современные электрохимические технологии и оборудование - 2019»*. - Минск: Белорусский государственный технологический университет, 2019. - С. 332.
78. Евщик, Е.Ю. Исследование процессов внедрения-экстракции лития в отрицательный электрод на основе $\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}$ при использовании в качестве электролита литированной формы мембраны нафион / Е.Ю. Евщик, В.Д. Журавлев, А.В. Шиховцева [и др.] // *Материалы III Всероссийской конференции с международным участием, посвященной 75-летию Института химии твердого тела и механохимии СО РАН материалы III Всероссийской конференции с международным участием, посвященной 75-летию Института химии твердого тела и механохимии СО РАН «Горячие точки химии твердого тела: от новых идей к новым материалам»*. - Новосибирск: Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, 2019. - С. 233.
79. Zhuravlev, V.D. Solution combustion synthesis of lithium cobalt oxide - cathode material for lithium-ion batteries / V.D. Zhuravlev, L.V. Ermakova, O.V. Bushkova [etc.] // *International journal of electrochemical science*. - 2019. - V. 14. - № 3. - PP. 2965.
80. Зюбин, А.С. Квантово-химическое моделирование контакта поверхности супер-ионного проводника $\text{Li}_{10}\text{GeP}_2\text{S}_{12}$ с различными материалами / А.С. Зюбин, Т.С. Зюбина, Ю.А. Добровольский, В.М. Волохов // *Журнал неорганической химии*. - 2018. - Т. 63. - № 1. - С. 75.
81. Evshchik, E. Magnetron sputtering silicon thin film electrodes for lithium-ion batteries / E. Evshchik, A. Levchenko, A.V. Shikhovtseva [etc.] // *International journal of electrochemical science*. - 2018. - V. 13. - № 3. - PP. 2860.
82. Зюбина, Т.С. Взаимодействие твердого и полимерного литиевых электролитов с композитами на основе углеродных нитей и кремниевых нанокластеров. Квантово-химическое моделирование / Т.С. Зюбина, А.С. Зюбин, Ю.А. Добровольский, В.М. Волохов // *Журнал неорганической химии*. - 2017. - Т. 62. - № 10. - С. 1368.
83. Зюбина, Т.С. Неводный полимерный электролит на основе Li-нафиона. Квантово-химическое моделирование / Т.С. Зюбина, А.С. Зюбин, Ю.А. Добровольский, В.М. Волохов // *Журнал неорганической химии*. - 2017. - Т. 62. - № 8. - С. 1061.
84. Зюбин, А.С. Квантово-химическое моделирование извлечения лития из композита литий-кремний-карбид кремния / А.С. Зюбин, Т.С. Зюбина, Ю.А. Добровольский, В.М. Волохов // *Журнал неорганической химии*. - 2017. - Т. 62. - № 9. - С. 1189.

85. Бушкова, О.В. Новые соли лития в электролитах для литий-ионных аккумуляторов (обзор) / О.В. Бушкова, Т.В. Ярославцева, Ю.А. Добровольский // Электрохимия. - 2017. - Т. 53. - № 7. - С. 763.
86. Зюбин, А.С. Анодные материалы на основе кремния и углерода: квантово-химическое моделирование / А.С. Зюбин, Т.С. Зюбина, Ю.А. Добровольский, В.М. Волохов // Журнал неорганической химии. - 2016. - Т. 61. - № 1. - С. 51.
87. Зюбин, А.С. Квантово-химическое моделирование поглощения лития композитом кремний-карбид кремния / А.С. Зюбин, Т.С. Зюбина, Ю.А. Добровольский, В.М. Волохов // Журнал неорганической химии. - 2016. - Т. 61. - № 11. - С. 1476.
88. Зюбин, А.С. Миграция ионов лития в неводном полимерном электролите на основе нафтона. Квантово-химическое моделирование / А.С. Зюбин, Т.С. Зюбина, Ю.А. Добровольский, В.М. Волохов // Журнал неорганической химии. - 2016. - Т. 61. - № 12. - С. 1606.
89. Евщик, Е.Ю. Влияние типа связующего на стабильность тонкопленочных анодов на основе наночастиц Si@SiO_2 для литий-ионных аккумуляторов / Е.Ю. Евщик, Д.В. Новиков, В.И. Берестенко [и др.] // Известия академии наук. Серия химическая. - 2016. - № 8. - С. 1986.
90. Добровольский, Ю.А. Литий-железофосфатные аккумуляторы: материалы, процессы, характеристики и опыт производства в России / Ю.А. Добровольский, О.В. Бушкова, К.К. Денщиков, Е.А. Чудинов // Международный научный журнал «Альтернативная энергетика и экология». - 2016. - № 1-2 (189-190). - С. 64.
91. Карелин, А.И. Строение литийпроводящих полимерных мембран на основе нафтона, пластифицированного диметилсульфоксидом / А.И. Карелин, Р.Р. Каюмов, Е.А. Сангинов, Ю.А. Добровольский // Мембраны и мембранные технологии. - 2016. - Т. 6. - № 4. - С. 366.
92. Сангинов, Е.А. Литий-ионная проводимость мембраны нафтон, набухшей в ряде органических растворителей / Е.А. Сангинов, Е.Ю. Евщик, Р.Р. Каюмов, Ю.А. Добровольский // Электрохимия. - 2015. - Т. 51. - № 10. - С. 1115.
93. Смирнова, М.Н. Ограниченный твердый раствор $\text{Li}(\text{Ni}_{0,33}\text{Mn}_{0,33}\text{Co}_{0,33})_1\text{-XFeXO}_2$ со структурой $\alpha\text{-NaFeO}_2$ / М.Н. Смирнова, М.А. Копьева, Г.Д. Нипан [и др.] // Доклады академии наук. - 2019. - Т. 486. - № 3. - С. 312.
94. Yaroslavtsev, S. $\text{LiFe}_1\text{-XMgXPO}_4/\text{C}$ as cathode materials for lithium-ion batteries / S. Yaroslavtsev, V. Rusakov, N. Vostrov [etc.] // Solid state ionics. - 2018. - V. 317. - PP. 149.

95. Stenina, I.A., Effects of carbon coating from sucrose and pvd on electrochemical performance of $\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}/\text{C}$ composites in different potential ranges / L.A. Stenina, A.V. Yaroslavtsev, T.L. Kulova, A.M. Skundin // *Journal of solid state electrochemistry*. - 2018. - V. 22. - № 9. - PP. 2631.
96. Gryzlov, D.Y. The possibility of electrochemical lithium intercalation into a nanodiamond / D.V. Gryzlov, T.L. Kulova, A.E. Alexenko [etc.] // *Mendeleev communication*. - 2018. - V. 28. - № 6. - PP. 666.
97. Гаврилин, И.М. Исследование процесса обратимого внедрения лития в наноструктурированные материалы на основе германия / И.М. Гаврилин, В.А. Смолянинов, А.А. Дронов [и др.] // *Электрохимия*. - 2018. - Т. 54. - № 10S. - С. 31.
98. Грызлов, Д.Ю. Влияние размера частиц на процессы заряда/разряда катодного материала $\text{LiFe}_{0.97}\text{Ni}_{0.03}\text{PO}_4/\text{C}/\text{AG}$ / Д.Ю. Грызлов, С.А. Новикова, Т.Л. Кулова [и др.] // *Электрохимия*. - 2018. - Т. 54. - № 5. - С. 507.
99. Кицюк, Е.П. Формирование и исследование тонкопленочных литий-ионных аккумуляторов с применением композитного материала анода УНТ-кремний / Е.П. Кицюк, Т.Л. Кулова, А.А. Павлов, А.М. Скундин // *Микроэлектроника*. - 2017. - Т. 46. - № 2. - С. 97.
100. Gavrillin, I. TiO_2 nanotubular arrays as anode materials for Li-ion batteries / I. Gavrillin, T. Savchuk, A. Dronov, T. Kulova // *Proceedings of the 2017 IEEE Russia section young researchers in electrical and electronic engineering conference, elconrus 2017*. - SPb: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2017. - PP. 1394.
101. Vasiliev, S.V. Thin film negative electrode based on silicon composite for lithium-ion batteries / S.V. Vasiliev, M.E. Lebedev, A.V. Metlitskaya [etc.] // *Russian microelectronics*. - 2017. - V. 45. - № 4. - PP. 285.
102. Vasil'ev, S.V. Thin film positive electrode based on vanadium oxides for lithium-ion accumulators / S.V. Vasil'ev, M.E. Lebedev, L.A. Mazaletskii [etc.] // *Russian microelectronics*. - 2017. - V. 45. - № 5. - PP. 335.
103. Стенина, И.А. Электрохимические свойства наноматериалов $\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}/\text{C}$ и $\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}/\text{C}/\text{AG}$ / И.А. Стенина, А.Н. Соболев, А.А. Кузьмина [и др.] // *Неорганические материалы*. - 2017. - Т. 53. - № 10. - С. 1063.
104. Stenina, I.A. Carbon composites as anode materials for lithium-ion batteries / I.A. Stenina, A.V. Yaroslavtsev, T.L. Kulova, A.M. Skundin // *Reviews on advanced materials science*. - 2017. - V. 49. - № 2. - PP. 140.

105. Стенина, И.А. Электрохимические свойства наноматериалов $\text{Li}_2\text{ZnTi}_3\text{O}_8/\text{C}$ / И.А. Стенина, П.А. Никифорова, Т.Л. Кулова [и др.] // Российские нанотехнологии. - 2017. - Т. 12. - № 11-12. - С. 30.
106. Kulova, T. Electrochemical behavior of gallium-doped lithium titanate in a wide range of potentials / T. Kulova, A. Kuz'mina, A. Skundin [etc.] // International journal of electrochemical science. - 2017. - Т. 12. - № 4. - С. 3197.
107. Chekannikov, A.A. Development of lithium-ion battery of the «doped lithium iron phosphate-doped lithium titanate» system for power applications / A.A. Chekannikov, A.A. Kuz'mina, T.L. Kulova [etc.] // International journal of electrochemical science. - 2017. - Т. 12. - № 5. - С. 4417.
108. Ярославцев, С.А. Мессбауэровские исследования легированных атомами магния литиевых фосфатов железа при деинтеркаляции лития / С.А. Ярославцев, Н.И. Востров, А.М. Скундин [и др.] // Сборник материалов XIV Международной конференции «Мессбауэровская спектроскопия и ее применения». - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2016. - С. 107.
109. Капаев, Р.Р. Нанокompозит LiFePO_4/C , полученный методом печини, в качестве катодного материала для литий-ионного аккумулятора / Р.Р. Капаев, С.А. Новикова, Д.Ю. Грызлов [и др.] // Сборник трудов саттелита XX Менделеевского съезда по общей и прикладной химии «Химия твердого тела и функциональные материалы – 2016». - Екатеринбург: Уральское отделение РАН, 2016. - С. 148.
110. Кузьмина, А.А. Электрохимические свойства титаната лития, допированного галлием / А.А. Кузьмина, Т.Л. Кулова, И.А. Стенина, А.А. Скундин // Сборник тезисов докладов XI конференции молодых ученых, аспирантов и студентов ИФХЭ РАН «Физикохимия - 2016». - М.: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт физической химии и электрохимии им. А.Н. Фрумкина Российской академии наук», 2016. - С. 151.
111. Новикова, С.А. Углеродное покрытие для электродных материалов на основе фосфата железа-лития и титаната лития, полученное пиролизом поливинилиденфторида / С.А. Новикова, С.Е. Новикова, Д.Ю. Грызлов [и др.] // Тезисы докладов XX Менделеевского съезда по общей и прикладной химии. - Екатеринбург: Уральское отделение РАН, 2016. - С. 19.
112. Капаев, Р.Р. Катодные материалы на основе фосфата лития-железа со структурой оливина для литий-ионных аккумуляторов / Р.Р. Капаев, С.А. Новикова, А.А. Чекан-

- никова [и др.] // Тезисы докладов XX Менделеевского съезда по общей и прикладной химии. - Екатеринбург: Уральское отделение РАН, 2016. - С. 365.
113. Кулова, Т.Л. Литий-ионный аккумулятор повышенной мощности / Т.Л. Кулова, А.А. Кузьмина, Н.Ф. Никольская [и др.] // Тезисы докладов XX Менделеевского съезда по общей и прикладной химии. - Екатеринбург: Уральское отделение РАН, 2016. - С. 426.
114. Stenina, I.A. Influence of iron doping on structure and electrochemical properties of $\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}$ / I.A. Stenina, A.B. Yaroslavtsev, A.N. Sobolev [etc.] // *Electrochimica acta*. - 2016. - V. 219. - PP. 524.
115. Stenina, I.A. High grain boundary density $\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}/\text{ANATASE-TiO}_2$ nanocomposites as anode material for Li-ion batteries / I.A. Stenina, A.B. Yaroslavtsev, T.L. Kulova, A.M. Skundin // *Materials research bulletin*. - 2016. - V. 75. - PP. 178.
116. Kulova, T.L. New high-capacity anode materials based on gallium-doped lithium titanate / T.L. Kulova, A.M. Skundin, Y.M. Kreshchenova, [etc.] // *Mendeleev communications*. - 2016. - V. 26. - № 3. - PP. 238.
117. Кулова, Т.Л. Высоковольтные материалы положительных электродов литий-ионных аккумуляторов (обзор) / Т.Л. Кулова, А.М. Скундин // *Электрохимия*. - Т. 52. - № 6. - С. 563.
118. Айрапетов, А. Тонкопленочный отрицательный электрод состава Si-O-Al-Zn для литий-ионных аккумуляторов / А. Айрапетов, С. Васильев, Т. Кулова [и др.] // *Наноиндустрия*. - 2016. - № 5 (67). - С. 94.
119. Кулова, Т.Л. Проблемы низкотемпературных литий-ионных аккумуляторов / Т.Л. Кулова, А.М. Скундин // *Электрохимическая энергетика*. - 2017. - Т. 17. - № 2. - С. 61.
120. Опра, Д.П. Допированный ванадием диоксид титана со структурой бронз как анодный материал для литий-ионных аккумуляторов с улучшенными циклическими и мощностными характеристиками / Д.П. Опра, С.В. Гнеденков, С.Л. Синебрюхов [и др.] // *Электрохимическая энергетика*. - 2020. - Т. 20. - № 1. - С. 3.
121. Акмаев, А.С. Особенности получения и электрохимические свойства материалов катода литий-ионного аккумулятора на основе ортосиликата железа(II)-лития / А.С. Акмаев, А.В. Иванищев, И.А. Иванищева [и др.] // *Электрохимическая энергетика*. - 2019. - Т. 19. - № 2. - С. 63.
122. Акмаев, А.С. Синтез и электрохимические свойства литий-аккумулирующего электродного материала на основе $\text{Li}_2\text{MnSiO}_4$ / А.С. Акмаев, А.В. Иванищев, И.А. Иванищева [и др.] // *Электрохимическая энергетика*. - 2019. - Т. 19. - № 2. - С. 72.

123. Рыбаков, К.С. Высоковольтный катодный материал литий-ионного аккумулятора на основе LiCoVO_4 / К.С. Рыбаков, А.В. Ушаков // Электрохимическая энергетика. - 2019. - Т. 19. - № 2. - С. 90.
124. Опра, Д.П. Легированный марганцем диоксид титана с улучшенными электрохимическими характеристиками для литий-ионных аккумуляторов / Д.П. Опра, С.В. Гнеденков, С.Л. Синябрюхов [и др.] // Электрохимическая энергетика. - 2019. - Т. 19. - № 3. - С. 123.
125. Харчикова, Е.В. Электрохимическая система $\text{LiTi}_2(\text{PO}_4)_3$ | водный раствор 1 М Li_2SO_4 | LiFePO_4 и макеты литий-ионного аккумулятора на ее основе / Е.В. Харчикова, В.А. Булюкина, А.В. Ушаков // Электрохимическая энергетика. - 2019. - Т. 19. - № 4. - С. 173.
126. Иванищев, А.В. Подходы к созданию электродов на основе интеркаляционных соединений лития / А.В. Иванищев // Электрохимическая энергетика. - 2018. - Т. 18. - № 2. - С. 51.
127. Гусева, Е.С. Перспективные композиционные материалы для катодов литий-ионных аккумуляторов на основе модифицированных фуллеренами и фторид-ионами оксидов переходных металлов и РЗЭ / Е.С. Гусева, С.С. Попова, Р.К. Францев // Электрохимическая энергетика. - 2018. - Т. 18. - № 4. - С. 161.
128. Гусева, Е.С. Пути и способы решения повышения емкости катодного материала в литий-ионном аккумуляторе системы $\text{LiLaAl}/\text{LiClO}_4/\text{LiLaMnOF}(\text{C}_{60})_n$ / Е.С. Гусева, С.С. Попова // Межвузовский сборник научных трудов II Всероссийской конференции с международным участием, посвященной 110-летию Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского, 90-летию Института Химии (химический факультет), 150-летию Периодического закона и Периодической таблицы химических элементов Д.И. Менделеева «Химия биологически активных веществ». - Саратов: Издательство «Саратовский источник», 2019. - С. 387.
129. Попова, С.С. Литий-ионные аккумуляторы пленочной конструкции на основе вторичного ацетата целлюлозы / С.С. Попова, А.В. Денисов, Н.А. Окишева, Т.О. Рябухова // Тезисы докладов XIX Всероссийского совещания с международным участием «Электрохимия органических соединений. ЭХОС-2018». - Новочеркасск: Издательство «НОК», 2018. - С. 151.
130. Попова, С.С. Литий-ионный аккумулятор пленочной конструкции на полимерной основе с галогенидным твердым электролитом / С.С. Попова, А.В. Денисов, Н.А. Оки-

- шева, Т.О. Рябухова // Материалы VIII Всероссийской конференции с международным участием, посвященной 100-летию Воронежского государственного университета «Физико-химические процессы в конденсированных средах и на межфазных границах (ФАГРАН-2018)». - Воронеж: Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2018. - С. 160.
131. Старостин, И.Е. К проблеме программной реализации методов моделирования и идентификации параметров физико-химических процессов в энергетике / И.Е. Старостин, А.Г. Степанкин, М.Л. Тюляев, В.В. Лавров // Материалы Всероссийской научно-технической конференции «XIV научные чтения, посвященные памяти Н.Е. Жуковского». - М.: Издательский дом Академии имени Н.Е. Жуковского, 2017. - С. 498.
132. Сихуа, Уэн Выравнивание заряда батарей обеспечивает долгое время работы и продлевает срок службы / Уэн Сихуа // Analog application journal, 2009. 1Q. URL: www.Ti.com/AAJ
133. Волокитина Е.В. Исследования по созданию системы генерирования и запуска маршевого двигателя в концепции полностью электрифицированного самолета. Ч. 1 / Е.В. Волокитина, // Электроснабжение и электрооборудование. - 2011. - № 4. - С. 29.
134. Баранов, И.Е. Авиационная силовая установка на водородовоздушных твердополимерных топливных элементах / И.Е. Баранов, В.Н. Фатеев, В.И. Порембский, А.А. Калинин // Транспорт на альтернативном топливе. - 2015. - № 3(45). - С. 36.
135. Баранов, И.Е. Силовые установки для БПЛА на топливных элементах: перспективы применения / И.Е. Баранов, А.А. Калинин, С.В. Коробцев, [и др.] // Энергия: экономика, техника, технологии. - 2014. - № 4. - С. 31.
136. Криогенные гелиевые установки [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://geliymash.ru/production/kriogennye-gelieve-ustanovki/>
137. Халютин, С.П. Интеллектуальная система управления авиационной гибридной силовой установкой / С.П. Халютин, В.П. Харьков, А.О. Давидов // Материалы XII мультikonференции по проблемам управления. - Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2019. - С. 61.
138. Козлов, С.И. Энергоустановки на основе топливных элементов с твердым полимерным электролитом / С.И. Козлов, В.Н. Фатеев // Транспорт на альтернативном топливе. - 2016. - № 5(53). - С. 46.
139. Халютин, С.П. Электрические и гибридные самолеты: перспективы создания / С.П. Халютин, А.О. Давидов, Б.В. Жмуров // Электричество. - 2017. - № 9. - С. 4.

140. Топливный элемент и батарея топливных элементов: пат. 2504868 С2. Рос. Федерация: Н01М 8/00.
141. Баранов, И.Е. Самоувлажняющийся портативный водородно-воздушный топливный элемент для авиации и робототехники / И.Е. Баранов, В.Н. Фатеев, В.И. Порембский, С.В. Акелькина, Е.К. Лютикова // Международный научный журнал «Альтернативная энергетика и экология». - 2015. - № 21(185). - С. 137.
142. Система топливных элементов и способ управления топливными элементами: пат. 2226018. Рос. Федерация: Н01М 8/04.
143. Система топливного элемента [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://patentdb.ru/patent/2399995>
144. Управление работой резервного электрического генератора с батареей топливных пом-элементов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://patentdb.ru/patent/2598361>
145. Регидратация топливных элементов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://patentdb.ru/patent/2417486>
146. Топливный элемент, способный к зависящей от нагрузки работе [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://patentdb.ru/patent/2325010>
147. Устройство и способ управления источником электропитания для подключаемой к линии системы топливного элемента [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://patentdb.ru/patent/2325749>
148. Устройство и способ управления мощностью для системы топливного элемента [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://patentdb.ru/patent/2327198>
149. Устройство для управления работой системы топливного элемента и способ такого управления [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://patentdb.ru/patent/2334308>
150. Копылова, Д.С. Магистерская диссертация на тему «Математическая модель аккумуляторных батарей» / Д.С. Копылова. - Тольятти: Тольятинский государственный университет, 2016. - 89 с.
151. Борисевич, А.В. Моделирование литий-ионных аккумуляторов для систем управления батареями: обзор текущего состояния // Электронный научно-практический журнал «Современная техника и технологии». - 2014. - № 5(33). - Режим доступа: <http://technology.snauka.ru/2014/05/3542><http://technology.snauka.ru/2014/05/3542>
152. Багоцкий, В.С. Основы электрохимии / В.С. Багоцкий. - М.: Химия, 1988. - 400 с.
153. Чирков, Ю.Г. Компьютерное моделирование активного слоя катода водородно-кислородного топливного элемента с полимерным электролитом: объяснение приро-

- ды колебаний габаритного тока / Ю.Г. Чирков, В.Н. Андреев, В.И. Ростокин, А.В. Кузов // Электрохимия. - 2018. - Т. 54, № 4. - С. 423.
154. Станкевич, М.М. Компьютерное моделирование топливного элемента с протонообменной мембраной / М.М. Станкевич, В.А. Василенко, А.О. Тютин, Э.М. Кольцова, В.А. Богдановская, М.Р. Тарасевич // Успехи в химии и химической технологии. - 2013. - Т. XXVII, № 1. - С. 68.
155. Щербаков, А.И. Математическое моделирование роста наночастиц платины и деградации активной поверхности катализатора катода водородно-воздушного топливного элемента / А.И. Щербаков, В.А. Василенко, Э.М. Кольцова // Успехи в химии и химической технологии. - 2017. - Т. XXXI, № 8. - С. 84.
156. Costamagna, P. Encyclopedia of Electrochemical Power Sources. Fuel cells – overview | Modeling / P. Costamagna // Chemistry, Molecular Sciences and Chemical Engineering. - 2009. - P. 309.
157. Титов, В.Г. Симулятор характеристик топливных элементов на базе полупроводникового преобразователя / В.Г. Титов, С.В. Абрамов // Известия Томского политехнического университета. - 2007. - Т. 311, № 4. - С. 99.
158. Накоряков, В.Е. Математическая модель катодного узла топливного элемента с твердым электролитом / В.Е. Накоряков, В.Г. Гасенко // Прикладная механика и техническая физика. - 2005. - Т. 46, № 5. - С. 27.
159. Василенко, В.А. Моделирование деградации платинового катализатора катода топливного элемента / В.А. Василенко, М.В. Бутова, М.М. Станкевич, Э.М. Кольцова // Успехи химии и химической технологии. - 2015. - Т. XXIX, № 4. - С. 100.
160. Василенко, В.А. Моделирование низкотемпературного топливного элемента с учетом наличия оксида углерода в водородном топливе / В.А. Василенко, А.Д. Модестов, А.И. Щербаков, Э.М. Кольцова, В.А. Богдановская // Успехи химии и химической технологии. - 2015. - Т. XXIX, № 4. - С. 129.
161. Беляев, П.В. Исследования характеристик топливного элемента с протонообменной мембраной при изменении концентрации водорода / П.В. Беляев, Д.А. Подберезкин, Р.А. Эм // Омский научный вестник. - 2017. - № 6 (128). - С. 58.
162. Василенко, В.А. Моделирование процесса деградации активной поверхности платинового катализатора катода водородно-воздушного топливного элемента с протонпроводящим полимерным электролитом / В.А. Василенко, М.М. Станкевич, А.А. Хорошавина, А.И. Щербаков, Э.М. Кольцова, М.Р. Тарасевич // Успехи химии и химической технологии. - 2014. - Т. XXVIII, № 1. - С. 100.

163. Butler–Volmer equation [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Butler–Volmer_equation
164. Бахарева, И.Ф. Нелинейная неравновесная термодинамика / И.Ф. Бахарева. - Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1976. - 141 с.
165. Полак, Л.С. Неравновесная химическая кинетика и ее применение / Л.С. Полак. - М.: Наука, 1979. - 248 с.
166. Рыкованов, А.С. Активные и пассивные системы балансировки литий-ионных аккумуляторных батарей / А.С. Рыкованов, С.С. Беляев // Компоненты и технологии. - 2014. - № 3(152). - С. 121.
167. Рыкованов, А.С. Системы баланса Li-ion аккумуляторных батарей / А.С. Рыкованов // Силовая электроника. - 2009. - № 19. - С. 52.
168. Advanced lithium ion battery charger / M. J. Isaacson [et al.] // Battery Conference on Applications and Advances: The Fifteenth Annual. 2000 P. 193–198. doi: 10.1109/BCAA.2000.838403
169. Чирков, Ю.Г. Литий-ионный аккумулятор, гальваностатика: компьютерное моделирование и расчет характеристик активных слоев анода произвольной толщины с низкими значениями коэффициента диффузии атомов лития / Ю.Г. Чирков, В.И. Ростокин, А.М. Скундин // Электрохимия. - 2013. - Т. 49, № 6. - С. 614.
170. Чирков, Ю.Г. Компьютерное моделирование работы положительного электрода литий-ионного аккумулятора: оптимизация состава активной массы / Ю.Г. Чирков, В.И. Ростокин, А.М. Скундин // Электрохимия. - 2012. - Т. 48, № 9. - С. 981.
171. Venkatasailanathan, Ramadesigan Subramaniana Modeling and simulation of lithium-ion batteries from a systems engineering perspective / Ramadesigan Venkatasailanathan, Paul W. C. Northrop, De Sumitava, Shriram Santhanagopalan, Richard D. Braatz, Venkat R. Subramaniana // Journal of The Electrochemical Society. - 2012. - Т. 159. - №. 3. - С. R31.
172. Klein, R. State estimation of a reduced electrochemical model of a lithium-ion battery / R. Klein, N.A. Chaturvedi, J. Christensen, J. Ahmed, J., Findeisen, A. Kojic // American Control Conference (ACC), 2010. - IEEE, 2010. - P. 6618.
173. Fang, H. Adaptive estimation of state of charge for lithium-ion batteries / H. Fang, Y. Wang, Z. Sahinoglu, T. Wada, S. Hara // American Control Conference (ACC), 2013. - IEEE, 2013. - P. 3485.
174. Smith, K. Solid-state diffusion limitations on pulse operation of a lithium ion cell for hybrid electric vehicles / K. Smith, C.Y. Wang // Journal of Power Sources. - 2006. - V. 161. - P. 628.

175. Zhao, J. Kinetic investigation of LiCOO₂ by electrochemical impedance spectroscopy (EIS) / J. Zhao, L. Wang, X. He, C. Wan, C. Jiang // International Journal of Electrochemical Science. - 2010. - Т. 5. - №. 4. - С. 478.
176. Jiang, Y. Modeling charge polarization voltage for large lithium-ion batteries in electric vehicles / Y. Jiang, C. Zhang, W. Zhang, Wei Shi, Q. Liu // Journal of Industrial Engineering & Management. - 2013. - Т. 6. - №. 2. - С. 686.
177. Rahmoun, A. Modelling of Li-ion batteries using equivalent circuit diagrams / A. Rahmoun, H. Biechl // PRZEGLAD ELEKTROTECHNICZNY. - 2012. - V. 88, №. 7 B. - P. 152.
178. He, H. Evaluation of lithium-ion battery equivalent circuit models for state of charge estimation by an experimental approach / H. He, R. Xiong, J. Fan // energies. - 2011. - Т. 4, №. 4. - С. 582.
179. Hu, X. A comparative study of equivalent circuit models for Li-ion batteries / X. Hu, S. Li, H. Peng // Journal of Power Sources. - 2012. - V. 198. - P. 359.
180. Rahimian, S.K. Comparison of single particle and equivalent circuit analog models for a lithium-ion cell / S.K. Rahimian, S. Rayman, R.E. White // Journal of Power Sources. - 2011. - V. 196, №. 20. - P. 8450.
181. Дзядык, В.К. Введение в теорию равномерного приближения функции полиномами / В.К. Дзядык. - М.: Наука, 1977. - 512 с.
182. Eykhoff, P. Systems identification: parameters and state estimation / P. Eykhoff. – Eindhoven, Netherlands: University of technology, 1975. - 680 p.
183. Ланцов, В.Н. Методы понижения порядка моделей сложных систем / В.Н. Ланцов. - Владимир: Изд-во ВлГУ, 2017. - 84 с.
184. Jou, D. Extended irreversible thermodynamics / D. Jou, J. Casas-Vazquez, G. Lebon. - New York, USA: Springer, 2006. - 528 p.
185. Эткин, В.А. Энергодинамика (синтез теорий переноса и преобразования энергии) / В.А. Эткин. - СПб: Наука, 2008. - 409 с.
186. Starostin, I.E. Kinetic theorem of modern non-equilibrium thermodynamic / I.E. Starostin, V.I. Bykov. - Raleigh (North Carolina, USA): Open Science Publishing, 2017. - 229 p.
187. Старостин, И.Е. Задание функций состояния для величин, входящих в формализм потенциально-потокowego метода описания динамики физико-химических процессов / И.Е. Старостин // Материалы XVI международной научно-практической конференции «Инновационные информационные и коммуникационные технологии» (г. Сочи, 2019). – 2019. - С. 317.

188. Гроот, С.Р. Термодинамика необратимых процессов / С.Р. Гроот. - М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1956. - 281 с.
189. Пригожин, И. Химическая термодинамика / И. Пригожин, Р. Дефей. - Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1966. - 512 с.
190. Пригожин, И. Современная термодинамика: от тепловых двигателей до диссипативных структур / И. Пригожин, Д. Кондепуди. - М.: Мир, 2002. - 461 с.
191. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах / В. Эбелинг. - М.: Мир, 1979. - 279 с.
192. Быков, В.И. Качественный анализ динамики процессов в неравновесных системах на основе потенциально-потокowego метода методом обратной связи / В.И. Быков, И.Е. Старостин, С.П. Халютин // Информатика и системы управления. - 2013. - № 3 (37). - С. 75.
193. Горбань, А.Н. Обход равновесия. Уравнения химической кинетики и их термодинамический анализ / А.Н. Горбань. - Новосибирск: Наука Сибирское отделение, 1984. - 224 с.
194. Starostin, I.E. Identification of system models from potential-stream equations of the basis of deep learning on experimental data / I.E. Starostin, S.P. Khalutin // Civil Aviation High Technologies. - 2020. - V. 23(2). - P. 47.
195. Starostin, I.E. Obtaining robotic objects model from the equations of the potential-flow method / I.E. Starostin, S.P. Khalutin // 20th international conference of younger specialists on micro/nanotechnologies and electron devices EDM 2019. - 2019. - P. 678.
196. Быков, В.И. Описание динамики закрытых химических систем квазиградиентными моделями / В.И. Быков, И.Е. Старостин // Журнал физической химии. - 2013. - Т. 87. - № 5. - С. 744.
197. Быков, В.И. Квазиградиентные модели динамики процессов горения в закрытых системах / В.И. Быков, И.Е. Старостин // Доклады академии наук. - 2013. - Т. 451. - № 1. - С. 53.
198. Быков, В.И. Квазиградиентные модели динамики закрытых химических систем / В.И. Быков, И.Е. Старостин // Химическая физика. - 2012. - Т. 31. - № 1. - С. 38.
199. Нечитайлов, А.А. Возможности метода динамических разрядных кривых при исследовании топливных элементов для воздушно-водородного источника тока / А. А. Нечитайлов, Н. В. Глебова, А. А. Томасов, Н. К. Зеленина // Научное приборостроение. - 2013. - Т. 23, № 4. - С. 54.

200. Wu, J. Diagnostic tools in PEM fuel cell research: Part I. Electrochemical techniques / J. Wu, X.Z. Yuan, H. Wang etc. // International journal of hydrogen energy. - 2008. - V. 33. - P. 1735.
201. Timmons, J.B. Operational Testing of Valve Regulated Lead Acid Batteries in Commercial Aircraft / J.B. Timmons, E.F. Koss // Aerospace and Electronic Systems Magazine, IEEE. - 1997. - V. 12. - I. 7. - P. 35.
202. Кадигроб, Т.С. Диагностика состояния электрохимических аккумуляторов / Т.С.Кадигроб, К.В.Безручко, А.О.Давидов // IX Міжнародна молодіжна науково-практична конференція «Людина і космос»: Збірник тез. - Дніпропетровськ: НЦАОМУ, 2007. - С. 117.
203. Давидов, А.О. Оценочные параметры состояния электрохимических аккумуляторов в составе систем энергоснабжения автономных объектов ракетно-космической техники / А.О. Давидов, Т.С. Кадигроб // V Науково-технічна конференція «Сучасні проблеми ракетно-космічної техніки і технології»: Тези доповідей - Харків: Нац. аерокосміч. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, ХАІ, 2010. - С. 11.
204. Chechina, E. Investigation of impedance characteristics for Ni/Cd cells / E. Chechina, A. Davidov // Сучасні проблеми ракетно-космічної техніки і технології: VIII наук.-техн. конф.: тез.доп. / М-во освіти та науки України, Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ» ф-т ракетно-космічн. техніки. - Х., 2011. - С. 36.
205. Gasanova, V. Estimation of the state Ni/Cd cells due to impedance / V. Gasanova, A. Davidov // Сучасні проблеми ракетно-космічної техніки і технології: VIII наук.-техн. конф.: тез.доп. / М-во освіти та науки України, Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ» ф-т ракетно-космічн. техніки. Х., 2011. - С. 37.
206. Кадигроб, Т.С. Расчетное прогнозирование конечных характеристик электрохимических аккумуляторов по экспериментальным оценкам их текущего состояния / Т.С.Кадигроб, К.В.Безручко, А.О.Давидов // Міжнародна науково-технічна конференція «Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні – ІКТМ-2008»: Тези доповідей.Т.1. - Харків: Нац. аерокосмічний ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2008. - С. 185.
207. Кадигроб, Т.С. «Прогнозирование характеристик электрохимических аккумуляторов, работающих в дежурном режиме / Т.С. Кадигроб, В.И. Лазненко, А.О. Давидов // XIV-Міжнародний конгрес двигунобудівників: Тези доповідей. - Харьков «ХАИ», 2009. - С. 67.
208. Безручко, К.В. Прогнозирование характеристик электрохимических аккумуляторов систем электроснабжения ракетно-космических комплексов / К.В. Безручко,

- А.О. Давидов, Т.С. Кадигроб, С.В. Ширинский // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. - 2008. - № 6 (53). - С. 66.
209. Давидов, А.О. Прогнозирование характеристик электрохимических аккумуляторов, работающих в дежурном режиме / А.О. Давидов, Т.С. Кадигроб, В.И. Лазненко // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. - 2009. - №10 (67). - С.199.
210. Барзилович, В.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем / В.Ю. Барзилович. - М.: Высшая школа, 1982. - 231 с.
211. Барзилович, В.Ю. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем / В.Ю. Барзилович, В.А. Каштанов. - М.: Сов. Радио, 1971. - 272 с.
212. Гнеденко, Б.В. Математика и теория надежности / Б.В. Гнеденко, А.Д. Соловьев. - М.: Знание, 1982. - 64 с.
213. Барлоу, Р. Математическая теория надежности / Р. Барлоу, Ф. Прошан. - М.: Сов. Радио, 1969. - 488 с.
214. Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. - М.: Наука, 1965. - 524 с.
215. Чинючин, Ю.М. Моделирование работоспособности объектов авиационной техники на длительный период эксплуатации / Ю.М. Чинючин, В.В. Воробьев, Е.Д. Герасимова // *Авиационная промышленность*. - 2019. - № 2. - С. 10.
216. Смирнов, Н.Н. Основы теории технической эксплуатации летательных аппаратов / Н.Н. Смирнов, Ю.М. Чинючин. - М.: Издательство МГТУ ГА, 2015. - 505 с.
217. Чинючин, Ю.М. К задачам поддержания летной годности воздушных судов на основе мониторинга их ресурсного состояния / Ю.М. Чинючин, Н. Ойдов // *Научный вестник МГТУ ГА*. - 2017. - Т. 20, № 3. - С. 110.
218. Кузнецов, С.В. Математические модели процессов и систем технической эксплуатации бортовых комплексов и функциональных систем авионики / С.В. Кузнецов // *Научный вестник МГТУ ГА*. - 2017. - Т. 20, № 1. - С. 132.
219. Kuznetsov, S.V. Avionics technical operation system and scientific basis for its formation / S.V. Kuznetsov // *Civil Aviation High Technologies*. - 2017. - V. 20, № 6. - P. 15.
220. Кузнецов, С.В. Математические модели процессов и систем технической эксплуатации авионики как марковские и полумарковские процессы / С.В. Кузнецов // *Научный вестник МГТУ ГА*. - 2015. - № 213(3). - С. 28.

221. Кузнецов, С.В. Определение аналитических функций интенсивности отказов и вероятности безотказной работы пилотажно-навигационного оборудования по статистическим данным / С.В. Кузнецов // Научный вестник МГТУ ГА. - 2012. - № 185. - С. 19.
222. Шаров, В.Д. Ограничения по использованию матрицы икао при оценке рисков для безопасности полетов / В.Д. Шаров, В.В. Воробьев // Автоматика и телемеханика. - 2016. - № 225 (3). - С. 179.
223. Колодежный, Л.П. Надежность и техническая диагностика / Л.П. Колодежный, А.В. Черnodаров. - М.: ВУНЦ ВВС ВВА им. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, 2010. - 452 с.
224. Старостин, И.Е. Программная реализация методов современной неравновесной термодинамики. И система симуляции физико-химических процессов Simulation-NonEqPrpsSS v. 0.1.0 / И.Е. Старостин, А.Г. Степанкин. - Бо Бассен, Маврикий: Lambert academic publishing, 2019. – 127 с.
225. Агеев, Е.П. Неравновесная термодинамика в вопросах и ответах / Е.П. Агеев. - М.: Едиториал УРСС, 2001. - 136 с.
226. Старостин, И.Е. Кинетические свойства неравновесных систем и связь их с уравнениями потенциально-поточкового метода / И.Е. Старостин, С.П. Халютин, В.И. Быков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. - 2014. - № 4 (32). - С. 176.
227. Быков, В.И. Модели традиционной химической кинетики и потенциально-поточковые уравнения для закрытой системы / В.И. Быков, И.Е. Старостин // Вестник МИТХТ им. М.В. Ломоносова. - 2014. - Т. 9. - № 2. - С. 80.
228. Халютин, С.П. Потенциально-поточковый квазиградиентный метод моделирования неравновесных процессов / С.П. Халютин, И.Е. Старостин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. - 2012. - № 2 (22). - С. 25.
229. Халютин, С.П. Анализ неравновесных процессов в авиационных системах потенциально-поточковым методом / С.П. Халютин, И.Е. Старостин // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. - 2012. - № 185. - С. 85.
230. Старостин, И.Е. Алгоритм численного интегрирования потенциально-поточковых уравнений в сосредоточенных параметрах с контролем корректности приближенного решения / И.Е. Старостин // Компьютерные исследования и моделирование. - 2014. - Т. 6. - № 4. - С. 479.

231. Старостин, И.Е. Упрощение потенциально-поточковых уравнений динамики физико-химических процессов для получения математической модели системы / И.Е. Старостин, С.П. Халютин, В.И. Быков // Сложные системы. - 2019. - № 3(32). - С. 106.
232. Антонов, А.В. Системный анализ / А.В. Антонов. - М.: Высшая школа, 2004. - 454 с.
233. Старостин, И.Е. Получение моделей надежности технических объектов из потенциально-поточковых уравнений физико-химических процессов в этих объектах / И.Е. Старостин // Надежность и качество сложных систем. - 2020. - № 1(29). - С. 5.
234. Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. - СПб: БХВ-Петербург, 2011. - 592 с.
235. Дивеев, А.И. Вариационные методы символьной регрессии для задач управления и идентификации / А.И. Дивеев // Идентификация систем и задачи управления: труды X международной конференции. - М.: Издательство института проблем управления РАН, 2015. - С. 141.
236. Дивеев, А.И. Свойства суперпозиции функций для численных методов символьной регрессии / А.И. Дивеев // Cloud of Science. - 2016. - Т. 3. - № 2. - С. 290.
237. Данг, Тхи Фук. Решение задач идентификации математических моделей объектов и процессов методом символьной регрессии / Тхи Фук Данг, А.И. Дивеев, Е.А. Софронова // Cloud of Science. - 2018. - Т. 5. - № 1. - С. 147.
238. Дивеев, А.И. Метод бинарного генетического программирования для поиска математического выражения / А.И. Дивеев, Е.М. Ломакова // Вестник Российского университета дружбы народов; серия: инженерные исследования. - 2017. - Т. 18. - № 1. - С. 125.
239. Flach P. Machine Learning. The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data / P. Flach. Cambridge: Cambridge University Press, 2015. - 400 p.
240. Haykin, S. Neural Networks. A Comprehensive Foundation / S. Haykin. Upper Saddle River, USA: Prentice hall, 2006. - 1105 p.
241. Горева, Т.И. Нейросетевые модели диагностики технических систем / Т.И. Горева, Н.Н. Порнягин, Г.А. Пюкке // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. - 2012. - № 1(4). - С. 31.
242. Пюкке, Г.А. Применение нейросетевого подхода при построении моделей анализа систем высокой размерности / Г.А. Пюкке, Д.С. Стрельников // Вестник камчатского государственного технического университета. - 2013. - № 24. - С. 21.
243. Козлова, Л.Е. Разработка и исследование систем замкнутого асинхронного электропривода по схеме ТРН-АД с нейросетевым наблюдателем скорости / Л.Е. Козлова // Современные проблемы науки и образования. - 2013. - № 5. - С. 44.

244. Гализдра, В.И. Нейронные сети и аппроксимация данных / В.И. Гализдра, Ш.Б. Бабаев // Научные и образовательные проблемы гражданской защиты. - 2011. - № 3. - С. 35.
245. Cybenko, G.V. Approximation by Superpositions of a Sigmoidal function / G.V. Cybenko // Mathematics of Control Signals and Systems. - 1989. - Т. 2, № 4. - С. 303.
246. Горбань, А.Н. Обобщенная аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей / А.Н. Горбань // Сибирский журнал вычислительной математики. - 1998. - Т. 1, № 1. - С. 11.
247. Калистратов, Т.А. Методы и алгоритмы создания структуры нейронной сети в контексте универсальной аппроксимации функций / Т.А. Калистратов // Вестник ТГУ. - 2019. - Т.19, вып.6. - С. 1845.
248. Бондаренко, И.Б. Синтез оптимальных искусственных нейронных сетей с помощью модифицированного генетического алгоритма / И.Б. Бондаренко, Ю.А. Гатчин, В.Н. Гераничев // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. - 2012. - № 2 (48). - С. 51.
249. Шумков, Е.А. Использование генетических алгоритмов для обучения нейронных сетей / Е.А. Шумков, И.К. Чистик // Научный журнал КубГАУ. - 2013. - № 91(07). - С. 455.
250. Печинкин, А.В. Теория вероятностей / А.В. Печинкин, О.И. Тескин, Г.М. Цветкова и др. - М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. - 456 с.
251. Горяинов, В.Б. Математическая статистика / В.В. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова и др. - М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2001. - 424 с.
252. Айвазян, С.А. Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. - М.: Финансы и статистика, 1983. - 472 с.
253. Левин, А.В. Тенденции и перспективы развития авиационного электрооборудования / А.В. Левин, С.П. Халютин, А.О. Давидов // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. - 2015. - № 213(3). - С. 50.
254. Мехди, И.С. Исследование эффективности концепции полностью электрического самолета для перспективных истребителей / И.С. Мехди // Труды IEEE, NAECON 83. - 1984.
255. Cronin, M.J. The All Electric Airplane as Energy Efficient Transport / M.J. Cronin // SAE Paper № 801131. - 1985.

256. Калугин, Б.Н. Разработка перспективных систем электроснабжения на базе полупроводниковой электроники и прогрессивной технологии / Б.Н. Калугин, И.И. Алексеев // *Авиационная промышленность*. - 1980. - № 12.
257. Калугин, Б.Н. Проблема бесконтактной коммутации в сети постоянного тока высокого напряжения и методы ее решения / Б.Н. Калугин, И.И. Алексеев // *Авиационная промышленность*. - 1981. - № 7.
258. Машуков, Е.В. Силовой транзисторный ключ повышенного напряжения / Е.В. Машуков, И.И. Алексеев // *Электронная техника в автоматике*. - 1984. - вып. 15.
259. Отчет НИИАО № 116-85-VII о НИР «Разработка альтернативных вариантов облика СЭС тяжелого и легкого полностью электрифицированных самолетов» / Госрегистр № Х74077. - 1985.
260. Отчет НИИАО № 792-85-VIII о НИР «Сравнение технической и экономической эффективности системы кондиционирования воздуха с отбором воздуха от коммутатора вентильного двигателя и от электроприводных нагнетателей». - 1985.
261. Алексеев, И.И. Разработка стартер-генератора для запуска изделия АИ 25-ТЛ при питании от сети постоянного тока 270 В / И.И. Алексеев, О.С. Гуревич // *Труды ЦИАМ, Юбилейный сборник*. - 2010.
262. Информация из журнала «Главный механик». - 2010. - № 5. - С. 8.
263. Халютин, С.П. Новые возможности самолетов на электрической тяге / С.П. Халютин, О.С. Халютина // *Труды международного симпозиума «Надежность и качество»*. - Пенза: Издательство Пензенского государственного университета, 2017. - С. 291.
264. Халютин, С.П. Размышления о возможности электрификации самолетов / С.П. Халютин, А.О. Давидов // *Труды научно-практической конференции «Инновационные, информационные и коммуникационные технологии «ИНФО-2017»*. - М.: МИРЭА-Российский технологический университет, 2017. - С. 28.
265. Халютин, С.П. Оценка удельных свойств энергосистем самолетов на электрической тяге / С.П. Халютин, А.О. Давидов // *Электропитание*. - 2019. - № 2. - С. 43.
266. Халютин, С.П. Энергетика электрического самолета / С.П. Халютин // *Труды научно-практической конференции «Инновационные, информационные и коммуникационные технологии «ИНФО-2016»*. - М.: МИРЭА-Российский технологический университет, 2016. - С. 25.
267. Аварийная посадка ТУ-154 в Ижме [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Аварийная_посадка_Ту-154_в_Ижме

268. История аварийной посадки Ту-154 в 2010 году посреди Сибири [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://tjournal.ru/stories/111502-istoriya-avariynoy-posadki-tu-154-v-2010-godu-posredi-sibiri>
269. Причиной аварийной посадки ТУ-154 в лесах Коми стало уникальное явление [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.aviaport.ru/digest/2010/09/15/202163.html>
270. Starostin, I.E. The development of a mathematical model of lithium-ion battery discharge characteristics / I.E. Starostin, S.P. Khalutin, A.O. Davidov, A.V. Levin, A.T. Trubachev // 2019 International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems (ICOECS), Ufa, 22 – 25 October, 2019. - P. 568.
271. BMS [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://voltiq.ru/bms-protection-board-review/>
272. Кечин, А.В. Организация электроснабжения приемников первой категории перспективных воздушных судов гражданской авиации / А.В. Кечин, А.В. Левин, С.П. Халютин, Б.В. Жмуров // Научный вестник московского государственного технического университета гражданской авиации. - 2018. - Т. 21. - № 6. - С. 54.
273. Коровин, Н.В. Топливные элементы и электрохимические энергоустановки / Н.В. Коровин. - М.: Издательство МЭИ, 2005. - С. 278.
274. Нечитайлов, А.А. Особенности функционирования мембранно-электродного блока в составе водородно-воздушного топливного элемента / А.А. Нечитайлов, Н.В. Глебова, Д.В. Кошкина и др. // Письма в ЖТФ. - 2013. - Т. 39. - вып. 17. - С. 17.
275. Литий-ионные (Li-ion) аккумуляторы [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.powerinfo.ru/accumulator-liion.php>
276. Johnson, P.J. Battery Performance Of The Skynet 4a Spacecraft During The First Six Years Of On Station Operation / P.J.Johnson, N.R.Francis // Gunnels Wood Road, Stevenage, Hertfordshire, SG1 2AS. - England.: Marta Marconi Space UK Ltd. - 1987. - 45p.
277. Романов, В. В. Химические источники тока. – 2-изд., перераб. и доп. / В. В. Романов, Ю. М. Хашев. - М.: Сов. Радио, 1978. - 264 с.
278. Исаев, С.И. Теория тепломасообмена / С.И. Исаев, И.А. Кожин, В.И. Кофанов и др. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. - 683 с.
279. Тимашев, С.Ф. Физико-химия мембранных процессов / С.Ф. Тимашев. - М.: Химия. 1988. - 240 с.
280. Кнунянц, И.Л. Химическая энциклопедия. Т.4 / И.Л. Кнунянц. - М.: Сов. энцикл., 1995. - 639 с.

281. Жаботинский, А.М. Концентрационные автоколебания / А.М. Жаботинский. - М.: Наука, 1974. - 179 с.
282. Плесков, Ю.В. Фотоэлектрохимическое преобразование солнечной энергии / Ю.В. Плесков. - М.: Химия, 1990. - 176 с.
283. Зигель, Р. Теплообмен излучением / Р. Зигель, Дж. Хауэлл. - М.: Мир, 1975. - 934 с.
284. Ролов, Б.Н. Физика размытых фазовых переходов / Б.Н. Ролов, В.Э. Юркевич. - Ростов на Дону: Изд-во Ростовского университета, 1983. - 320 с.
285. Гуров, А.А. Химия / А.А. Гуров, Ф.З. Бадаев, Л.П. Овчаренко, В.Н. Шаповал. - М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2017. - 777 с.
286. Арзамасов, Б.Н. Материаловедение / Б.Н. Арзамасов, И.И. Сидорин, Г.Ф. Косолапов. - М.: Машиностроение, 1986. - 384 с.
287. Уайт, А. Основы биохимии Т.1 / А. Уайт, Ф. Хендлер, Э. Смит и др. - М.: Мир, 1981. - 539 с.
288. Сивухин, Д.В. Курс общей физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика / Д.В. Сивухин. - М.: Физматлит, 2005. - 544 с.
289. Крутов, В.И. Техническая термодинамика / В.И. Крутов, С.И. Исаев, И.А. Кожин. - М.: Высшая школа, 1991. - 384 с.
290. Старостин, И.Е. Получение потенциально-потоквым методом системы уравнений физико-химических процессов в водородно-воздушном топливном элементе с протонообменной мембраной / И.Е. Старостин // Электропитание. - 2018. - № 4. - С. 54.
291. Старостин, И.Е. Анализ и моделирование физико-химических процессов в литий-ионных аккумуляторах / И.Е. Старостин, А.О. Давидов // Электропитание. - 2017. - № 1. - С. 38.
292. Старостин, И.Е. Получение диагностических и прогностических моделей литий-ионного аккумулятора путем моделирования физико-химических процессов в них потенциально-потоквым методом / И.Е. Старостин, С.П. Халютин // Материалы XVI Всероссийской научно-технической конференции «Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского». - М.: ИД Академии Жуковского, 2019. - С. 110.
293. Халютин, С.П. Математическое моделирование электрохимических процессов в литий-ионных аккумуляторах потенциально-потоквым методом / С.П. Халютин, Б.В. Жмуров, И.Е. Старостин // Научный вестник московского государственного технического университета гражданской авиации. - 2014. - № 201. - С. 65.
294. Старостин, И.Е. Анализ работоспособности литий-ионного аккумулятора в процессе эксплуатации на основе анализа его физико-химических процессов / И.Е. Старостин,

- А.О. Давидов, А.В. Левин // Труды научно-технической конференции «Электрификация летательных аппаратов». - М.: ИД Академии Жуковского, 2016. - С. 85.
295. Лидин, Р.А. Химические свойства неорганических веществ / Р.А. Лидин, В.А. Молочко, Л.Л. Андреева; под. ред. Р.А. Лидина. - М.: Химия, 2000. - 480 с.
296. Зарубин, В.С. Математические модели механики и электродинамики сплошной среды / В.С. Зарубин, Г.Н. Кувыркин. - М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2008. - 512 с.
297. Квасников, И.А. Термодинамика и статистическая физика: теория равновесных систем. Термодинамика / И.А. Квасников. Т.1. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 240 с.
298. Квасников, И.А. Термодинамика и статистическая физика: теория равновесных систем. Статистическая физика. Т.2 / И.А. Квасников. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 432 с.
299. Квасников, И.А. Термодинамика и статистическая физика: теория неравновесных систем. Т.3 / И.А. Квасников. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 448 с.
300. Старостин, И.Е. К проблеме программной реализации потенциально-потокowego метода описания физико-химических процессов / И.Е. Старостин, В.И. Быков // Компьютерные исследования и моделирование. - 2018. - Т. 10. - № 6. - С. 817.
301. Хрусталеv Д.А. Аккумуляторы / Д.А. Хрусталеv. - М.: Изумруд, 2003. - 224 с.
302. Старостин, И.Е. К проблеме синтеза кинетических матриц простых подсистем на основе экспериментальных данных / И.Е. Старостин // Надежность и качество сложных систем. - 2014. - № 1 (5). - С. 71.
303. Быков В.И. Анализ потенциально-потокowym методом химических превращений в изолированной гомогенной системе в случае разных температур реагентов / В.И. Быков, И.Е. Старостин // Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий. - М.: МИЭМ НИУ ВШЭ, 2012. - С. 226.
304. Старостин, И.Е. Моделирование физико-химических процессов в никель-кадмиевых аккумуляторах потенциально-потокowym методом / И.Е. Старостин, С.П. Халютин // Сборник трудов международной научно-практической конференции «Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий ИНФО-2011». - М.: МИЭМ НИУ ВШЭ, 2011. - С. 517.
305. Быков, В.И. Моделирование процессов горения и взрыва потенциально-потокowym методом / В.И. Быков, И.Е. Старостин // Горение и взрыв. - 2014. - Т. 7. - № 7. - С. 63.
306. Халютин, С.П. Определение параметров схемы замещения потенциально-потоковой модели никель-кадмиевого аккумулятора методом гидроксидных пленок / С.П. Ха-

- лютин, И.Е. Старостин // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». Т. 2: в 2 т. - 2011. - Т. 2. - С. 318.
307. Старостин, И.Е. Определение параметров физико-химических процессов никель-кадмиевых аккумуляторов методом гидрооксидных пленок / И.Е. Старостин // Сборник трудов международной научно-практической конференции «Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий ИНФО-2011». - М.: МИЭМ НИУ ВШЭ, 2011. - С. 520.
308. Преображенский, В.П. Теплотехнические измерения и приборы / В.П. Преображенский. - М.: Энергия, 1978. - 704 с.
309. Харитонов, Ю.Я. Аналитическая химия. Аналитика. Т.2. Количественный анализ. Физико-химические (инструментальные) методы анализа / Ю.Я. Харитонов. - М.: Высшая школа, 2003. - 558 с.
310. Шишкин, И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 2. Обеспечение единства измерений / И.Ф. Шишкин. - СПб: Питер, 2012. - 240 с.
311. Шишкин, И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений / И.Ф. Шишкин. - СПб: Питер, 2010. - 192 с.
312. Старостин, И.Е. Анализ и моделирование в сосредоточенных параметрах динамики реальных физико-химических процессов методами современной неравновесной термодинамики с использованием системного анализа / И.Е. Старостин, В.И. Быков // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». Т.1: в 2 т. - Пенза: ПГУ, 2018. - С. 210.
313. Старостин, И.Е. Об идентификации в лабораторных установках входящих в потенциально-потокосые уравнения характеристик свойств веществ и процессов / И.Е. Старостин, А.Г. Степанкин // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». Т.1: в 2 т. - Пенза: Издательство ПГУ, 2015. - С. 161.
314. Крутько, П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций / П.Д. Крутько. - М.: Машиностроение, 2004. - 576 с.
315. Бессекерский, В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бессекерский, Е.П. Попов. - СПб: Профессия, 2003. - 752 с.
316. Харьков, В.П. Адаптивное управление динамической системой на основе обратных задач динамики / В.П. Харьков // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». Т. 1. - Пенза: Издательство Пензенского государственного университета, 2016. - С. 176.

317. Черноруцкий, И.Г. Методы принятия решений / И.Г. Черноруцкий. - СПб: Изд-во Санкт-петербургского государственного политехнического университета, 2012. - 318 с.
318. Дивеев, А.И. Метод символьной регрессии на основе сетевого оператора в задаче синтеза управления / А.И. Дивеев, Е.Ю. Шмалько // Современные проблемы науки и образования. - 2013. - № 3. - С. 76.
319. Дивеев, А.И. Эволюционные алгоритмы для решения задачи оптимального управления / А.И. Дивеев, С.В. Константинов // Вестник Российского университета дружбы народов; серия: инженерные исследования. - 2017. - Т. 18. - № 2. - С. 254.
320. Дивеев, А.И. Метод идентификационного синтеза управления и его применения к мобильному роботу / А.И. Дивеев, Е.А. Софронова, Е.Ю. Шмалько // Информационные и математические технологии в науке и управлении. - 2016. - № 2. - С. 53.
321. Дивеев, А.И. Методы генетического программирования для решения задачи синтеза оптимального управления / А.И. Дивеев, Е.Ю. Шмалько // Вопросы теории безопасности и устойчивости систем. - 2015. - № 17. - С. 38.
322. Дивеев, А.И. Синтез робастной системы управления численным методом сетевого оператора / А.И. Дивеев, Е.Ю. Шмалько // Вопросы теории безопасности и устойчивости систем. - 2015. - № 17. - С. 64.
323. Дивеев, А.И. Синтез системы управления методом сетевого оператора на основе аппроксимации множества оптимальных траекторий / А.И. Дивеев, К.А. Пупков, Е.А. Шмалько, Е.А. Софронова // XII всероссийское совещание по проблемам управления. - М.: Издательство института проблем управления РАН, 2014. - С. 8023.
324. Дивеев, А.И. Эволюционный алгоритм для численного решения задачи оптимального управления / А.И. Дивеев, Е.Ю. Шмалько // Вопросы теории безопасности и устойчивости систем. - 2014. - № 16. - С. 69.
325. Дивеев, А.И. Численное решение задачи оптимального управления с фазовыми ограничениями методом вариационного генетического алгоритма / А.И. Дивеев, Е.Ю. Шмалько // Вопросы теории безопасности и устойчивости систем. - 2014. - № 16. - С. 99.
326. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники / Л.А. Бессонов. - М.: Высшая школа, 1996. - 638 с.
327. Фролов, К.В. Теория механизмов и механика машин / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др. - М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2012. - 496 с.

328. Капелько, К.В. Основы построения систем автономного электроснабжения / К.В. Капелько. - М.: Военная академия РВСН им. Петра Великого, 2007. - 103 с.
329. Петрунина, Е.В. Функциональные графы в имитационном моделировании сложных систем / Е.В. Петрунина // Труды Всероссийской научно-практической конференции «Имитационное моделирование: теория и практика»; в 2-х т. - М.: Институт проблем управления В.А. Трапезникова РАН, 2015. - С. 280 – 284.
330. Овчинников, В.А. Графы в задачах анализа и синтеза структур сложных систем / В.А. Овчинников. - М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2014. - 423 с.
331. Модельно-ориентированное проектирование [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Модельно-ориентированное_проектирование
332. Модельно-ориентированное проектирование систем управления: моделирование и тестирование до реализации в аппаратуре [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://controlengrussia.com/otraslevye-resheniya/model-orientirovannoe-proektirovanie-sistem-upravleniya-modelirovanie-testirovanie-realizatsii-v-apparature/>
333. MatLab/Simulink [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://matlab.ru/products/Simulink>
334. Scilab/Xcos [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.scilab.org/software/xcos>
335. Scicos [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.scicos.org>
336. Modelica [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://modelica.org>
337. Старостин, И.Е. Программная реализация решения потенциально-поточковым методом задач построения моделей систем из результатов испытаний этих систем / И.Е. Старостин // Надежность и качество сложных систем. - 2020. - № 3(31). - С. 128.
338. Starostin, I.E. Parallelization Applied to the Synthesis Methodology and Operation of Complex Systems Based on the Analysis and Modelling of their Physical and Chemical Processes / I.E. Starostin, S.P. Khaluytin, A.V. Altukhov, A.O. Davidov // 2020 1st International Conference Problems of Informatics, Electronics, and Radio Engineering (PIERE), Novosibirsk, 11, 12 December, 2020. - P. 287.
339. Воеводин, В.В. Параллельные вычисления / В.В. Воеводин, Вл. В. Воеводин. - СПб: БХВ-Петербург, 2002. - 608 с.
340. Сансоне, Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения: монография / Дж. Сансоне. - М.: Издательство иностранной литературы, 1953. - 346 с.
341. Beowulf (кластер) [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Beowulf_\(кластер\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Beowulf_(кластер))

342. Старостин, И.Е. Программная реализация на базе СКМ Scilab методологии построения математической модели системы из уравнений физико-химических процессов в ней / И.Е. Старостин // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». – 2020. - Т. 1. - С. 41.
343. Старостин, И.Е. Использование графов для синтеза формальных моделей физико-химических систем из потенциально-поточковых уравнений процессов в них на основе СКМ Scilab / И.Е. Старостин, В.И. Быков // Труды XVII Международной научно-практической конференции «Инновационные, информационные и коммуникационные технологии ИНФО-2020». - 2020. - С. 119.
344. Старостин, И.Е. Организация базы данных физико-химических процессов в системах различной природы с использованием графов / И.Е. Старостин, С.П. Халютин // Труды XVII Международной научно-практической конференции «Инновационные, информационные и коммуникационные технологии ИНФО-2020». - 2020. - С. 124.
345. Starostin, I.E. Distributed computing system for creating digital portraits of complex systems / I.E. Starostin, S.P. Khaluytin, V.I. Pavlova, E.A. Punt // The VII International Scientific and Practical Conference “Information Technologies and Management of Transport Systems” (ITMTS 2021). - 2021. - V. 341. - Режим доступа: <https://doi.org/10.1051/mateconf/202134100046>.
346. Davy, Sielen. Introducing data Science. Big data. Mashine learning and more. Using Python Tools / Sielen Davy, Meysman D.B. Arno, Ali Mohamed. - Manning, Shelter Island, 2017. – 322 p.
347. Копысов, С.П. Промежуточное программное обеспечение параллельных вычислений / С.П. Копысов, А.К. Новиков. - Ижевск: Издательство «Удмуртский университет», 2012. - 138 с.
348. White, T. Hadoop. The definitive guid / T. White. Beijing, Cambridge, Farnham, Koln, Sebastopol, Tokio: O’Relly, 2013. - 281 p.
349. ATOMS: Non-equilibrim process [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://atoms.scilab.org/toolboxes/Non235Equilibrim678Therodynamics/0.1.1>
350. ATOMS: Computing Experiment [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://atoms.scilab.org/toolboxes/computing_experiment/0.1.2
351. ATOMS: IODataIntegration [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://atoms.scilab.org/toolboxes/io_data_integration/0.1.2
352. Starostin, I.E. Identification of the DC Discharge Model of a Lithum-ion Battery Using the Potential Streaming Method and Scilab / I.E. Starostin, S.P. Khaluytin, A.O. Davidov, Yu.E.

- Ovchinnikova, A.M. Volkova // 2021 IEEE 22nd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM). - 2021. - Режим доступа: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9507664/authors>.
353. Отчет о научно-исследовательской работе «Исследование принципов управления гибридными и электрическими СУ. Обоснование облика и расчет характеристик электродвигателя и системы управления электрической СУ для лёгкого самолёта. разработка РКД на электродвигатель и систему управления электрической СУ для лёгкого самолёта». Научный руководитель А.В. Левин. – М.: ЭМ «НаукаСофт», 2018. – 146 с.
354. Дивеев, А.И. Библиотека Python для синтеза интеллектуальных систем управления / А.И. Дивеев, А.В. Доценко // Вестник Российского университета дружбы народов; серия: инженерные исследования. - 2018. - Т. 19. - № 2. - С. 177.
355. Мультипроцессоры с памятью совместного использования [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://cyberpedia.su/7x340d.html>